

Varianza de Allan

Herramienta para el diagnóstico de fallas en osciladores

J. Mauricio López R.

Centro Nacional de Metrología
CENAM

Contenido

- 1. Introducción**
- 2. Algunos métodos de medición en Tiempo y Frecuencia**
- 3. Varianza de Allan**
- 4. Barras de Incertidumbre**
- 5. Ejemplos de análisis de desempeño de osciladores utilizando la varianza de Allan**

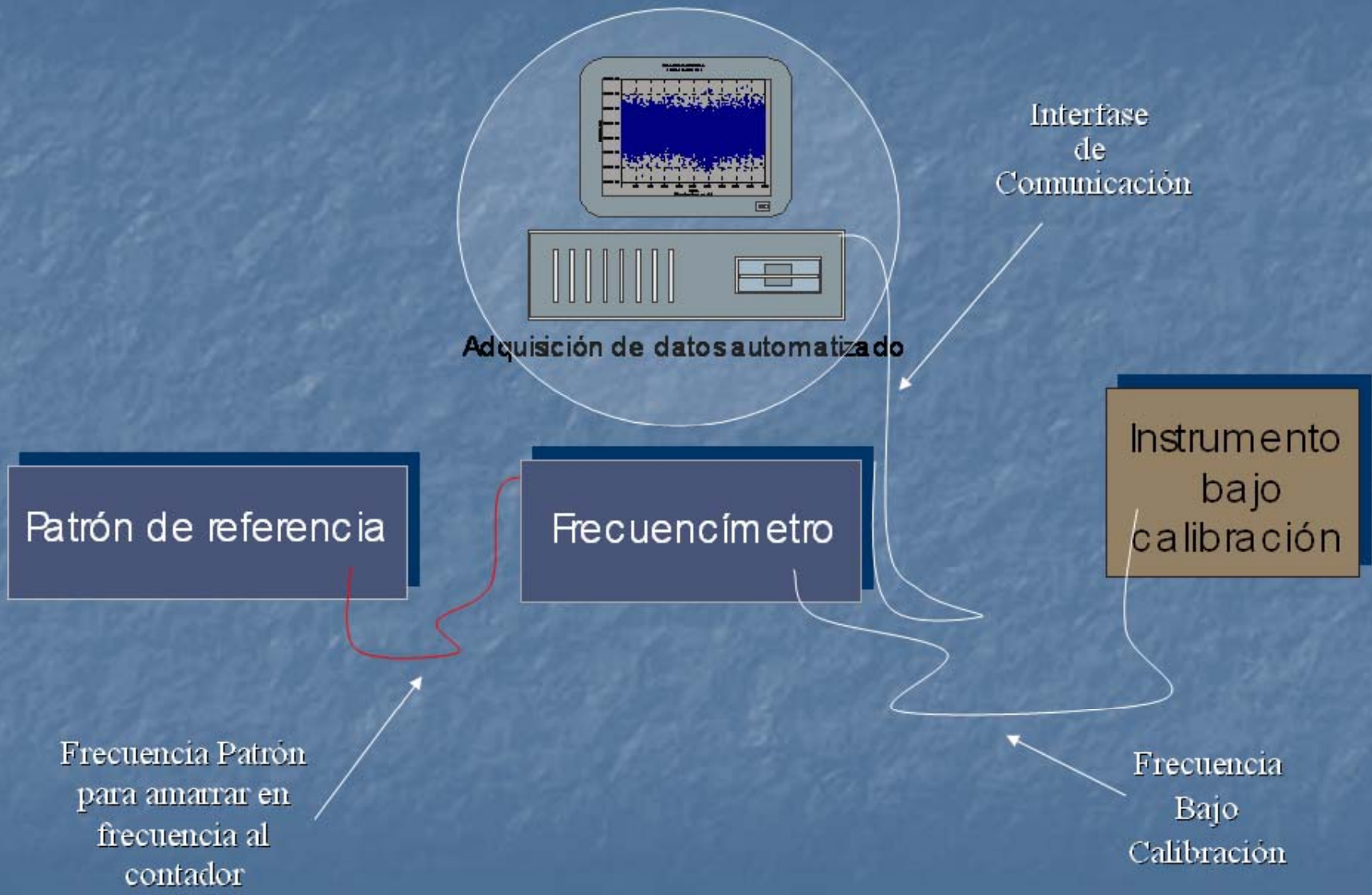
Introducción

VARIANZA ESTÁNDAR VS VARIANZA DE ALLAN

El uso de la varianza estándar en el análisis de la dispersión de variables dependientes del tiempo puede conducir a problemas de divergencia cuando el número de mediciones tiende a infinito. Dicha divergencia puede ser originada por una fuerte correlación entre mediciones que introduce ruidos no blancos en las series de mediciones. En el caso de la metrología de tiempo y frecuencia, por ejemplo, la presencia de ruidos no blancos como el llamado ruido en frecuencia de paso aleatorio (*Random Walk Frequency Noise*) introduce una rápida divergencia en el análisis de estabilidad de frecuencia cuando se usa la varianza estándar. El uso de la llamada Varianza de Allan se ha generalizado a nivel internacional para expresar la estabilidad de osciladores ya que es convergente para los principales ruidos no blancos presentes en señales de frecuencia y en series de tiempo. La varianza de Allan es una herramienta muy útil para el diagnóstico de fallas en osciladores.

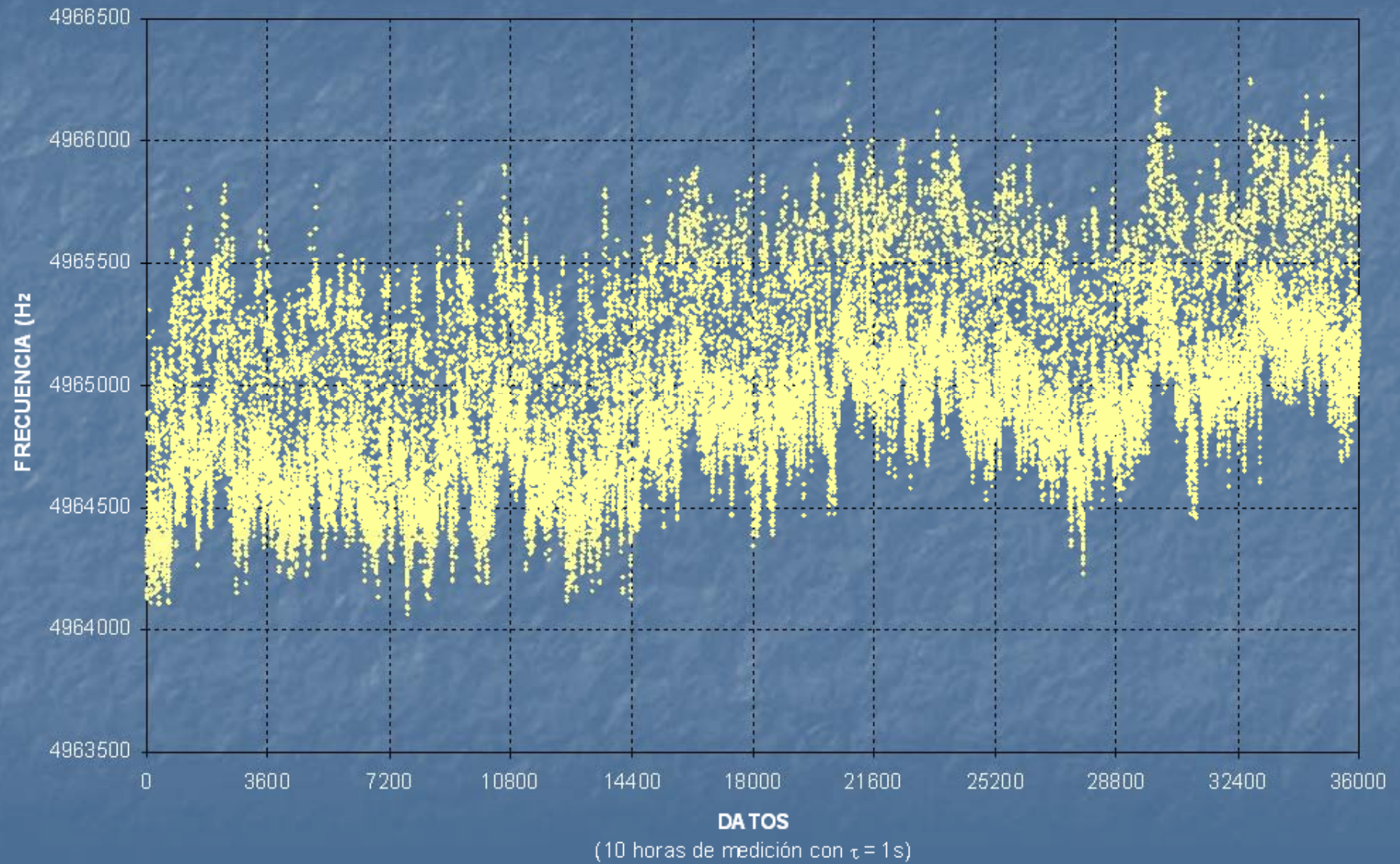
**Algunos métodos de medición en
Tiempo y Frecuencia**

