



MEDICIÓN DE INDUCTANCIA USANDO UN PUENTE MAXWELL-WIEN

Ing. José Angel Moreno Hdez.

Centro Nacional de Metrología

jmoreno@cenam.mx



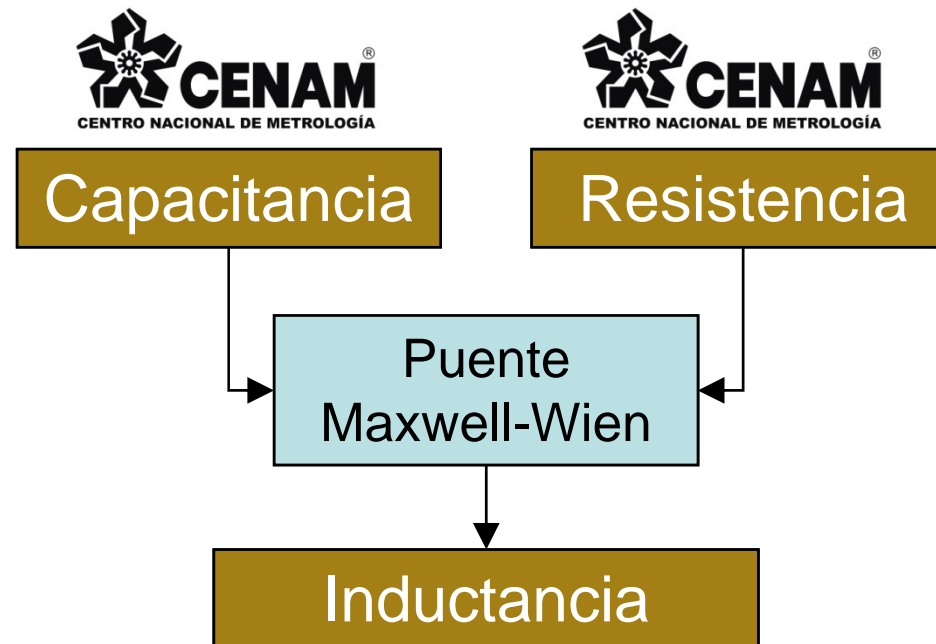
CONTENIDO

- Introducción
- Técnica de medición
- Evaluación de fuentes de error
- Estimación de incertidumbre
- Validación de resultados
- Conclusiones



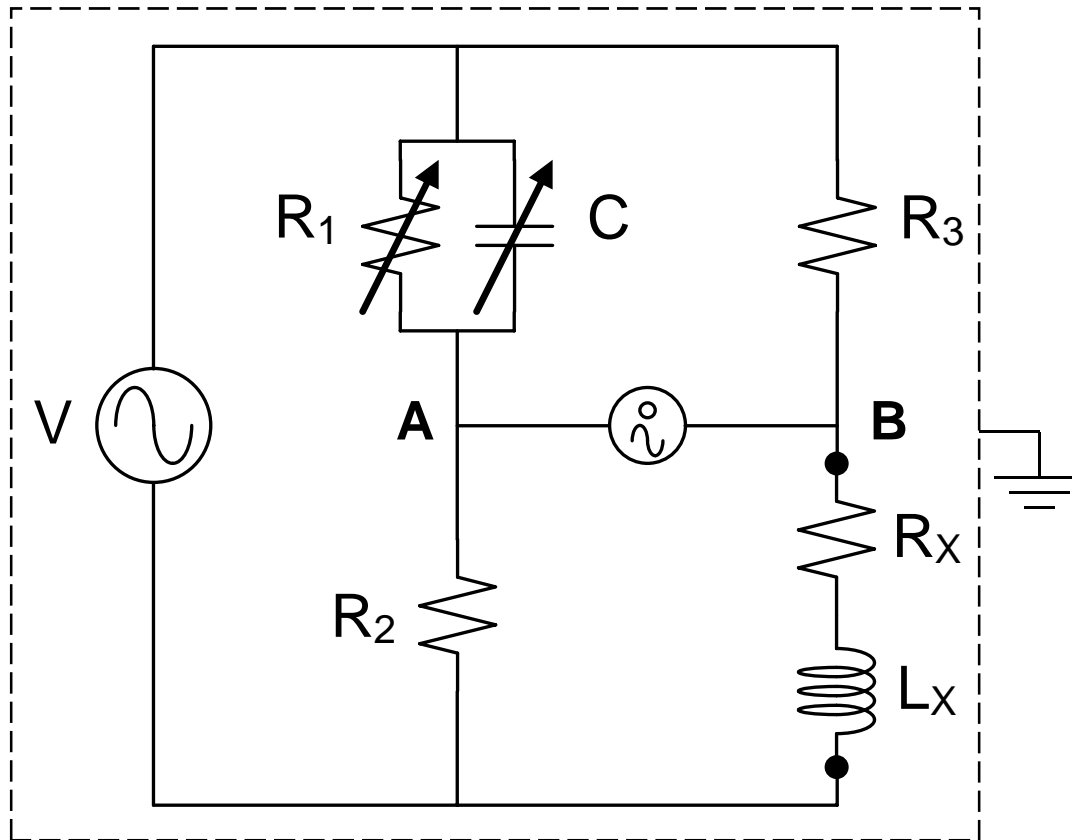
INTRODUCCIÓN

¿Para qué sirve un Puente Maxwell-Wien (PMW)?





