

CALIBRACIÓN DE REDONDEZ POR EL MÉTODO DE MULTIPOSICIONAMIENTO

González H., Icasio O.

Centro Nacional de Metrología, Apdo. Postal 1-100 Centro, 7600, Querétaro, México
Tel. (52 42) 11 05 00 - 04. Fax (52 42) 11 05 77. Email: hgonzale@cenam.mx

Resumen: La redondez es un parámetro geométrico de gran importancia en la industria. Actualmente se determina mediante instrumentos dedicados o máquinas de medición de redondez, MMR, las cuales se describen brevemente. El problema radica en la determinación o caracterización del error geométrico de la máquina imperfecta a la geometría perfecta.

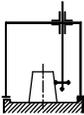
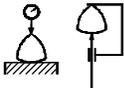
Primeramente, se aborda el problema de la identificación de estos errores a partir de un patrón de redondez conocido. Posteriormente se aborda el problema de la identificación de los mismos al mismo tiempo que las de un patrón desconocido en principio. Se describen los experimentos efectuados así como los resultados obtenidos que validan en términos generales ambos métodos, y se discute en forma general la aplicación de ésta técnica invitando a los usuarios a utilizarla con patrones de redondez calibrados.

INTRODUCCIÓN

La medición de desviaciones de redondez en la industria se realiza con una gran variedad de métodos, la Tabla 1., presenta algunos de los métodos empleados.

El valor de exactitud presentado fue obtenido de varios catálogos de equipos de medición, este valor es únicamente con fines comparativos y no debe considerarse como un valor que generalice todos los posibles sistemas similares al mostrado como ejemplo. El costo se muestra en USD y la acotación anterior es igualmente válida.

Tabla 1. Métodos de medición de redondez

Elemento principal del instrumento	Ejemplo	Exactitud μm	Costo aprox. USD
Husillo de alta exactitud de giro. <i>Ejemplo:</i> Máquinas especializadas en medición de redondez		0,025 - 0,08	Desde 5 000 Hasta 200 000
Guías de alta exactitud en rectitud y perpendicularidad. <i>Ejemplo:</i> Máquinas de medición por coordenadas.		0,4 - 10	Desde 100 000 Hasta 1 000 000
Indicador y elemento circular caracterizado. <i>Ejemplo:</i> Medición entre puntos.		2 - 10	Empieza en 400
Indicador y bloque en "V". <i>Ejemplo:</i> Medición sobre bloques "V"		5 - 10	Empieza en 300
Indicador. <i>Ejemplo:</i> Instrumento de dos puntas		10 - 25 y en algunos casos nula	Empieza en 200
Plantilla circular caracterizada. <i>Ejemplo:</i> Proyector de perfiles.		200 - 500	Empieza en 5 000

De la tabla anterior, se desprende que el método de mayor exactitud por el momento es el que emplea máquinas de medición de redondez, MMR, estas máquinas pueden dividirse en dos tipos, las de palpador rotatorio y las de mesa rotatoria.

DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO

En una medición de redondez, es posible conocer n variaciones de radio, espaciadas entre sí un ángulo θ respecto a una referencia fija, donde $\theta=360^\circ/n$, estas variaciones de radio son medidas con el mensurando orientado un ángulo φ (respecto a la misma referencia fija de θ), donde $\varphi=360^\circ/m$, tal que pueden existir m posiciones del mensurando para medir redondez.

Por tanto: $r_{j,q}(\mathbf{q})$ representa las n variaciones de radio en la posición j del mensurando.