Mediciones de Frecuencia

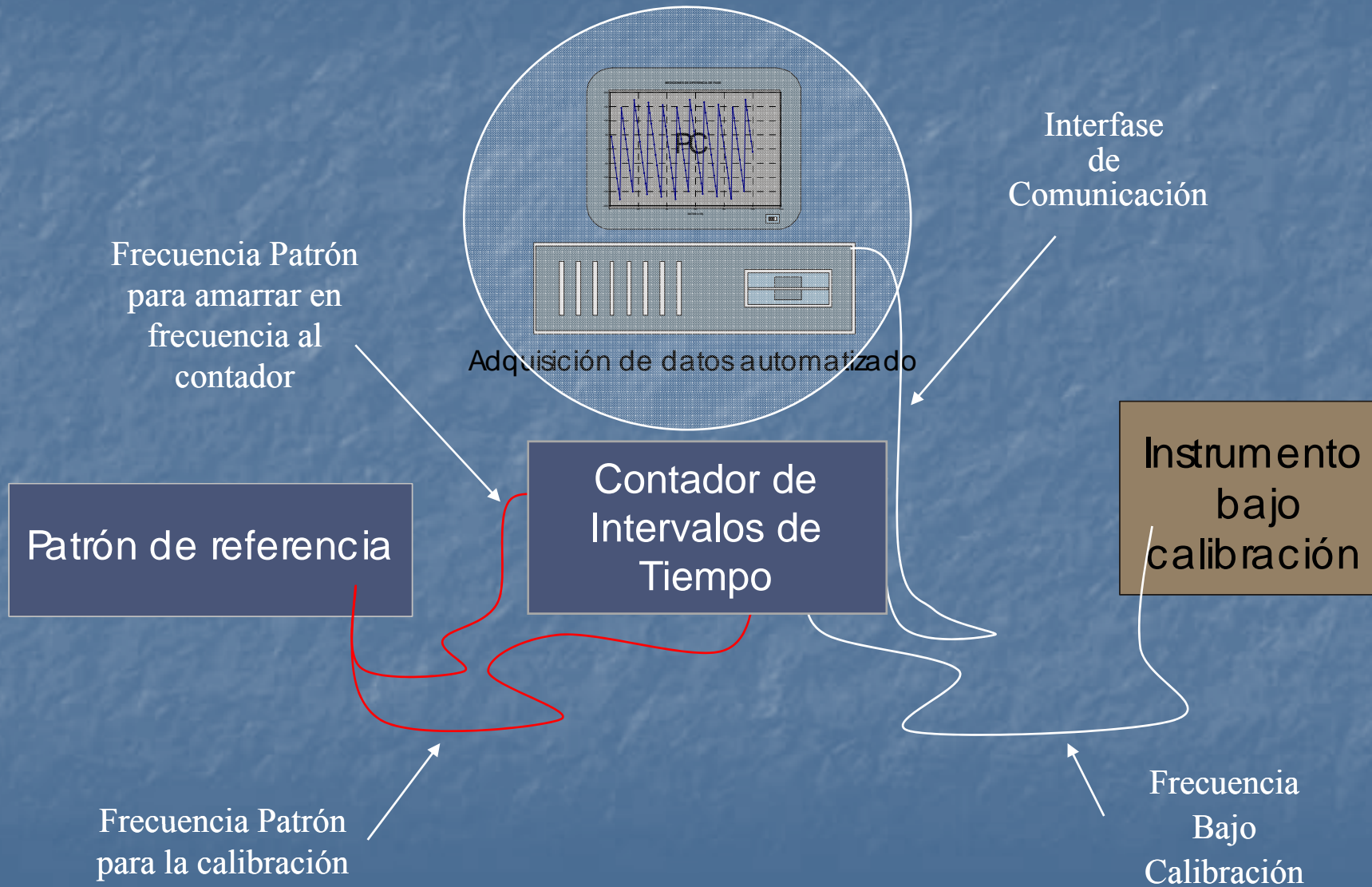


Método de medición directa de frecuencia

MEDICIONES DE FRECUENCIA

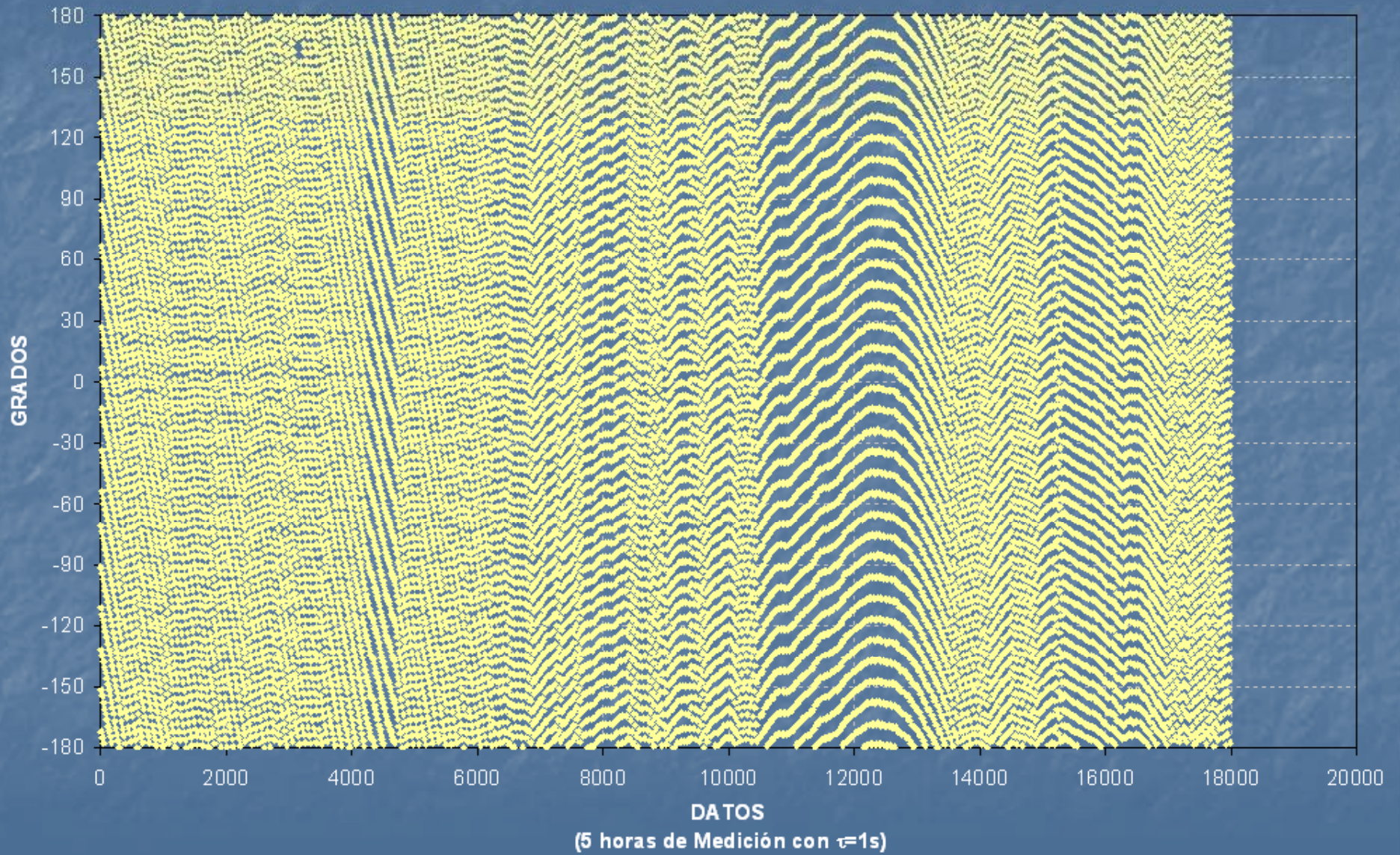


Mediciones de Diferencia de Fase

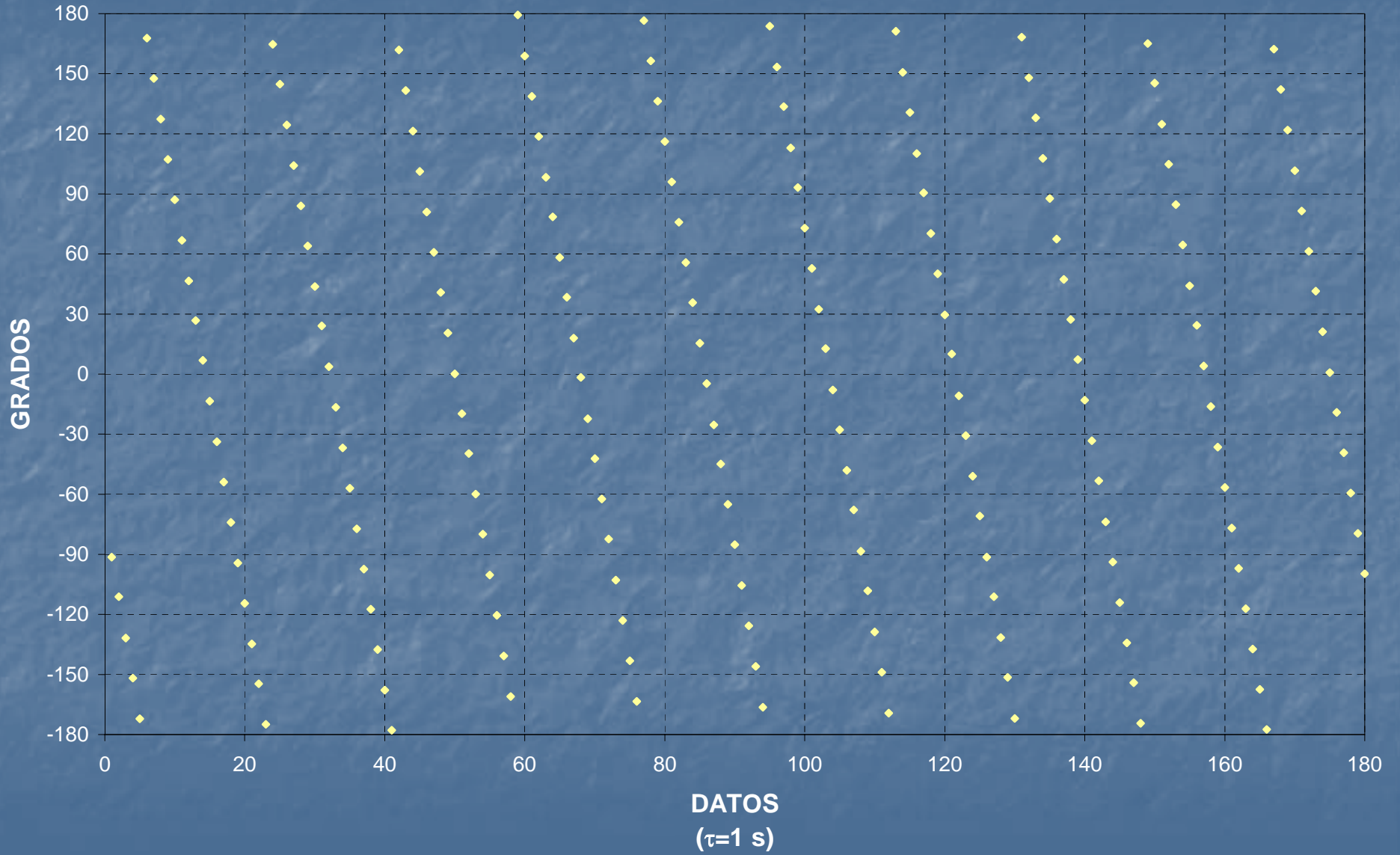


Método de medición de diferencia de fase

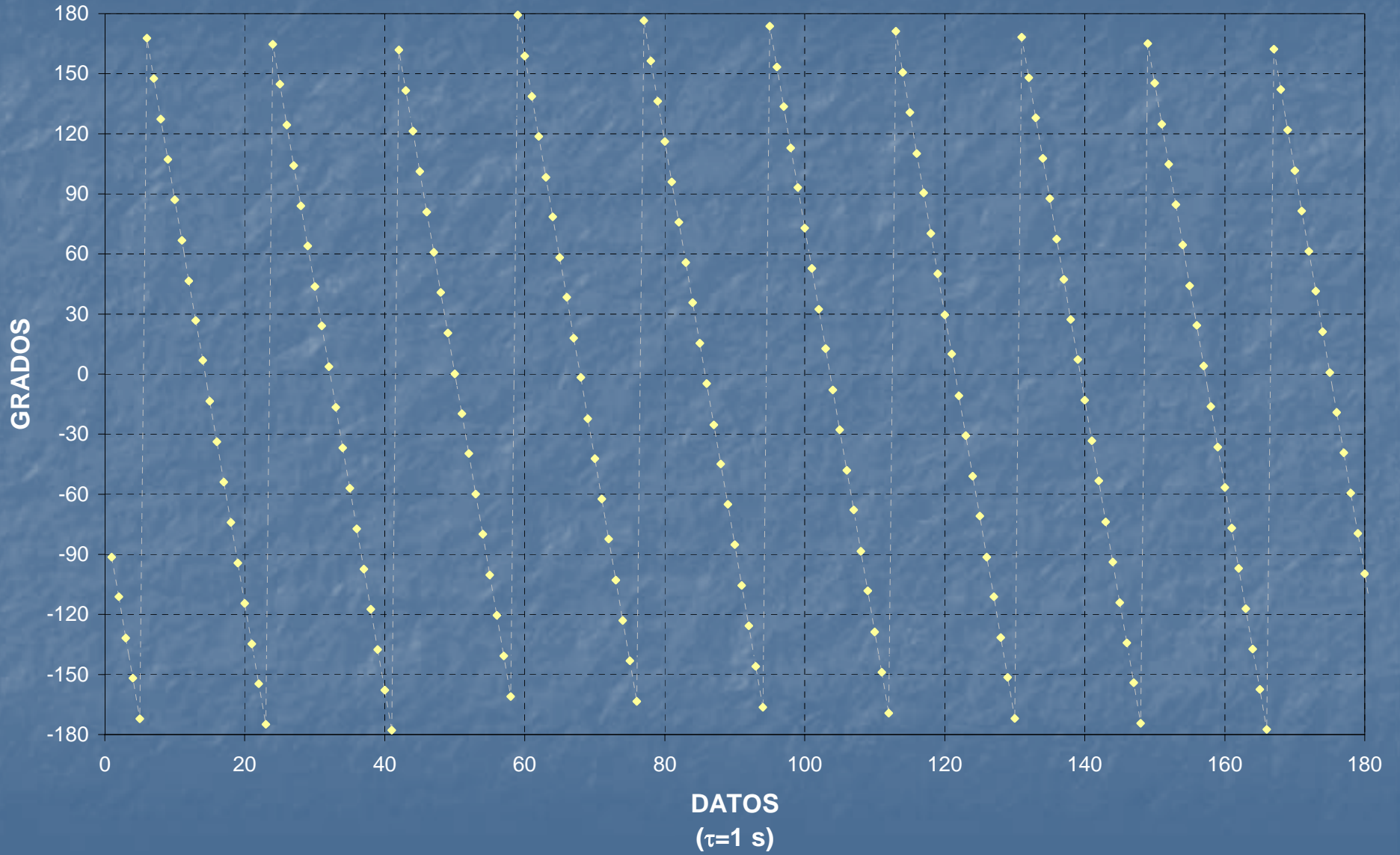
MEDICIONES DE DIFERENCIA DE FASE



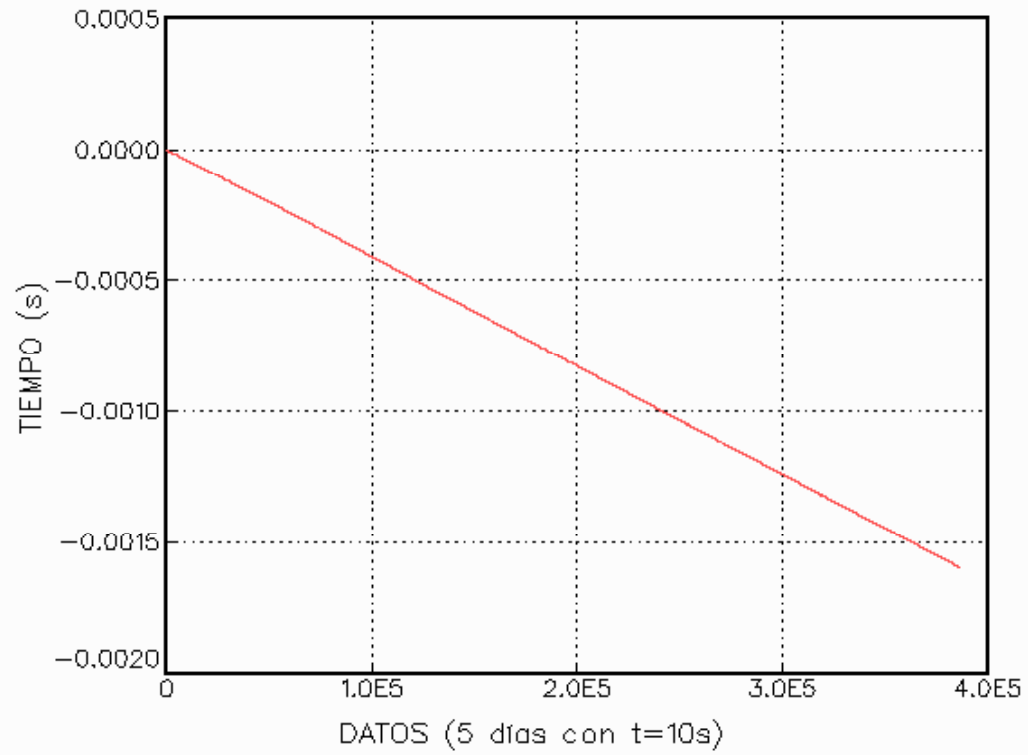
MEDICIONES DE DIFERENCIA DE FASE



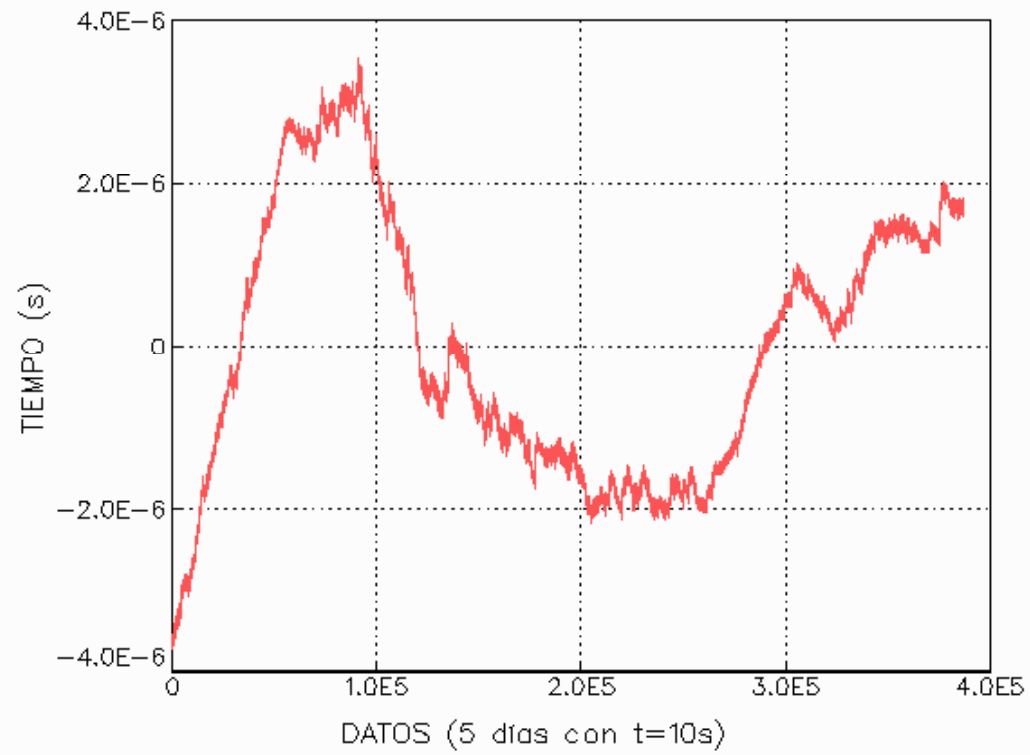
MEDICIONES DE DIFERENCIA DE FASE



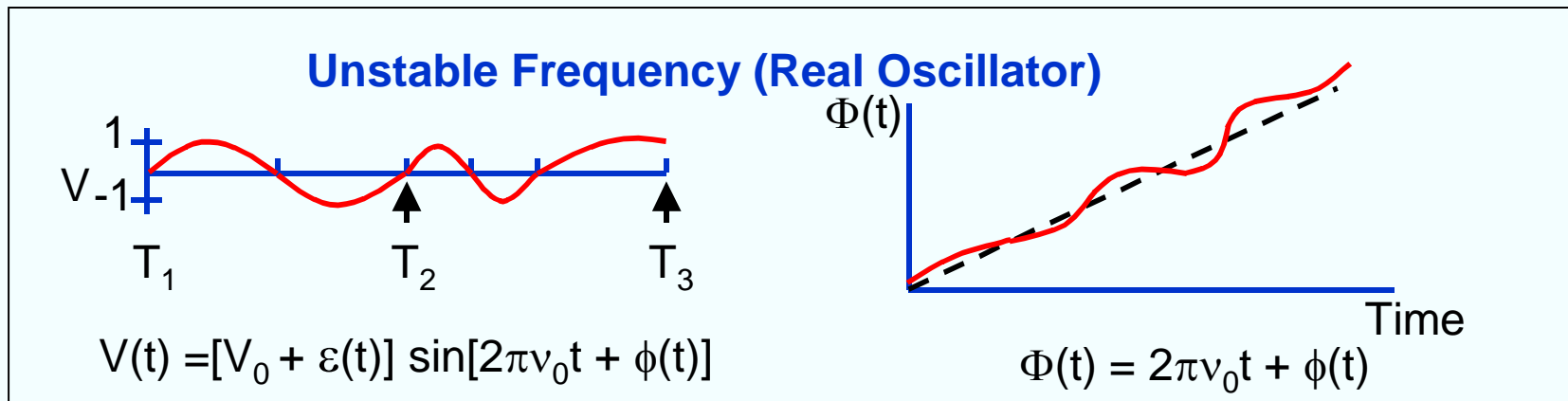
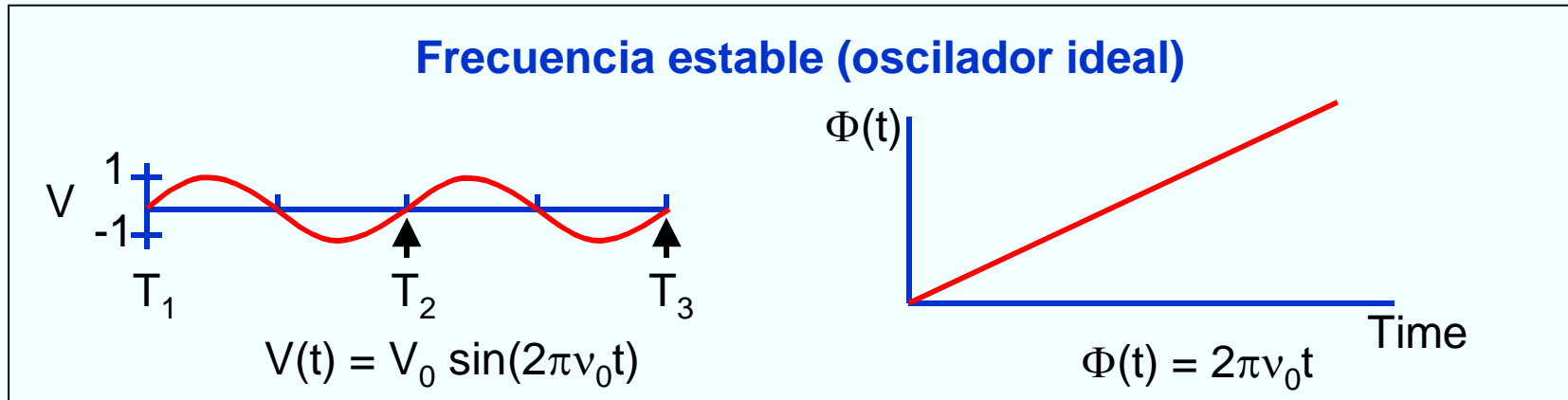
MEDICIONES DE DIFERENCIA DE FASE
52360610.DAT



RESIDUOS DEL AJUSTE A UNA RECTA