Circuito Eléctrico Básico



$$L_x = R_2 R_3 C$$

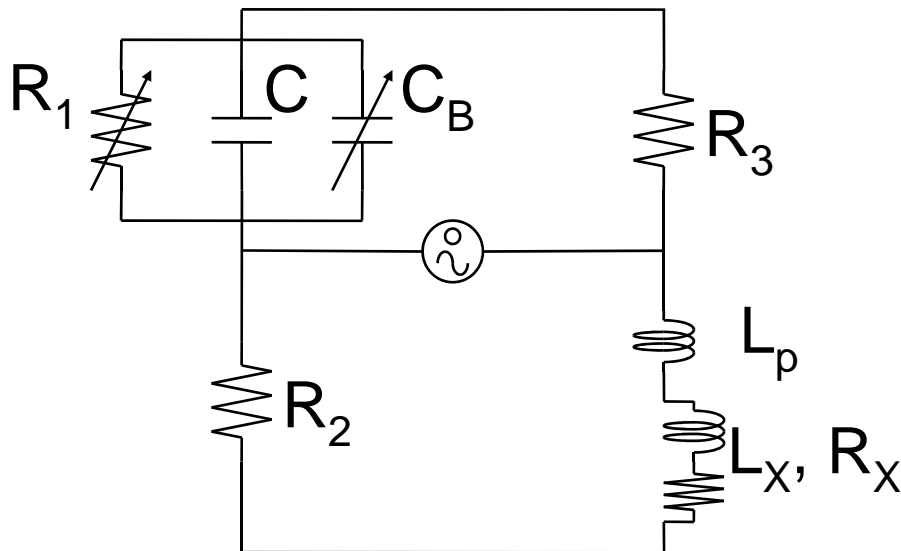
$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1}$$



PMW del CENAM

Técnica de Medición

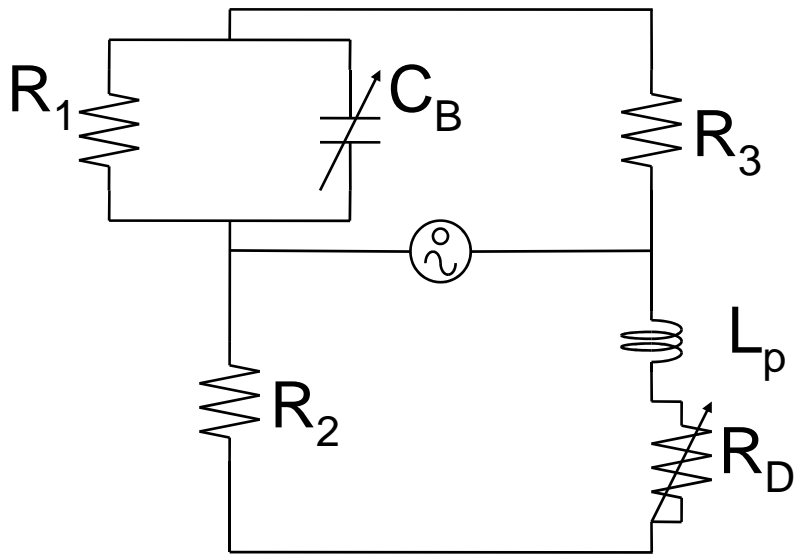
Medición Principal



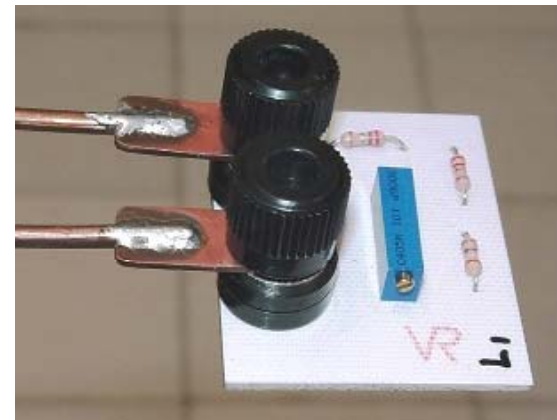
$$L_X + L_P = (C + C_{B1}) R_2 R_3$$



Medición Secundaria



$$L_P = C_{B2} R_2 R_3$$



Resistor Dummy

Combinando mediciones

$$L_X + L_P = (C + C_{B1}) R_2 R_3$$

$$L_P = C_{B2} R_2 R_3$$

$$L_X = (C + C_{B1} - C_{B2}) R_2 R_3$$

Para medir un inductor de 10 mH:

$$C = 10 \text{ nF}$$

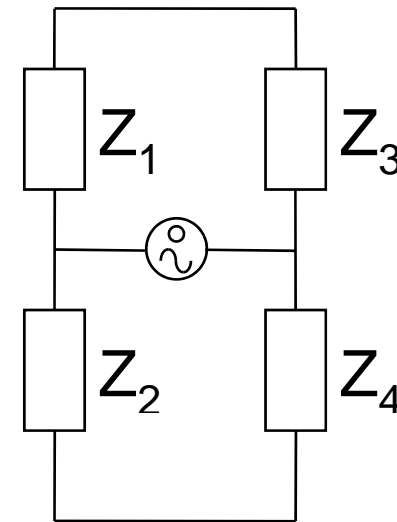
$$R_2 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$$