SEPARACIÓN DE ERRORES

El resultado de la medición de las desviaciones de radio $r_{j,q}(\mathbf{q})$ de un mensurando, es la suma de las desviaciones de radio del husillo del instrumento que se representa por el vector $h_q(\mathbf{q})$, las desviaciones de radio del mensurando $m_q(\mathbf{q})$ y la excentricidad entre los elementos del sistema representadas por los vectores $e_{hm}(\mathbf{q})$ y $e_{mi}(\mathbf{q})$. Tal que:

$$r_{j,q}(\mathbf{q}) = h_q(\mathbf{q}) + m_q(\mathbf{q}) + e_{hm}(\mathbf{q}) + e_{mi}(\mathbf{q}) \quad (1)$$

Si se supone que los errores del husillo, representados por el vector $h_q(\mathbf{q})$, pueden aproximarse a una función fija para cualquier ciclo de movimiento del husillo, e igualmente la suma de $e_{hm}(\mathbf{q})$ y $e_{mi}(\mathbf{q})$ esta determinada geoméricamente por la función de la curva Limaçon (Caracol) de Pascal, como:

$$e_{hm}(\mathbf{q}) + e_{mi}(\mathbf{q}) = a_j + b_j \cos(\mathbf{q}) + c_j \sin(\mathbf{q}) \quad (2)$$

donde: $e_{hm}(\mathbf{q})$ es la excentricidad entre el husillo y el mensurando ; $e_{mi}(\mathbf{q})$ es la excentricidad entre el mensurando y la mesa divisora (ver figura 1); a_j, b_j, c_j son los coeficientes de la función del Limaçon de Pascal, la ecuación (1) se puede escribir entonces como:

$$r_{j,q}(\mathbf{q}) = h_q(\mathbf{q}) + m_q(\mathbf{q}) + a_j + b_j \cos(\mathbf{q}) + c_j \sin(\mathbf{q}) \quad (3)$$

En la ecuación (3) el único vector conocido mediante mediciones es el vector $r_{j,q}(\mathbf{q})$ y se desea encontrar de alguna manera el valor de los vectores $h_q(\mathbf{q}), m_q(\mathbf{q}), a_j, b_j$ y c_j . Para determinar a_j, b_j y c_j se puede considerar que $r_{j,q}(\mathbf{q})$ esta dividido en dos sumandos:

$$r_{j,q}(\mathbf{q}) = \tilde{r}_{j,q}(\mathbf{q}) + r^L_{j,q}(\mathbf{q}) \quad (4)$$

donde:

$$\tilde{r}_{j,q}(\mathbf{q}) = h_q(\mathbf{q}) + m_q(\mathbf{q}) \quad (5)$$

$$\text{y } r^L_{j,q}(\mathbf{q}) = a_j + b_j \cos(\mathbf{q}) + c_j \sin(\mathbf{q}) \quad (6)$$



Figura 1. Excentricidades $e_{hm}(\theta)$ y $e_{mi}(\theta)$ amplificadas para claridad.

en la ecuación (4) la relación entre $\tilde{r}_{j,q}(\mathbf{q})$ y $r^L_{j,q}(\mathbf{q})$ es tal que:

$$\tilde{r}_{j,q}(\mathbf{q}) \ll r^L_{j,q}(\mathbf{q}) \quad (7)$$

entonces:

$$r_{j,q}(\mathbf{q}) = r^L_{j,q}(\mathbf{q}) + \mathbf{e} \quad (8)$$

donde: $\mathbf{e} \rightarrow 0$, la ecuación (8) se puede escribir como:

$$\mathbf{r}_{j,q}(\mathbf{q}) = \mathbf{W} \cdot \mathbf{y}_j \quad (9)$$

donde: $\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & \cos \mathbf{q}_1 & \text{sen} \mathbf{q}_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos \mathbf{q}_n & \text{sen} \mathbf{q}_n \end{bmatrix}$ es la matriz de

los coeficientes de $\mathbf{a}_j, \mathbf{b}_j$ y \mathbf{c}_j y $\mathbf{y}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_j \\ \mathbf{b}_j \\ \mathbf{c}_j \end{bmatrix}$ son

las constantes de la función del Limaçon de Pascal.