52360610.DAT



Inestabilidad en frecuencia (ruido)



Instantaneous frequency, $\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi(t)}{dt} = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$

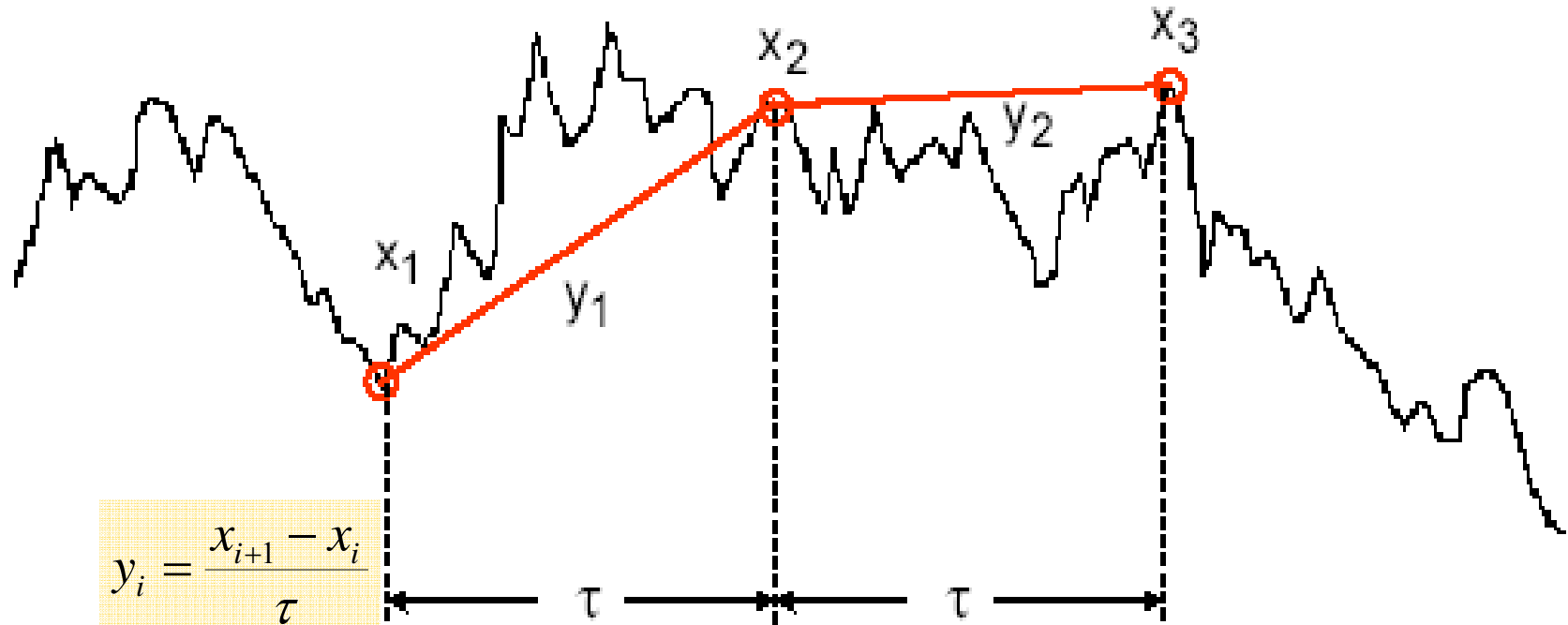
$V(t)$ = salida del oscilador, V_0 = Amplitud nominal pico-a-pico
 $\varepsilon(t)$ = amplitud de ruido, ν_0 = frecuencia nominal
 $\Phi(t)$ = fase, and $\phi(t)$ = ruido de fase

Varianza de Allan

La Varianza de Allan es la herramienta usada para el análisis de mediciones de Tiempo y Frecuencia siendo un estimador de la dispersión de las mediciones, determinando así, la estabilidad del oscilador bajo calibración.