Evaluación de Fuentes de Error

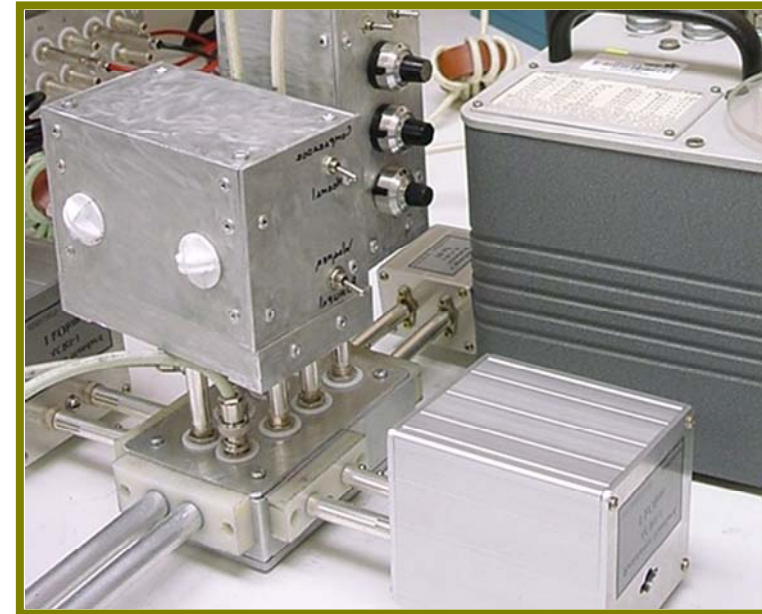
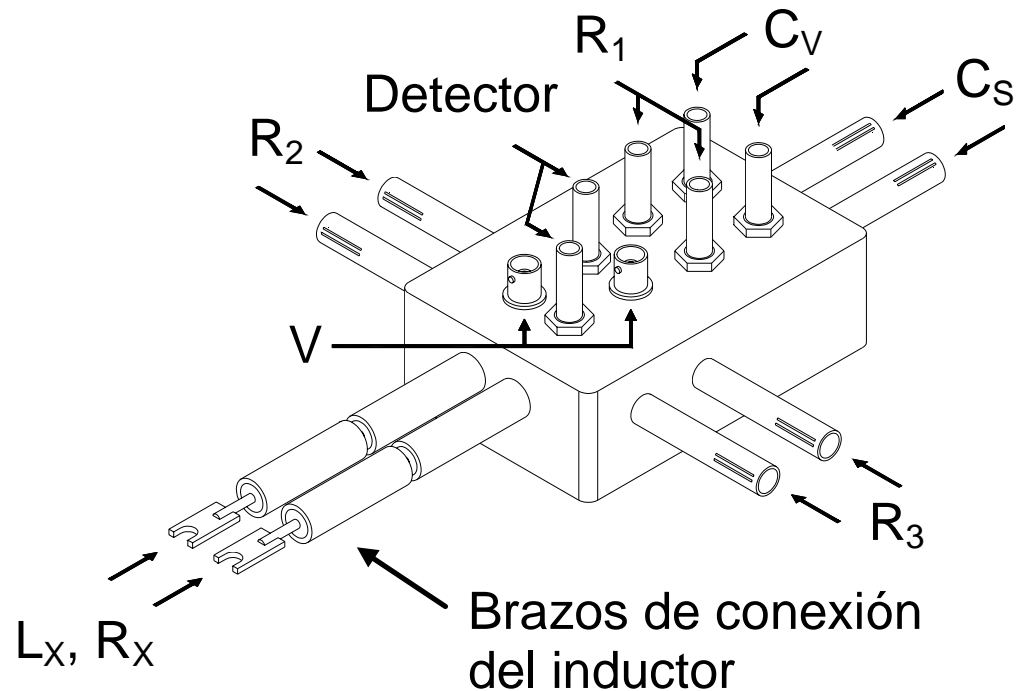
Circuito Real

- Las ramas del puente se componen de impedancias.
- Cada impedancia tiene distintos elementos parásitos.