Para cada ciclo de rotación del husillo se genera una ecuación similar a la ecuación (8) en donde el vector $\mathbf{r}_{j,q}(\mathbf{q})$ corresponderá a una variación de radio con la posición \mathbf{q} del husillo, con el mensurando en la posición \mathbf{j} . De esta manera se construyen m sistemas de ecuaciones, cada una de ellas para una posición relativa \mathbf{j} del mensurando respecto a una referencia fija.

Para resolver los sistemas de ecuaciones (9) con mayor número de ecuaciones que de incógnitas, y esto para cada posición del mensurando respecto al husillo, en total n ecuaciones (En este caso particular se tomó $n=m=10$ con divisiones igualmente espaciadas), se implementó un algoritmo de solución basado en el mejor estimado con el uso de mínimos cuadrados presentada por Luenenberger [1]:

$$\mathbf{b}_i = (\mathbf{W}' \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}' \mathbf{r}_{j,q}(\mathbf{q}) \quad (10)$$

donde: \mathbf{b}_i , es el vector solución con los valores de $\mathbf{a}_j, \mathbf{b}_j$ y \mathbf{c}_j

De esta manera se puede considerar que la Limaçon de Pascal calculada con el vector \mathbf{b}_i es la mejor aproximación al efecto de las excentricidades $\mathbf{e}_{hm}(\mathbf{j})$ y $\mathbf{e}_{mi}(\mathbf{j})$ y se puede sustraer de la ecuación (3) de tal manera que el resultado será una aproximación optima de $\mathbf{h}_q(\mathbf{q})$ y $\mathbf{m}_q(\mathbf{q})$.

Ahora solamente restan $\mathbf{h}_q(\mathbf{q})$ y $\mathbf{m}_q(\mathbf{q})$ como desconocidos en la ecuación (3).

El valor de $\mathbf{h}_q(\mathbf{q})$ se puede calcular si se separa de $\mathbf{r}_{j,q}(\mathbf{q})$ el valor de $\mathbf{m}_q(\mathbf{q})$ que es el error del mensurando. Esto se puede realizar suponiendo que $\mathbf{h}_q(\mathbf{q})$ será el promedio de los valores que toman los $\mathbf{r}_{j,q}(\mathbf{q})$ para la posición \mathbf{q} del husillo cuando se gira el mensurando a m diferentes posiciones, esto es:

$$\mathbf{h}_q(\mathbf{q}) = \frac{\sum_{i=0}^n \mathbf{r}_{i,q}(\mathbf{q})}{n}, \text{ para cada } \theta \quad (11)$$

La determinación de $\mathbf{m}_q(\mathbf{q})$ se hace análogamente utilizando el promedio de los valores de $\mathbf{r}_{j,q}(\mathbf{q})$ para una determinada orientación en el mensurando medida en diferentes posiciones del husillo, entonces:

$$\mathbf{m}_q(\mathbf{q}) = \frac{\sum_{j=0}^n \mathbf{r}_{j,j}(\mathbf{q})}{n} \quad (12)$$

DESCRIPCIÓN DEL EXPERIMENTO

El método descrito se implementó en una MMR de palpador rotatorio y de husillo con cojinete hidrodinámico, ésta máquina presenta errores de su husillo de veinte nanómetros. A esta MMR se le denomina HUSILLO CENAM.

Sin embargo, se deseaba validar el método en otra MMR, esta vez de un laboratorio industrial, esta otra máquina es de tipo mesa rotatoria, con cojinete aeroestático. A esta MMR se le denomina HUSILLO LAB. IND.

Durante ambos experimentos, se midió un patrón de redondez de cristal, denominado ESFERA CENAM cuando se midió en la primer MMR, y ESFERA LAB. IND. cuando se la midió en la MMR del laboratorio industrial. De este patrón ya se conocían las desviaciones de redondez por la aplicación del método descrito anteriormente.