Concepto de la Varianza de Allan

X = Time Difference



$$y_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{\tau}$$

$$\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2} \langle (\Delta y_i)^2 \rangle$$

Frecuencia

$$\Delta^2 x_i = x_{i+2} - 2x_{i+1} + x_i$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\tau^2} \langle (\Delta^2 x_i)^2 \rangle$$

Fase

Time

Varianza de Allan para Mediciones de Frecuencia



$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2\tau_0(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} (y_{i+1} - y_i)^2$$

donde:

σ_y^2

Varianza de Allan

N

Número de datos espaciados τ_0

τ

Tiempo de observación = $m\tau_0$

y_i

i-ésima medición de fase

m

= 2^n cálculos posibles

Varianza de Allan para Mediciones de Diferencia de Fase



$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(N-2m)\tau^2} \sum_{i=1}^{N-2m} (x_{i+2m} - 2x_{i+m} + x_i)^2$$

donde:

σ_y^2

Varianza de Allan

x_i

i-ésima medición de fase

N

Número de datos espaciados τ_0

τ

Tiempo de observación = $m\tau_0$

m

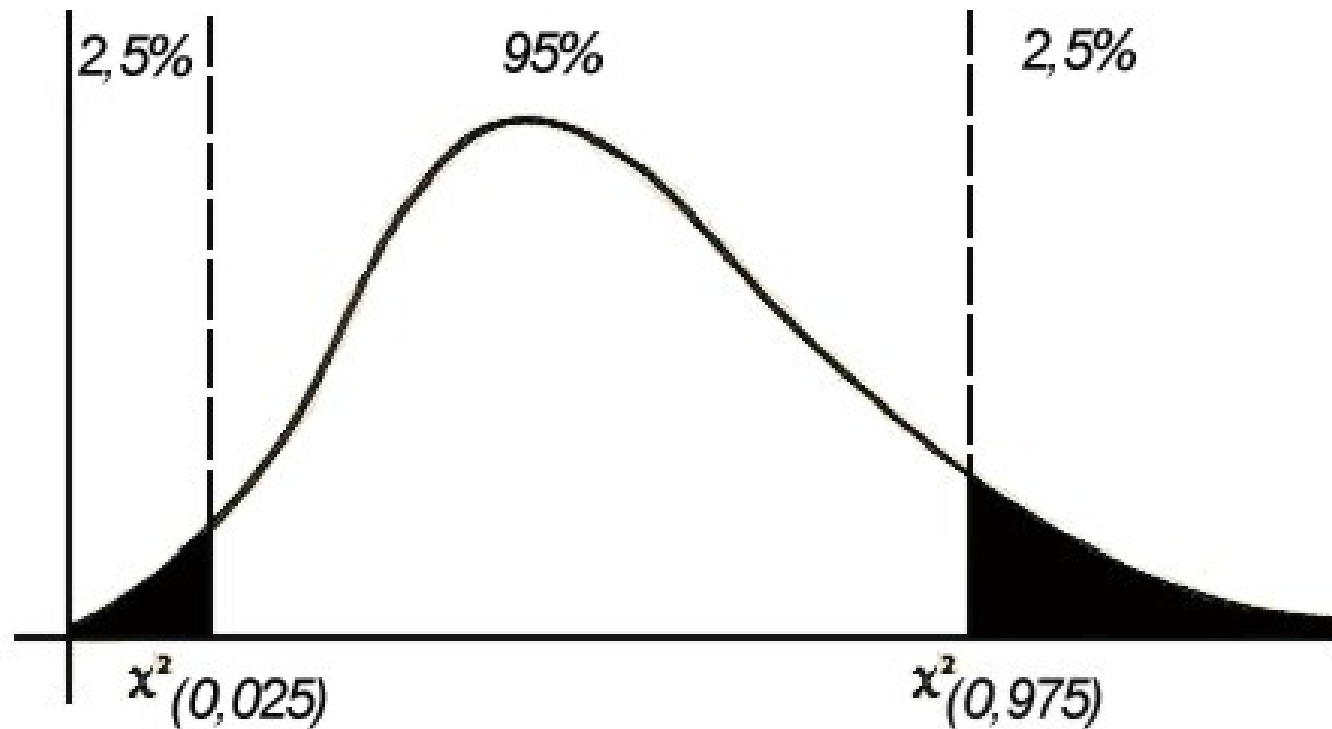
= 2^m cálculos posibles

Barras de Incertidumbre

Distribución χ^2

Para $df < 100$

$$\chi^2 = (df) \frac{s_y^2}{\sigma_y^2}$$



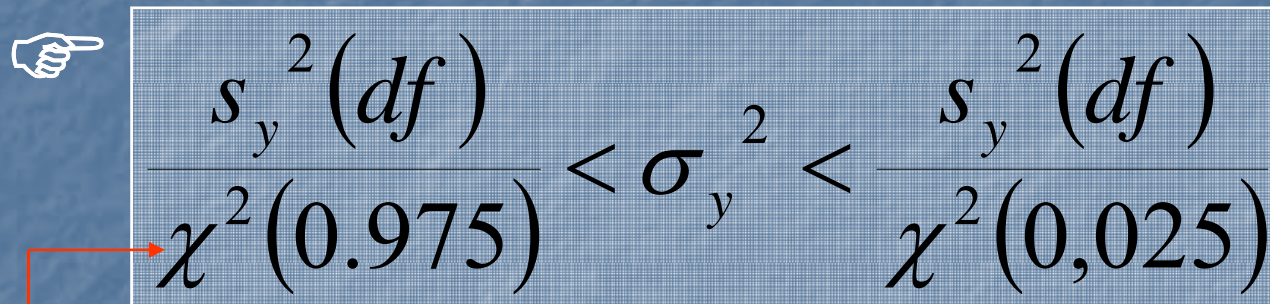
Distribución χ^2

Barras de incertidumbre

$$\chi^2 = (df) \frac{s_y^2}{\sigma_y^2}$$

Barra Inferior

Barra Superior

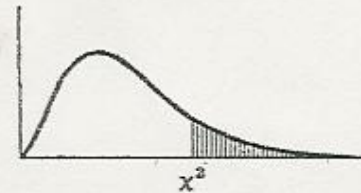

$$\frac{s_y^2 (df)}{\chi^2 (0.975)} < \sigma_y^2 < \frac{s_y^2 (df)}{\chi^2 (0,025)}$$

Tablas χ^2

Tabla X²

TABLE VII. The χ^2 Distribution

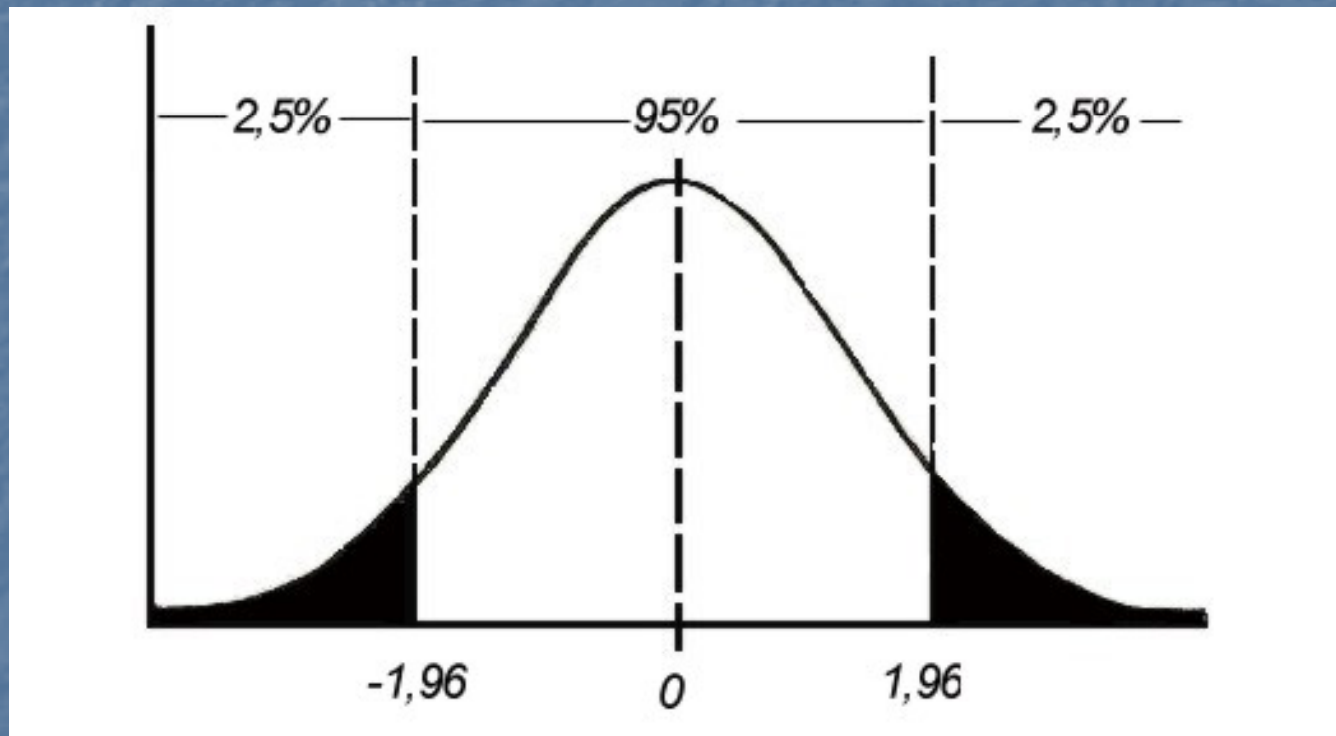
The first column lists the number of degrees of freedom (ν). The headings of the other columns give probabilities (P) for χ^2 to exceed the entry value. For $\nu > 100$, treat $\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2\nu - 1}$ as a standard normal variable.



$P \backslash \nu$	0.995	0.975	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.003927	0.009821	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	0.010025	0.050636	5.99147	7.37776	9.21034	10.5966
3	0.071721	0.215795	7.81473	9.34840	11.3449	12.8381
4	0.206990	0.484419	9.48773	11.1433	13.2767	14.8602
30	13.7867	16.7908	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720
40	20.7065	24.4331	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659
50	27.9907	32.3574	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900
60	35.5346	40.4817	79.0819	83.2976	88.3794	91.9517
70	43.2752	48.7576	90.5312	95.0231	100.425	104.215
80	51.1720	57.1532	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.1963	65.6466	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.3276	74.2219	124.342	129.561	135.807	140.169

Barras de incertidumbre

Para $df > 100$



Barras de incertidumbre

Para $df > 100$



$$\chi^2(0,025) = \frac{1}{2}(h - 1,96)^2$$

Barra Superior



$$\chi^2(0,975) = \frac{1}{2}(h + 1,96)^2$$

Barra Inferior

donde:



$$h = \sqrt{2df - 1}$$

Número de Grados de Libertad

White Phase Modulation



$$df = \frac{(N+1)(N-2m)}{2(N-m)}$$

Flicker Phase Modulation



$$df = \exp \left[\ln \left(\frac{N-1}{2n} \right) \ln \left(\frac{(2m+1)(N-1)}{4} \right) \right]$$

White Frequency Modulation



$$df = \left[\frac{3(N-1)}{2m} - \frac{2(N-2)}{N} \right] \frac{4m^2}{4m^2 + 5}$$