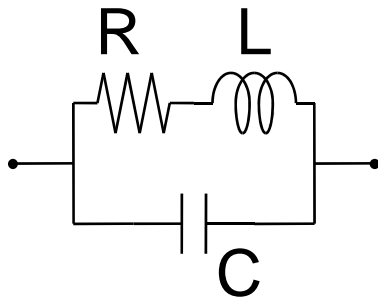
$$Z_4 = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1}$$

- El cabezal del puente aporta impedancias parásitas adicionales al circuito.





Impedancias Z_2 y Z_3 (resistores)



donde:

$$Z = R_W (1 + j\omega\tau)$$

$$R_W \approx \frac{R}{1 - \omega^2(2LC - R^2C^2)}$$

$$\tau \approx \frac{L}{R} - RC$$

$$Z_2 = (R_{21} + R_{22})(1 + j\omega(\tau_{21} + \tau_{22}))$$

$$Z_3 = (R_{31} + R_{32})(1 + j\omega(\tau_{31} + \tau_{32}))$$

R_{22} y R_{32} es la resistencia adicional en el cabezal de conexiones con sus respectivas τ_{22} y τ_{32} .



Impedancia Z_4 (Inductor a medir en circuito equivalente serie)

Medición Principal:

$$Z_4 = (R_{41} + R_{42}) + j\omega(L_{41} + L_{42})$$

Medición Secundaria:

$$Z_4 = (R_{43} + R_{42}) + j\omega(L_{43} + L_{42})$$

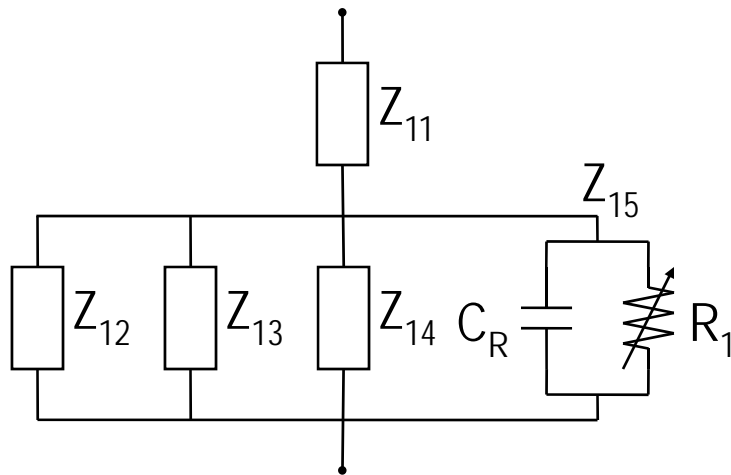
R_{41} y L_{41} son la resistencia e inductancia del inductor bajo medición.

R_{42} y L_{42} son los elementos parásitos del brazo de conexión del inductor.

R_{43} y L_{43} es la resistencia e inductancia parásita (L_{RD}) del Resistor Dummy.



Impedancia Z_1 (Circuito de balance principal)



Z_{11} es la impedancia parásita en serie del cabezal.

Z_{12} es el capacitor patrón con factor de disipación D .

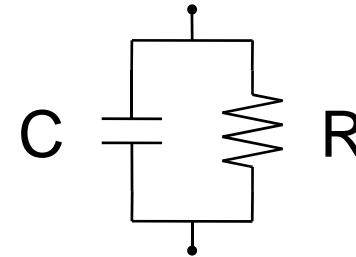
$Z_{13(A,B)}$ es el capacitor de balance con factor de disipación $D_{13(A,B)}$.

Z_{14} es la capacitancia parásita del cabezal C_{14} con factor de disipación D_{14} .

Z_{15} es el resistor variable R_1 y la capacitancia C_R conectados en paralelo.



Modelando un Circuito
 Equivalente paralelo para Z_1 :



Medición Principal:

$$Z_1 = \frac{R_{1A}}{1 + j\omega R_{1A} C_{1A}}$$

Medición Secundaria:

$$Z_1 = \frac{R_{1A}}{1 + j\omega R_{1A} C_{1B}}$$



Resolviendo para L_x :

$$\begin{aligned}
 L_X = & R_2 R_3 (C + C_{B1} - C_{B2}) + C(R_2 R'_3 + R'_2 R_3) + L_{RD} \\
 & + CR'_2 R'_3 + (R'_2 R'_3 + R_2 R'_3 + R'_2 R_3)(C_{B1} - C_{B2}) \\
 & + \omega^2 C (R_2 \tau_2 R_3 \tau_3 + R_2 \tau_2 R'_3 \tau'_3 - R'_2 \tau'_2 R_3 \tau_3 - R'_2 \tau'_2 R'_3 \tau'_3) \\
 & - \omega^2 C_{B1} (R_2 \tau_2 R_3 \tau_3 + R_2 \tau_2 R'_3 \tau'_3 - R'_2 \tau'_2 R_3 \tau_3 + R'_2 \tau'_2 R'_3 \tau'_3) \\
 & + \omega^2 C_{B2} (R_2 \tau_2 R_3 \tau_3 + R_2 \tau_2 R'_3 \tau'_3 + R'_2 \tau'_2 R_3 \tau_3 + R'_2 \tau'_2 R'_3 \tau'_3)
 \end{aligned}$$