En esta segunda MMR, del laboratorio industrial, se aplicó nuevamente el método, sobre el mismo patrón, es de resaltar que en esta MMR no se empleó la mesa a índice usada en la primer etapa, sino solamente se daba la posición angular con el indicador de la propia MMR, de esta forma se conocieron los errores tanto de la ESFERA CENAM, de nueva cuenta, y del husillo de la MMR del laboratorio secundario.

RESULTADOS

Los resultados de ambas máquinas fueron muy satisfactorios, de nueva cuenta los errores del patrón de redondez se obtuvieron y, al compararse contra los anteriores, se ve que existen variaciones máximas de cinco nanómetros, esto es admisible tomando en cuenta la incertidumbre de medición.

Los resultados de ambos experimentos se muestran en la figura 2.

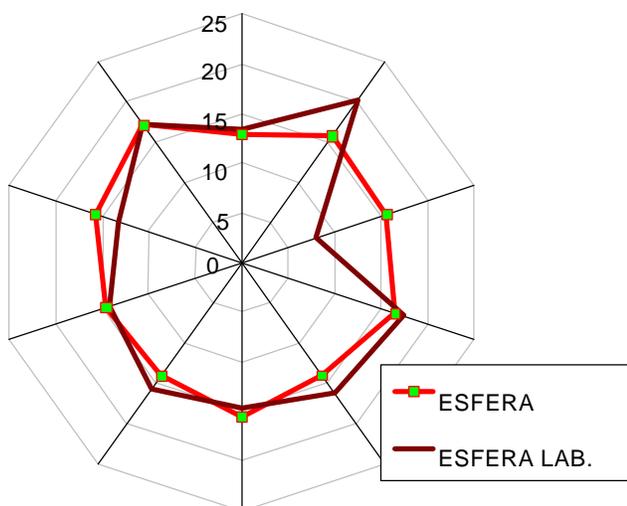


Figura 2. Comparación de los resultados de la esferas en ambas MMR.

Así mismo se obtuvieron las desviaciones de redondez del husillo de la segunda máquina, la cual demostró tener una configuración de errores totalmente distinta a la de la primer máquina, la cual es casi una elipse, y este caso se observa una configuración de tres lóbulos.

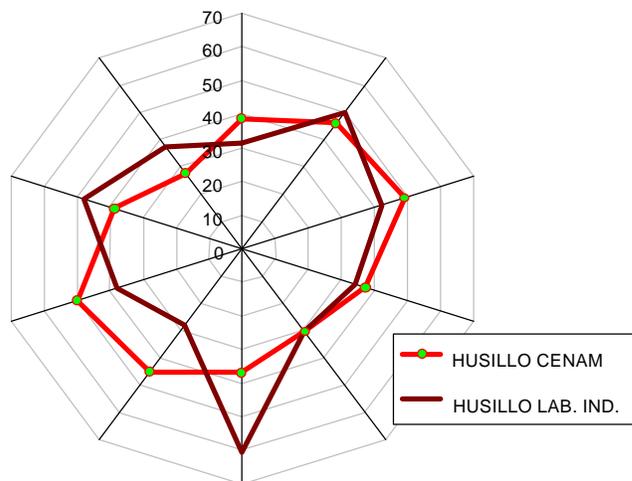


Figura 3. Comparación de los resultados de los husillos de ambas MMR.

CONCLUSIONES

El método aquí presentado, y de forma más extensa en [2], fue validado en una máquina de medición de redondez de aplicación industrial, lo cual demuestra que es factible implementarlo en otras MMR de similar aplicación. Los resultados de esta implementación contribuyen a:

- Reducir la incertidumbre de medición.
- Estudiar la estabilidad del husillo de la MMR.

REFERENCIAS

- [1] D.G. Luenenberg, *Optimization by Vector Space Methods*. (Ed. John Wiley & Sons, New York), (1969).
- [2] H. González, *Metodología para la remoción de errores en mediciones de redondez*. (Tesis de Maestría, ITC), 68, (1998).