Flicker Frequency Modulation



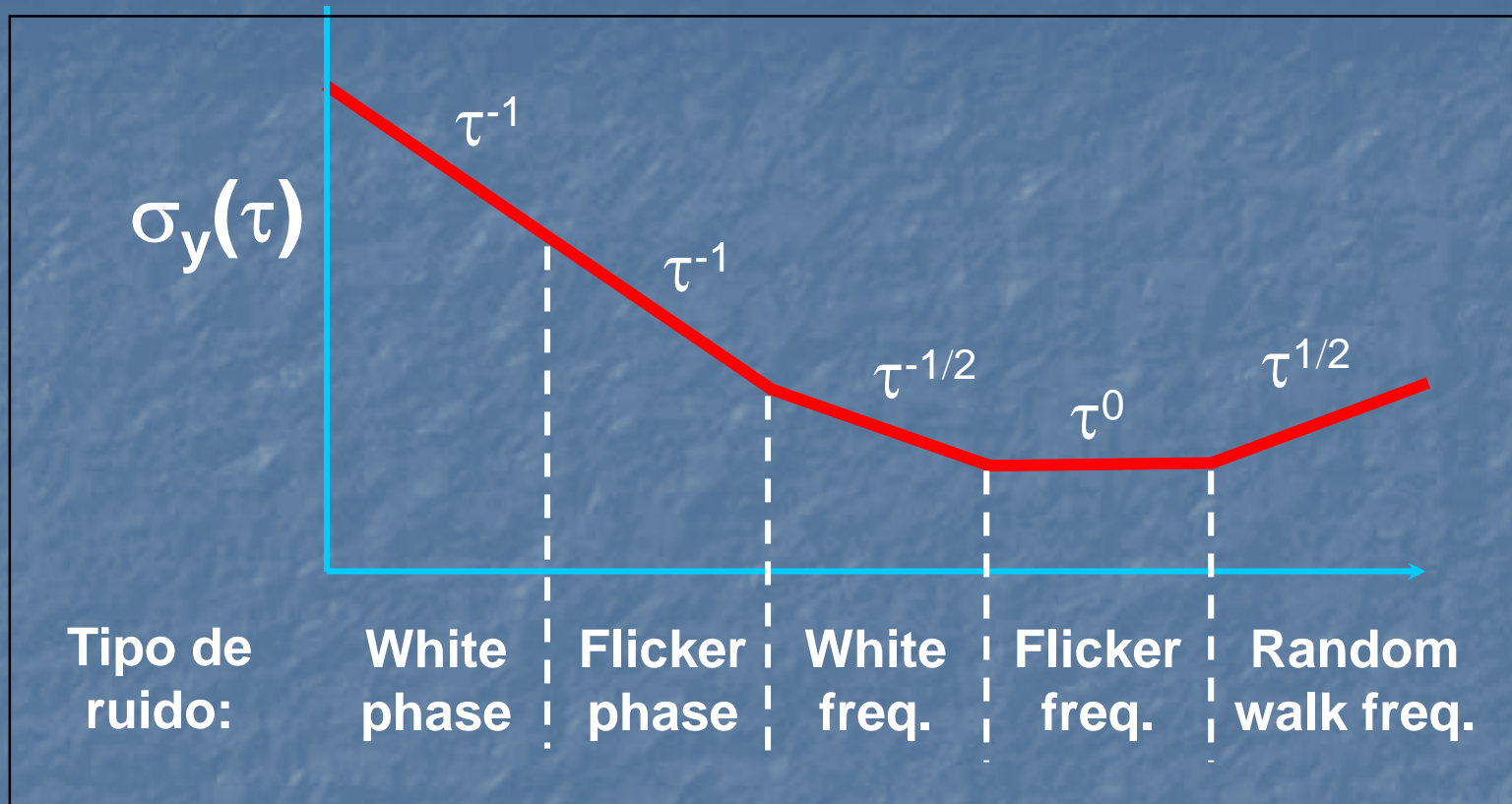
$$df = \frac{2(N-2)}{2,3N-4,9} \quad \text{para } m=1$$
$$df = \frac{5N^2}{4m(N+3m)} \quad \text{para } m \geq 2$$

Random-Walk Frequency Modulation



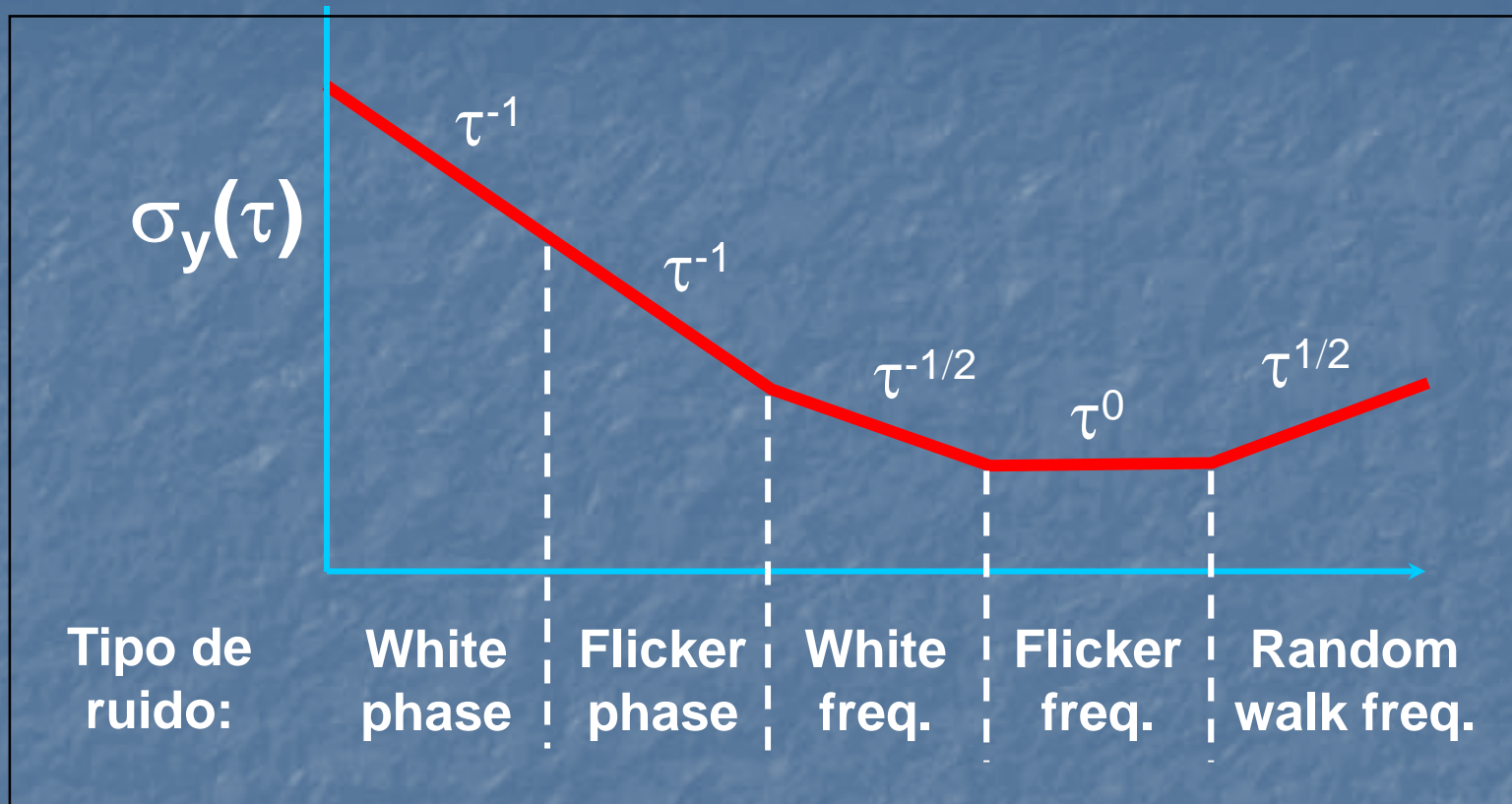
$$df = \frac{N-2}{m} \frac{(N-1)^2 - 3m(N-1) + 4m^2}{(N-3)^2}$$

Dependencia temporal de $\sigma_v(\tau)$



Por debajo del ruido “flicker”, los cristales de cuarzo típicamente tienen una dependencia τ^{-1} (white phase noise). Los patrones atómicos de frecuencia muestran una dependencia del tipo $\tau^{-1/2}$ (white frequency noise) para tiempos de promediación cercanos al tiempo de ataque del lazo de amarre, y τ^{-1} para tiempos menores del tiempo de ataque. Típicamente los τ 's para el ruido flicker son: 1 s para osciladores de cuarzo, 10^3 s para relojes de rubidio y 10^5 s para Cesio.

Dependencia temporal de $\sigma_v(\tau)$



Por debajo del ruido “flicker”, los cristales de cuarzo típicamente tienen una dependencia τ^{-1} (white phase noise). Los patrones atómicos de frecuencia muestran una dependencia del tipo $\tau^{-1/2}$ (white frequency noise) para tiempos de promediación cercanos al tiempo de ataque del lazo de amarre, y τ^{-1} para tiempos menores del tiempo de ataque. Típicamente los τ 's para el ruido flicker son: 1 s para osciladores de cuarzo, 10^3 s para relojes de rubidio y 10^5 s para Cesio.

Ejemplos de análisis de desempeño de osciladores utilizando la varianza de Allan

Con problema

Universal Time Interval Counter SR620

- 1 hora de medición.
- τ de 1 s.
- $f=10$ MHz



Datos Originales Fase Acumulada Residuos Varianza de Allan

FASE ACUMULADA

Unidades
 Grados 0 A 360
 Tiempo

Calcular Fase Acumulada

$\frac{\Delta t}{t} = -1.174598E-8$

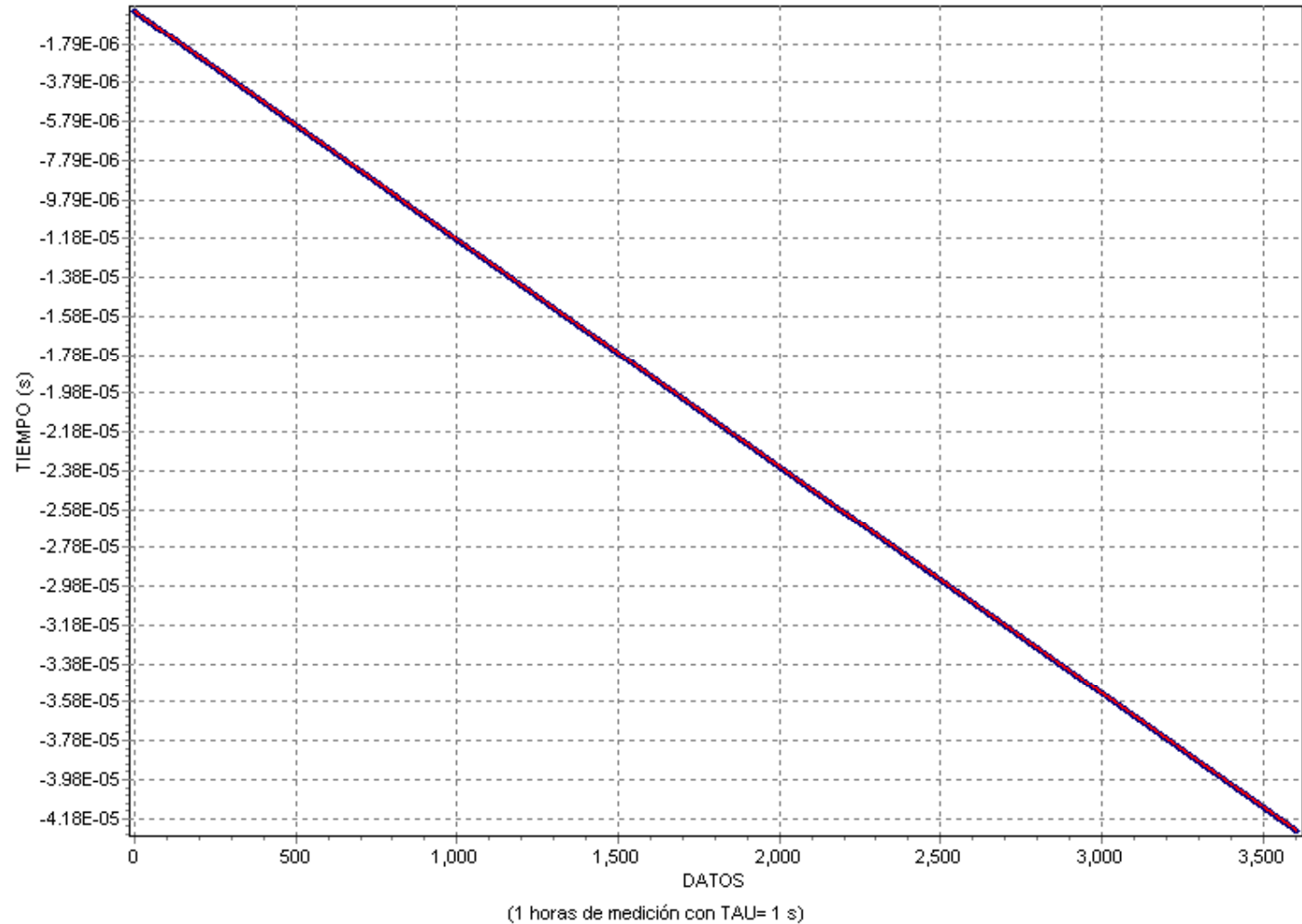
AJUSTE A UN POLINOMIO

Ajustar Orden: 1

DATOS DE FASE ACUMULADA

No	Valor
1	-4.89366667E-8
2	-6.10541667E-8
3	-7.29627778E-8
4	-8.44319444E-8
5	-9.59825E-8
6	-1.08200278E-7
7	-1.19921944E-7
8	-1.31483333E-7
9	-1.43484167E-7
10	-1.55523056E-7
11	-1.67024722E-7
12	-1.78596944E-7
13	-1.90619444E-7
14	-2.02522778E-7
15	-2.14068056E-7
16	-2.25735E-7
17	-2.37901389E-7
18	-2.49633889E-7
19	-2.61029722E-7
20	-2.72772778E-7
21	-2.84882222E-7
22	-2.96416667E-7
23	-3.07953611E-7