$< 1 \mu\text{H}/\text{H}$ a 1 kHz

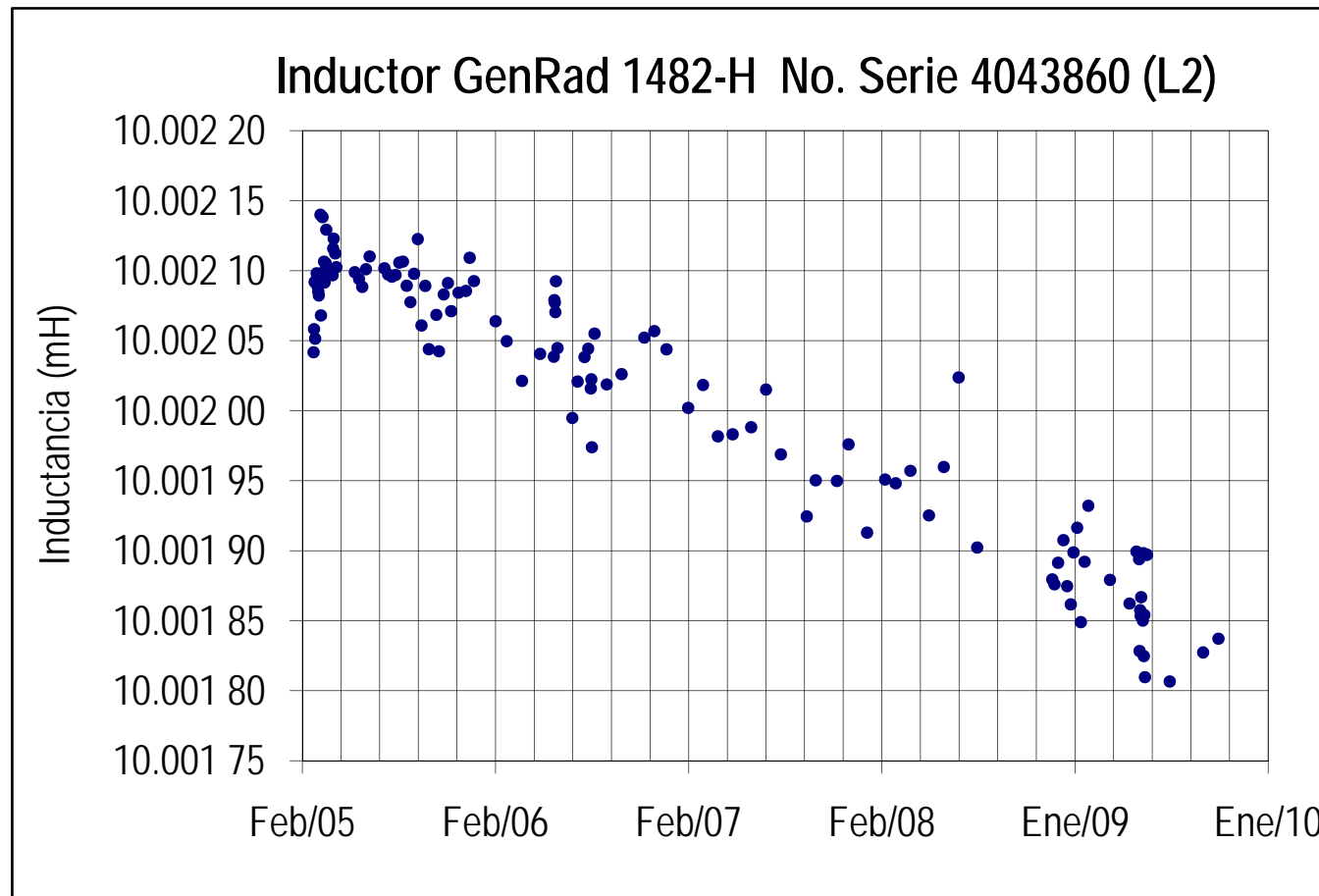


Ecuación de Balance

(incluyendo correcciones por temperatura y por la medición del capacitor de balance)

$$L_X = (C + C_{B1} - \varepsilon_{AH1} - C_{B2} + \varepsilon_{AH2}) R_2 R_3 + C(R_2 R'_3 + R'_2 R_3) + L_{RD} + \alpha(23 - T_X + \varepsilon_{TX})$$

Mediciones desde 2005:





ESTIMACIÓN DE INCERTIDUMBRE

$$L_X = (C + C_{B1} - \varepsilon_{AH1} - C_{B2} + \varepsilon_{AH2}) R_2 R_3 \\ + C (R_2 R'_3 + R'_2 R_3) + L_{RD} + \alpha (23 - T_X + \varepsilon_{TX})$$

Se evaluaron 34 fuentes de incertidumbre asociadas a los parámetros del modelo, a las propiedades de los balances y la repetibilidad de las mediciones.



Fuentes de incertidumbre evaluadas

- Valor y estabilidad del valor de C , R_2 , R'_2 , R_3 , R'_3 , ε_{AH2} , ε_{AH2} , L_{RD} , α , y ε_{TX} .
- Dispersión y resolución de C_{B1} , C_{B2} y T_X .
- Efecto de temperatura sobre C , R_2 , R_3 y L_X .
- Aproximación del modelo matemático.
- Balances principal y secundario finales.
- Estabilidad entre balances del valor de C y del resistor de balance R_1 .
- Repetibilidad del valor de L_X .

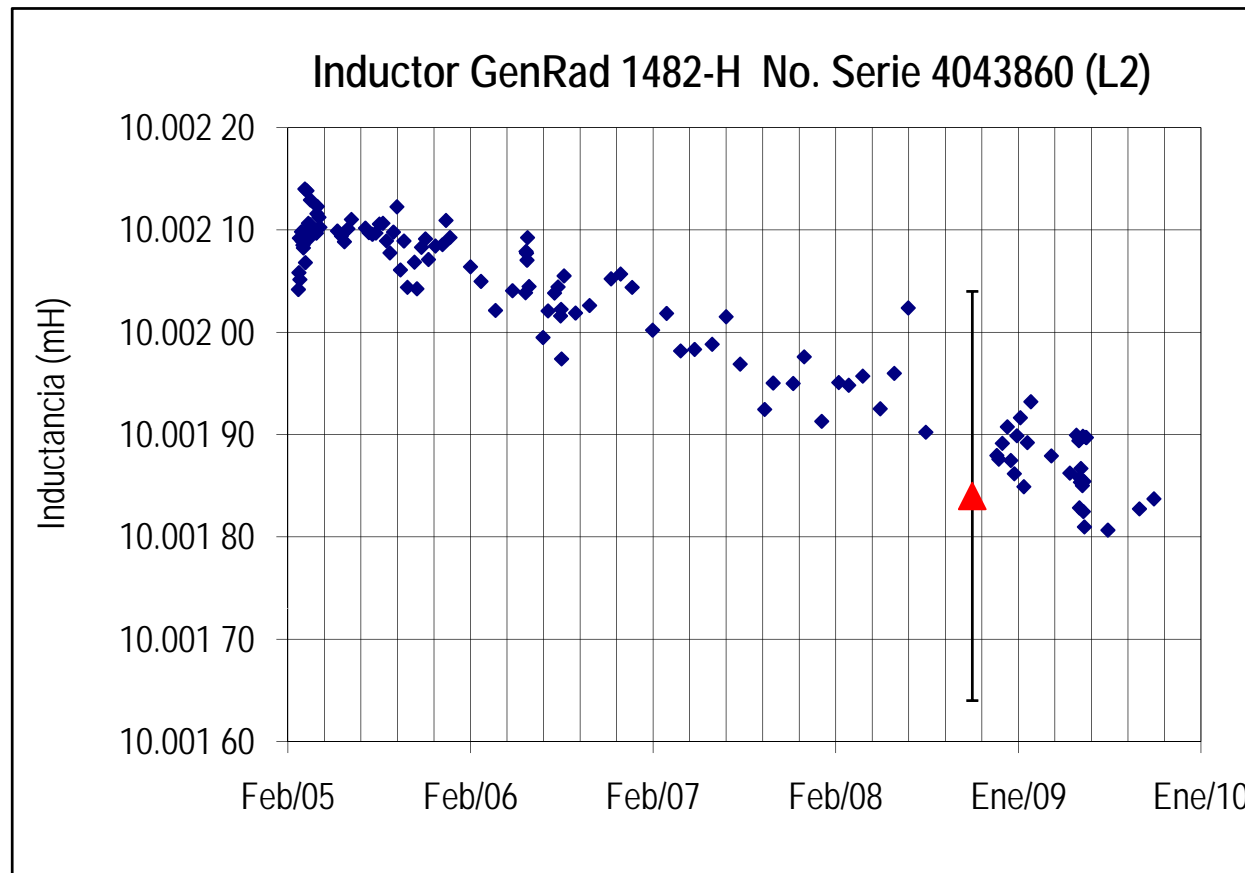


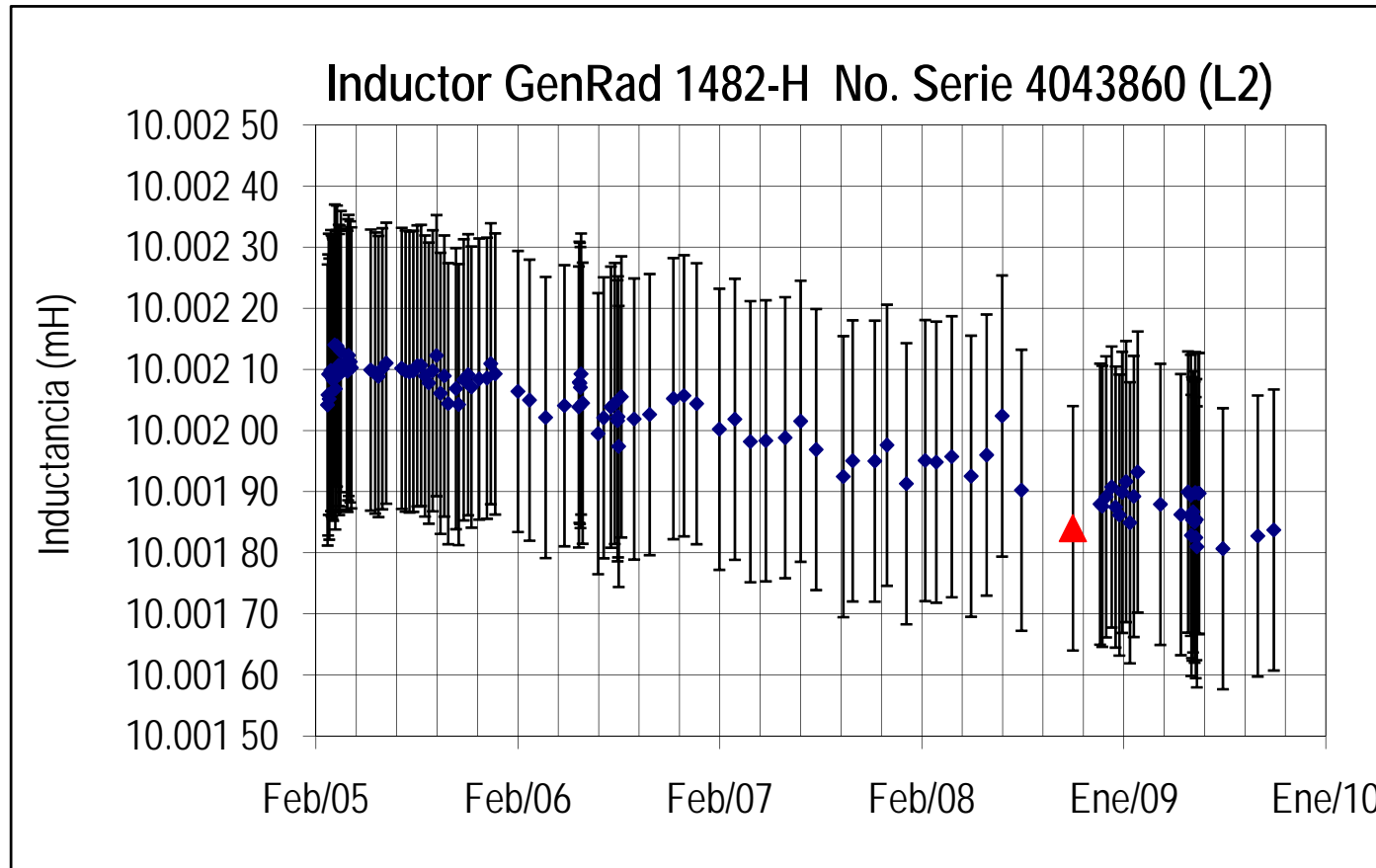
Contribuciones de Incertidumbre

| Fuente de Incertidumbre | Contribución ($\mu\text{H}/\text{H}$) |
|--|--|
| Capacitancias C y C_B | 6,0 |
| Corrección de Temperatura | 5,2 |
| Inductancia del Resistor Dummy | 4,2 |
| Efecto de Impedancias Parásitas | 4,1 |
| Valor de R_2 | 4,1 |
| Valor de R_3 | 4,1 |
| Balance y Modelado | 1,3 |
| Repetibilidad de L_x | 0,6 |
| Incertidumbre Combinada: 11,5 $\mu\text{H}/\text{H}$ | |
| Incertidumbre Expandida: 23 $\mu\text{H}/\text{H}$ (k=2,0) | |