FASE ACUMULADA Y AJUSTE A UNA RECTA
 CIT (SRS620) 05-2007A.TXT
 FIGURA 1





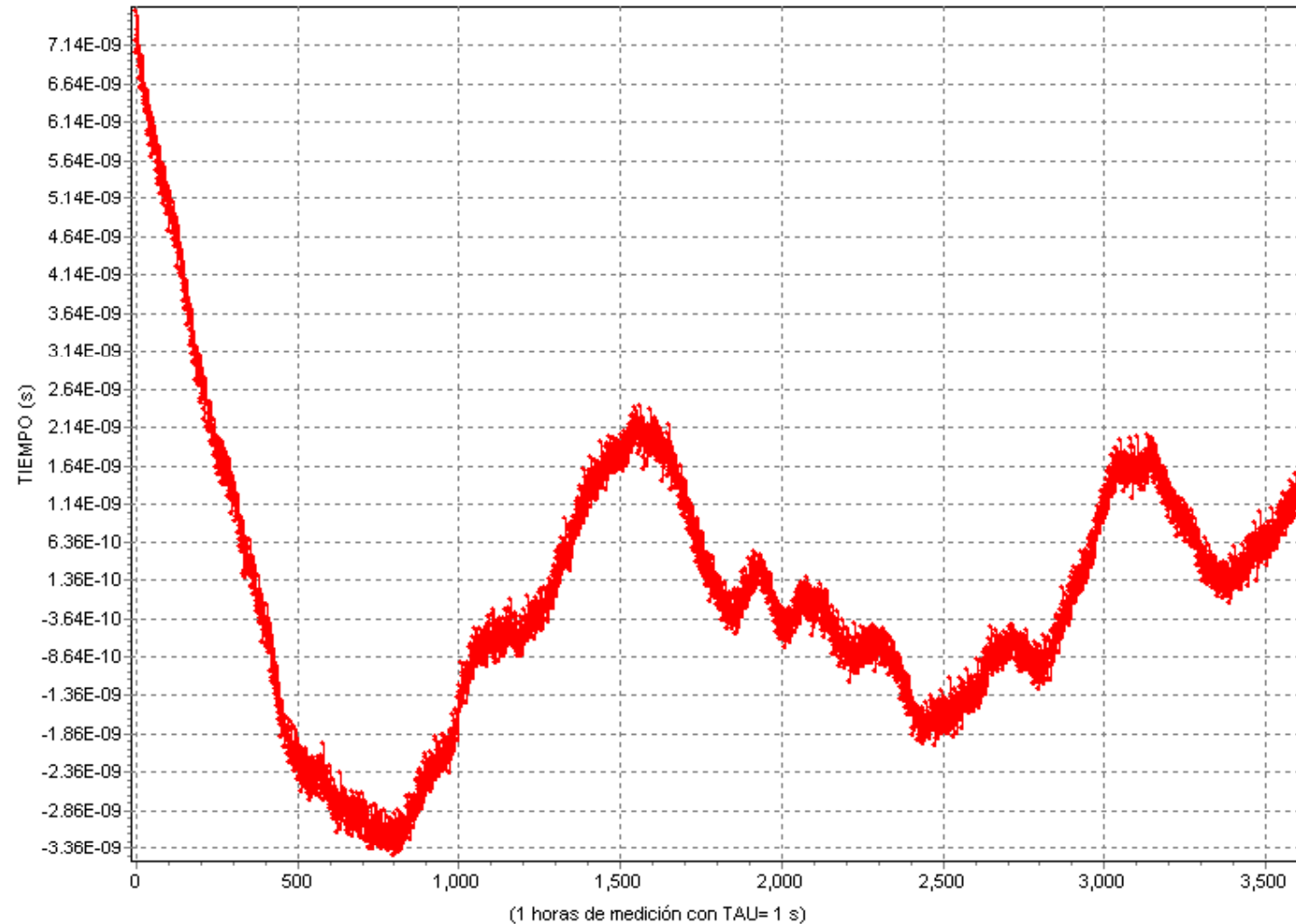
Datos Originales Fase Acumulada Residuos Varianza de Allan

Calcular Residuos

DATOS DE LOS RESIDUOS

No	Valor
1	7.56934E-9
2	7.199361E-9
3	7.038266E-9
4	7.316616E-9
5	7.513577E-9
6	7.043316E-9
7	7.069167E-9
8	7.255295E-9
9	7.001977E-9
10	6.710605E-9
11	6.956456E-9
12	7.131765E-9
13	6.856782E-9
14	6.700964E-9
15	6.903203E-9
16	6.983776E-9
17	6.564904E-9
18	6.57992E-9
19	6.931604E-9
20	6.936065E-9
21	6.574137E-9
22	6.787209E-9
23	6.997782E-9
24	6.663077E-9
25	6.412537E-9
26	6.53061E-9
27	6.581182E-9
28	6.455366E-9
29	6.378437E-9
30	6.626788E-9
31	6.568749E-9
32	6.285711E-9
33	6.265449E-9
34	6.457122E-9

RESIDUOS DEL AJUSTE A UNA RECTA
CIT (SRS620) 05-2007A.TXT
FIGURA 2



Calcular

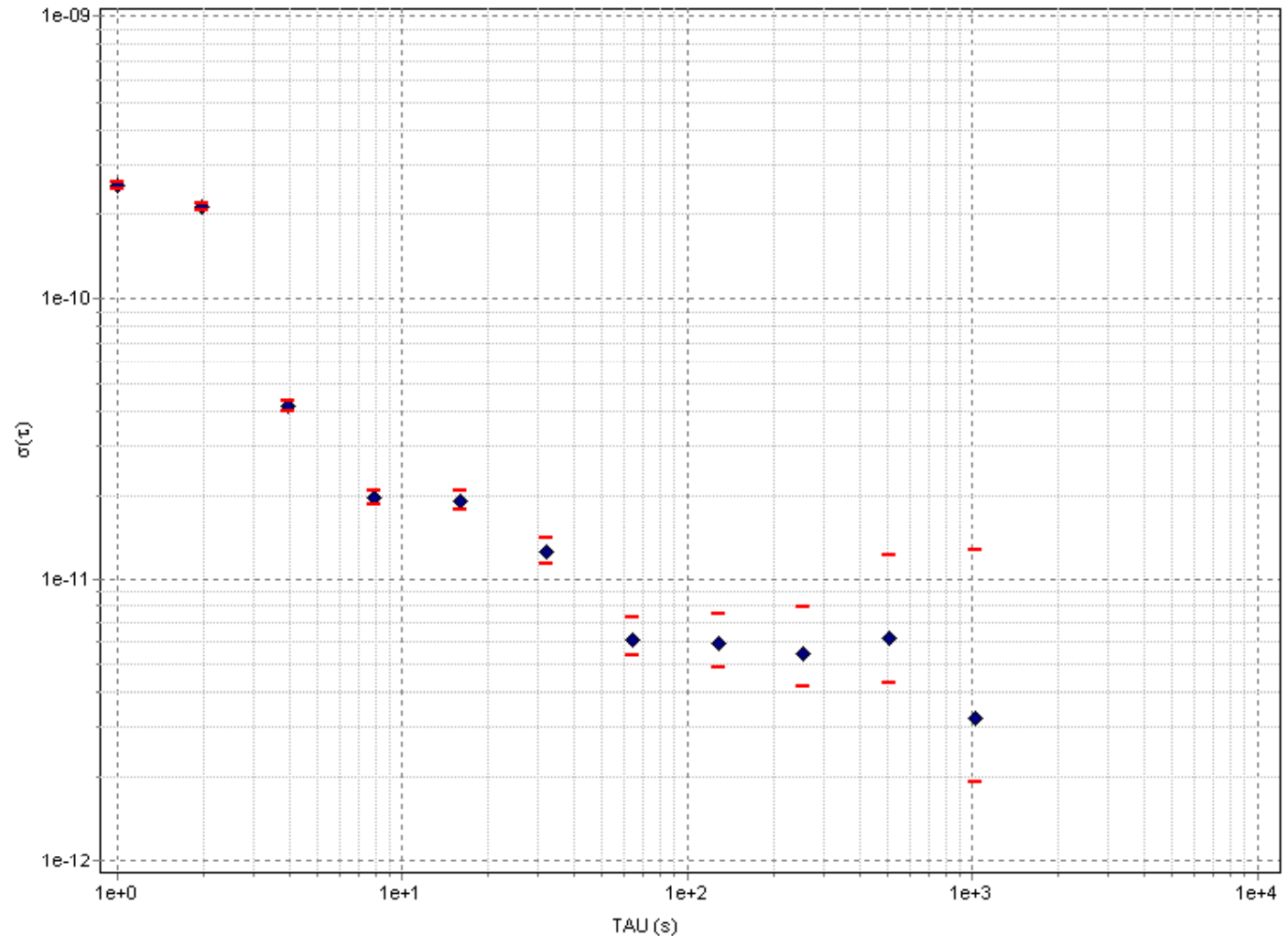
TIPO DE MODULACIÓN DE RUIDO

- White Phase
- Flicker Phase
- White Frequency
- Flicker Frequency
- Random-Walk Frequency

RAÍZ DE LA VARIANZA DE ALLAN

Tau	Avar	Binf	Bsup
1	2.512E-10	2.443E-10	2.585E-10
2	2.112E-10	2.05E-10	2.179E-10
4	4.112E-11	3.958E-11	4.28E-11
8	1.94E-11	1.841E-11	2.051E-11
16	1.905E-11	1.772E-11	2.063E-11
32	1.247E-11	1.128E-11	1.399E-11
64	6.044E-12	5.317E-12	7.262E-12
128	5.879E-12	4.843E-12	7.547E-12
256	5.403E-12	4.124E-12	7.92E-12
512	6.139E-12	4.291E-12	1.217E-11
1024	3.223E-12	1.91E-12	1.257E-11

DESVIACION DE ALLAN Y BARRAS DE INCERTIDUMBRE
 CIT (SRS620) 05-2007A.TXT
 FIGURA 3



Con problema

Universal Counter HP53131A (Horneado)