VALIDACIÓN DE RESULTADOS

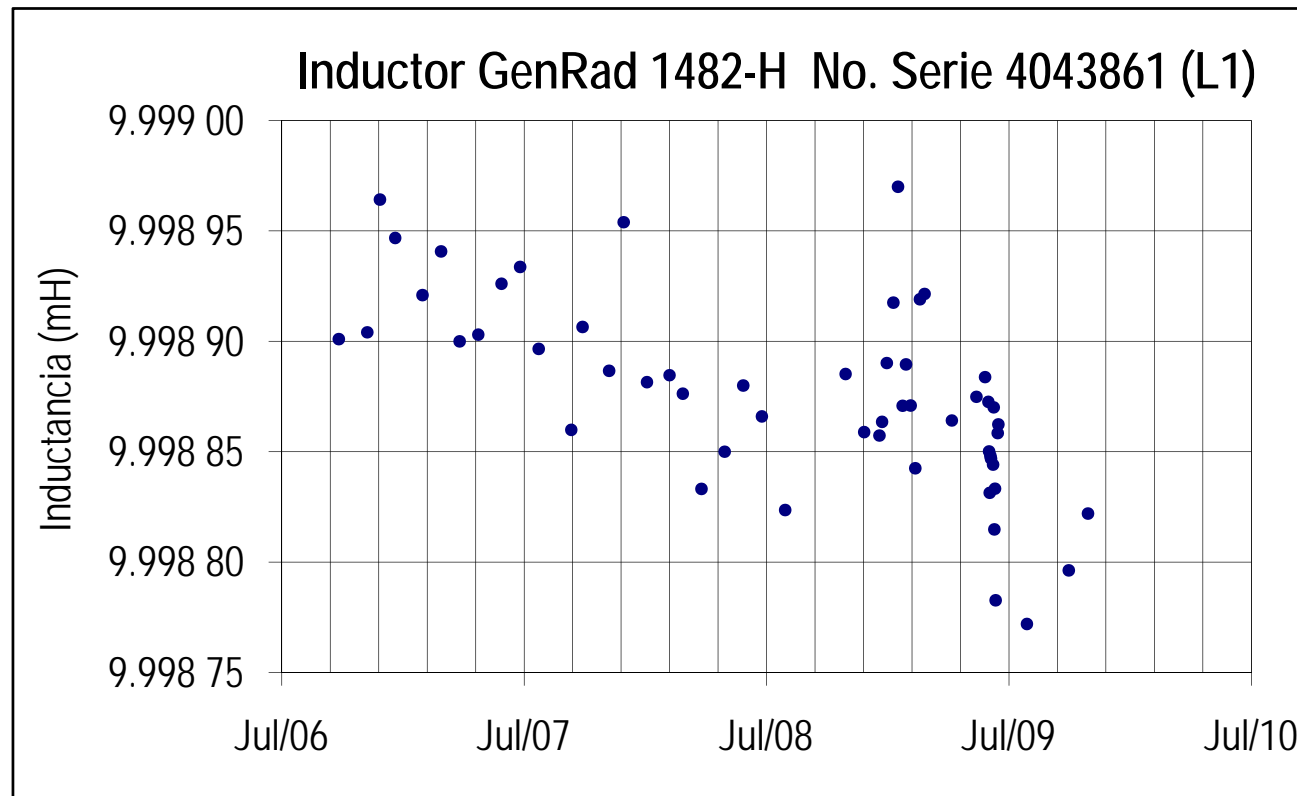
Comparación de resultados con PTB de Alemania:





Los valores del CENAM y del PTB son equivalentes dentro de $\pm 25 \mu\text{H}/\text{H}$.

Estabilidad del Patrón Nacional de Inductancia:



Se confirma que se dispone de patrones con deriva menor a 5 $\mu\text{H}/\text{H}$ por año.



Evaluaciones adicionales:

- En Julio de 2009 se realizó la medición del inductor viajero de la comparación SIM.EM-K4. Se esperan resultados durante 2010.
- En Septiembre de 2009 el Dr. Yicheng Wang (NIST de USA) revisó las CMC del laboratorio de impedancia, incluyendo al PMW. No hubo ninguna observación.



CONCLUSIONES

- *El PMW permite lograr resultados técnicamente válidos con trazabilidad a Patrones Nacionales.*
- *La incertidumbre de medición se reduce a la mitad respecto a la declarada actualmente.*
- *Se dispone de un sistema de referencia para la medición de inductancia estable.*
- *Los servicios de calibración podrán ser ofrecidos con una mejor incertidumbre de medición.*



Agradecimientos

- *M. en C. Felipe Hernández M.*
- *Dr. Rüdiger Hanke, Ing. Robert Köster, Ing. Wolfgang Klopp del PTB de Alemania.*
- *Dr. Rae Duk Lee del KRISS de Corea del Sur.*
- *Dr. Yuri P. Semenov del VNIIM de Rusia.*
- *Ing. Víctor J. Díaz del ITV y al T.S.U. Héctor N. López de la UTEQ.*
- *Compañeros de DMEM del CENAM.*



Referencias:

- **W.D. Cooper, “Instrumentación Electrónica y Mediciones”, Prentice Hall, 1990, pp. 185-187 y pp. 195-196.**
- **B.P. Kibble, G.H.Rayner, “Coaxial AC Bridges”, Adam Hilger Ltd., 1984, pp. 10-11 y 159-160.**
- **Zapf T.L., “Calibration of inductance standards in the Maxwell-Wien Bridge Circuit”, J. Research NBS-C, Vol. 65 C, No. 3, pp. 183-188, 1961.**
- **B. Hague and T.R. Ford, "Alternating Current Bridge Methods", Great Britain, Pitman Publishing, 6th ed., 1971.**
- **J.A. Moreno, “Desarrollo de un Puente Maxwell-Wien Para el Mejoramiento del Patrón Nacional de Inductancia“, Simposio de Metrología 2006, Querétaro.**
- **“NMX-CH-140-IMNC-2002 Guía para la expresión de incertidumbre en las mediciones”, IMNC 2003.**



GRACIAS
POR SU
ATENCIÓN
Y
ASISTENCIA