- 10 horas de medición.
- τ de 1 s.
- $f = 10$ MHz



Datos Originales Fase Acumulada Residuos Varianza de Allan

FASE ACUMULADA

Unidades: 0 A 360
 Grados
 Tiempo

Calcular Fase Acumulada

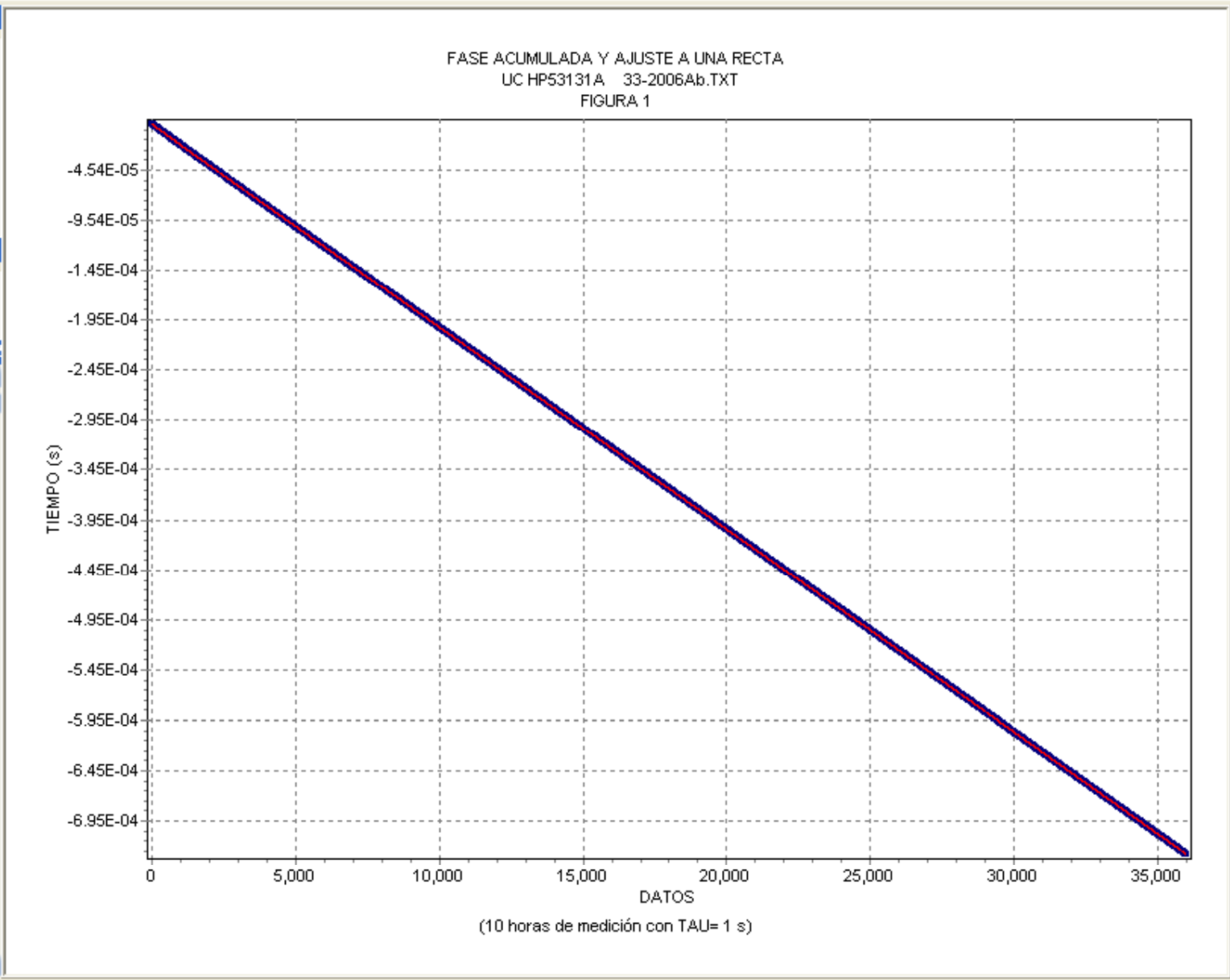
$\frac{\Delta t}{t} = -2.024562E-8$

AJUSTE A UN POLINOMIO

Ajustar Orden: 1

DATOS DE FASE ACUMULADA

No	Valor
1	2.34347222E-8
2	3.51833333E-9
3	-1.69188889E-8
4	-3.71988889E-8
5	-5.74733333E-8
6	-7.75769444E-8
7	-9.77186111E-8
8	-1.18101667E-7
9	-1.38278611E-7
10	-1.58645278E-7
11	-1.78914444E-7
12	-1.99023333E-7
13	-2.19381944E-7
14	-2.39672778E-7
15	-2.59689722E-7
16	-2.79948056E-7
17	-3.00303889E-7
18	-3.20564722E-7
19	-3.40554444E-7
20	-3.60964722E-7
21	-3.81108889E-7
22	-4.01367222E-7
23	-4.21601111E-7



Impresión para Certificado



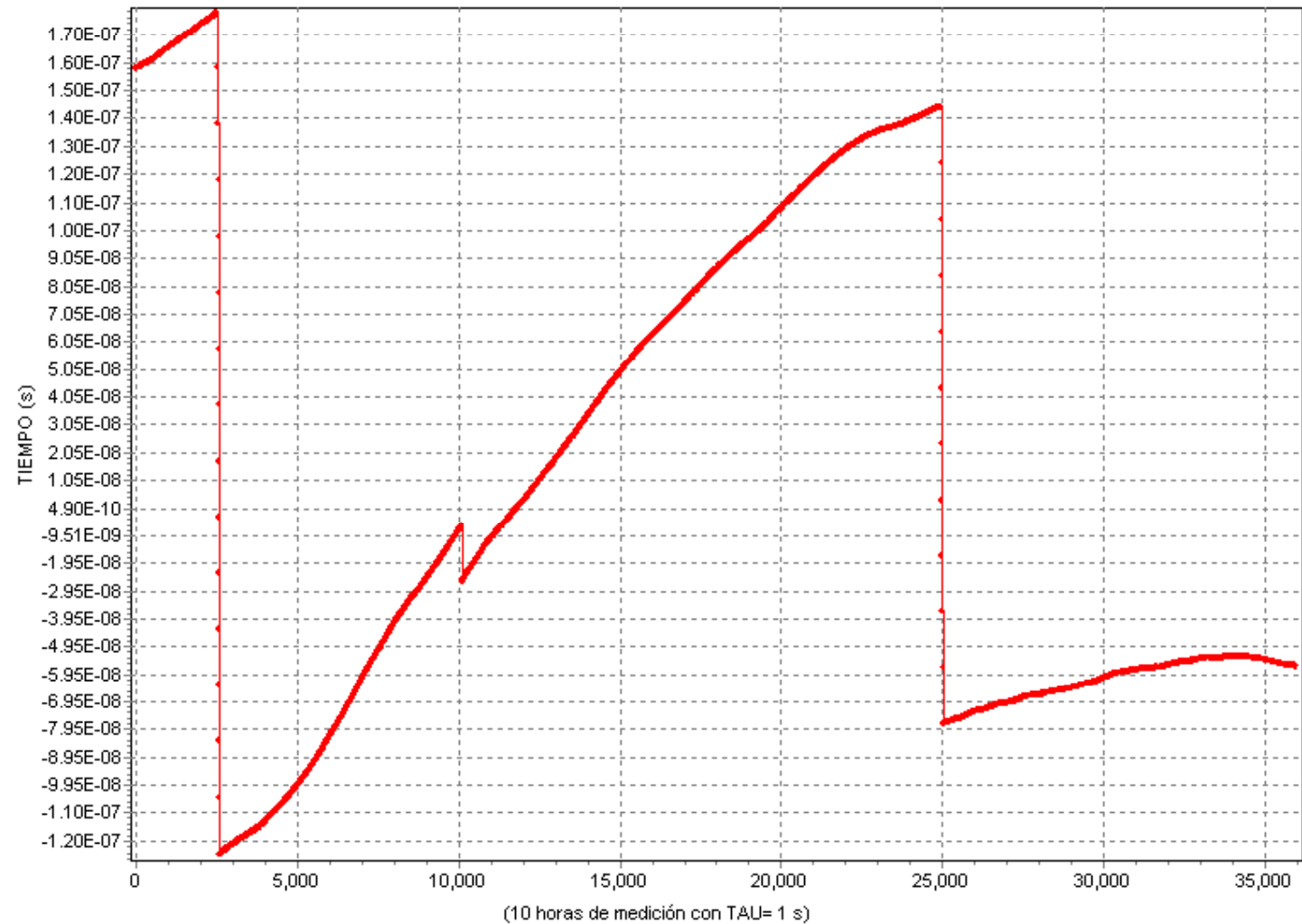
Datos Originales Fase Acumulada Residuos Varianza de Allan

Calcular Residuos

DATOS DE LOS RESIDUOS

No	Valor
1	1.580952E-7
2	1.58419E-7
3	1.58222E-7
4	1.581822E-7
5	1.581479E-7
6	1.582845E-7
7	1.583831E-7
8	1.582402E-7
9	1.583035E-7
10	1.58177E-7
11	1.581481E-7
12	1.582794E-7
13	1.58161E-7
14	1.581104E-7
15	1.583336E-7
16	1.583155E-7
17	1.581999E-7
18	1.581792E-7
19	1.584297E-7
20	1.582597E-7
21	1.583557E-7
22	1.583376E-7
23	1.583439E-7
24	1.582419E-7
25	1.582591E-7
26	1.584281E-7
27	1.581769E-7
28	1.584627E-7
29	1.583363E-7
30	1.584429E-7
31	1.58555E-7
32	1.584963E-7
33	1.585271E-7
34	1.58427E-7

RESIDUOS DEL AJUSTE A UNA RECTA
UC HP53131A 33-2006Ab.TXT
FIGURA 2



Calcular

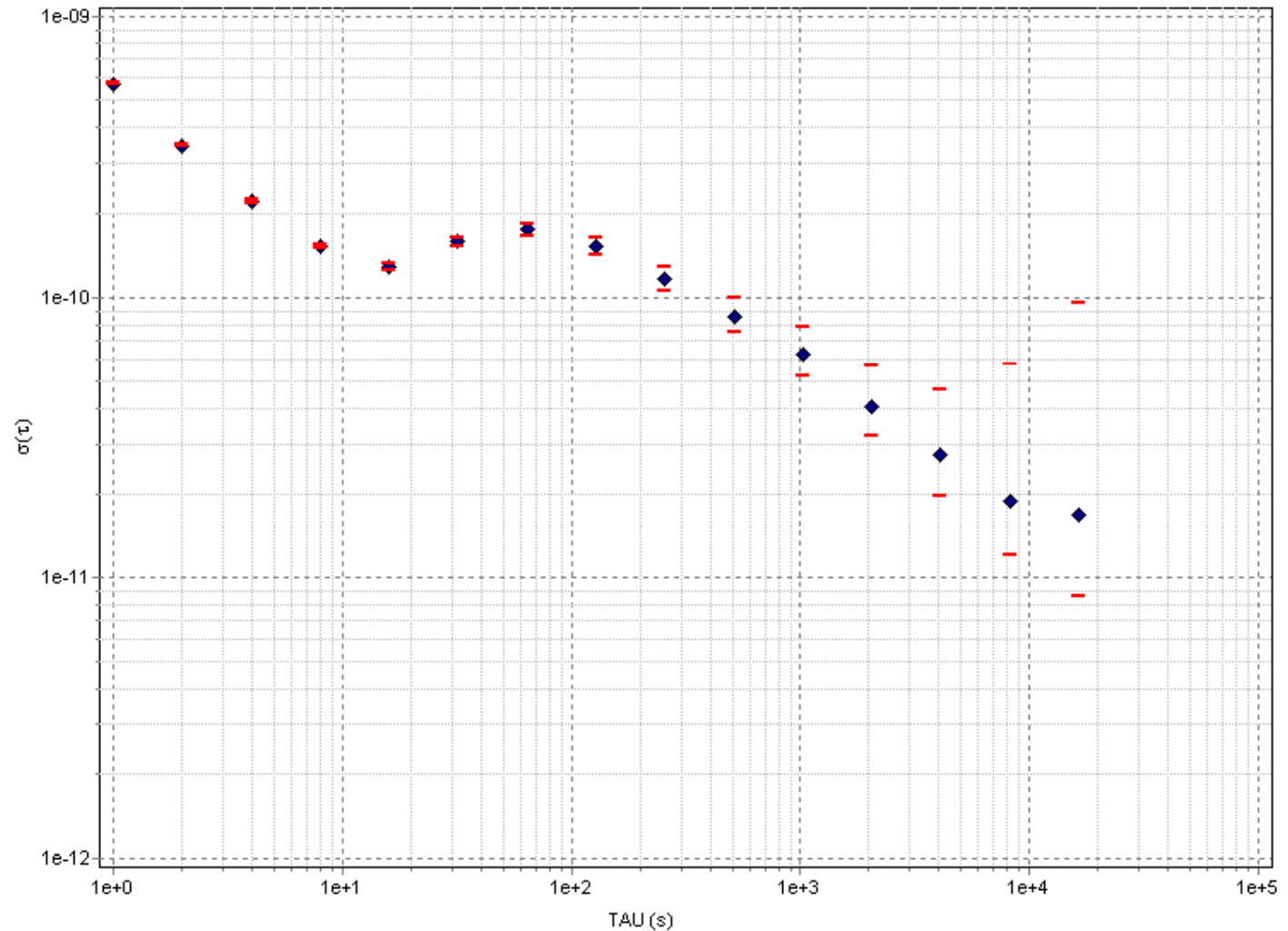
TIPO DE MODULACIÓN DE RUIDO

- White Phase
- Flicker Phase
- White Frequency
- Flicker Frequency
- Random-Walk Frequency

RAÍZ DE LA VARIANZA DE ALLAN

Tau	Avar	Binf	Bsup
1	5.763E-10	5.712E-10	5.815E-10
2	3.471E-10	3.438E-10	3.505E-10
4	2.213E-10	2.186E-10	2.241E-10
8	1.529E-10	1.503E-10	1.556E-10
16	1.296E-10	1.266E-10	1.328E-10
32	1.59E-10	1.538E-10	1.646E-10
64	1.753E-10	1.674E-10	1.842E-10
128	1.522E-10	1.426E-10	1.633E-10
256	1.168E-10	1.067E-10	1.294E-10
512	8.615E-11	7.598E-11	1E-10
1024	6.286E-11	5.298E-11	7.871E-11
2048	4.085E-11	3.214E-11	5.726E-11
4096	2.77E-11	1.979E-11	4.742E-11
8192	1.891E-11	1.214E-11	5.822E-11
16384	1.7E-11	8.634E-12	9.698E-11

DESVIACION DE ALLAN Y BARRAS DE INCERTIDUMBRE
UC HP53131A 33-2006Ab.TXT
FIGURA 3



Sin problema

Universal Counter HP53131A (Horneado)

- 10 horas de medición.
- τ de 1 s.
- $f = 10$ MHz



Datos Originales Fase Acumulada Residuos Varianza de Allan

FASE ACUMULADA

Unidades

0 A 360

 Grados

 Tiempo

$$\frac{\Delta t}{t} = -2.023044E-8$$

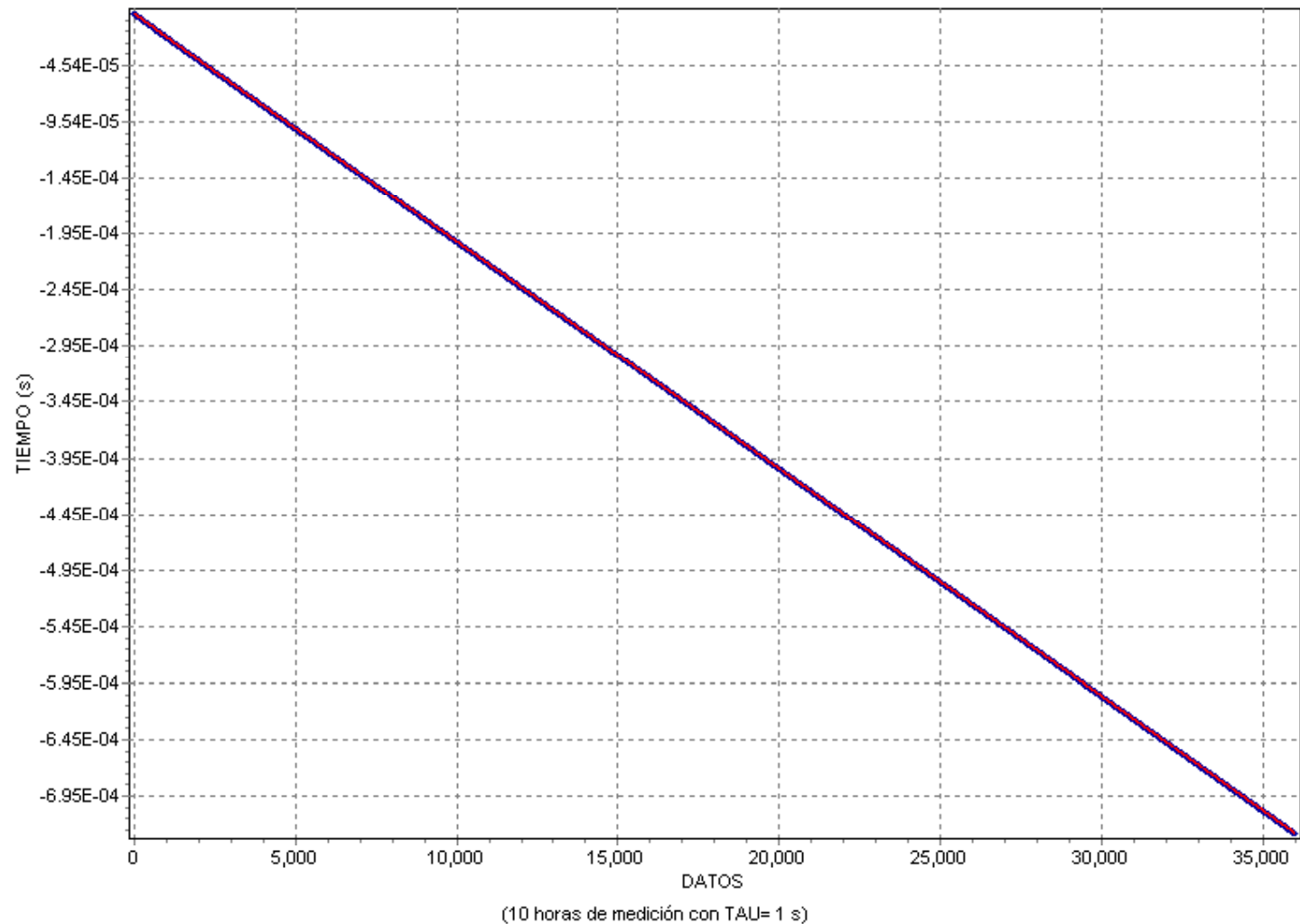
AJUSTE A UN POLINOMIO

Orden: 1

DATOS DE FASE ACUMULADA

No	Valor
1	2.34347222E-8
2	3.51833333E-9
3	-1.69188889E-8
4	-3.71988889E-8
5	-5.74733333E-8
6	-7.75769444E-8
7	-9.77186111E-8
8	-1.18101667E-7
9	-1.38278611E-7
10	-1.58645278E-7
11	-1.78914444E-7
12	-1.99023333E-7
13	-2.19381944E-7
14	-2.39672778E-7
15	-2.59689722E-7
16	-2.79948056E-7
17	-3.00303889E-7
18	-3.20564722E-7
19	-3.40554444E-7
20	-3.60964722E-7
21	-3.81108889E-7
22	-4.01367222E-7
23	-4.21601111E-7

FASE ACUMULADA Y AJUSTE A UNA RECTA
UC HP53131A 33-2006Ab1.TXT
FIGURA 1





Datos Originales Fase Acumulada Residuos Varianza de Allan

Calcular Residuos

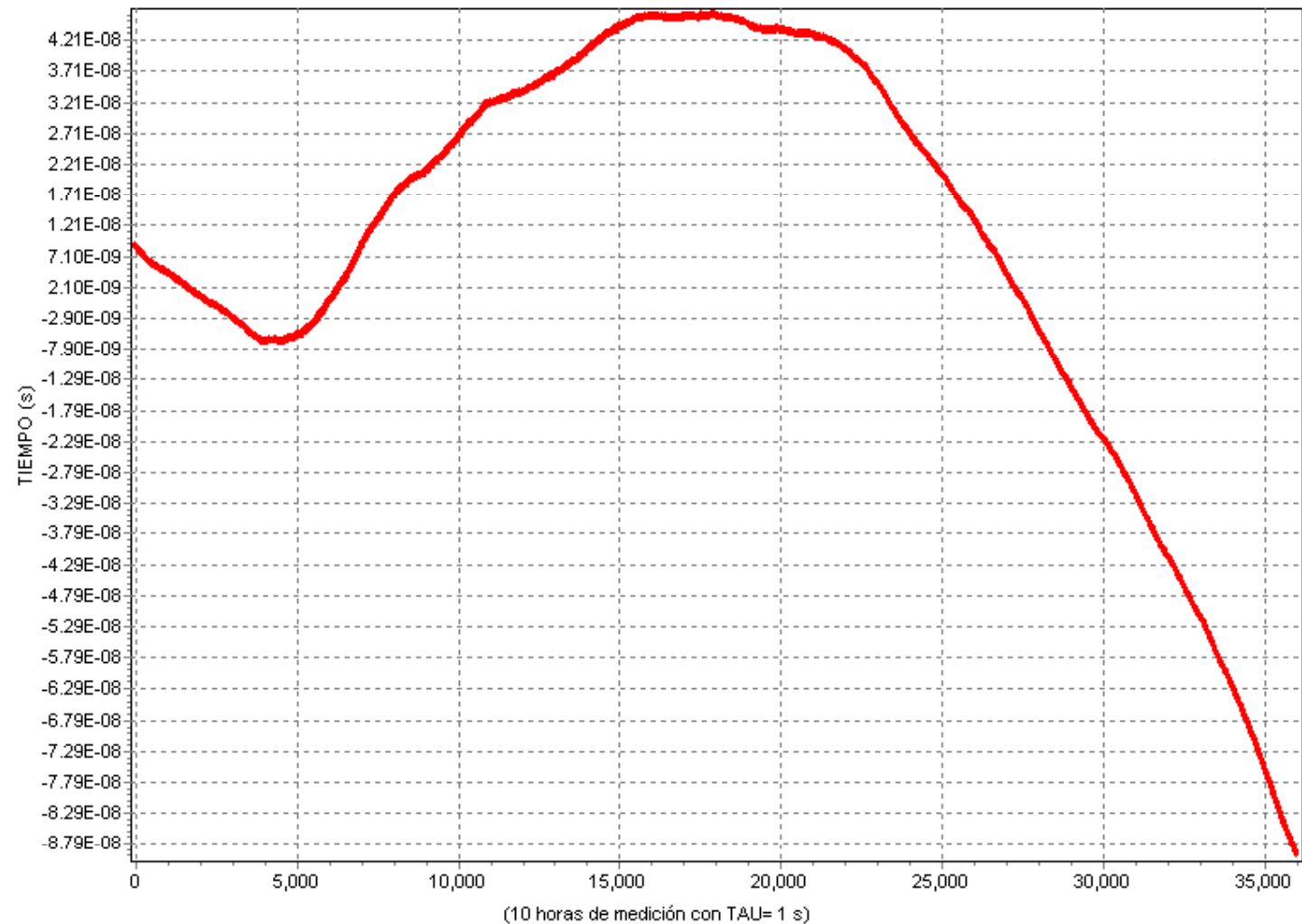
DATOS DE LOS RESIDUOS

No	Valor
1	8.612824E-9
2	8.924704E-9
3	8.71575E-9
4	8.664019E-9
5	8.617842E-9
6	8.742501E-9
7	8.829105E-9
8	8.67432E-9
9	8.725647E-9
10	8.587236E-9
11	8.546341E-9
12	8.665722E-9
13	8.535382E-9
14	8.472819E-9
15	8.684145E-9
16	8.654082E-9
17	8.526519E-9
18	8.493957E-9
19	8.732506E-9
20	8.550498E-9
21	8.634602E-9
22	8.604511E-9
23	8.598893E-9
24	8.484941E-9
25	8.490156E-9
26	8.647315E-9
27	8.384225E-9
28	8.658024E-9
29	8.519656E-9
30	8.614287E-9
31	8.714473E-9
32	8.643883E-9
33	8.662681E-9
34	8.551250E-9

RESIDUOS DEL AJUSTE A UNA RECTA

UC HP53131A 33-2006Ab.TXT

FIGURA 2



Calcular

TIPO DE MODULACIÓN DE RUIDO

- White Phase
- Flicker Phase
- White Frequency
- Flicker Frequency
- Random-Walk Frequency

RAÍZ DE LA VARIANZA DE ALLAN

Tau	Avar	Binf	Bsup
1	1.62E-10	1.606E-10	1.635E-10
2	7.871E-11	7.796E-11	7.948E-11
4	4.433E-11	4.379E-11	4.489E-11
8	2.408E-11	2.368E-11	2.45E-11
16	1.25E-11	1.221E-11	1.281E-11
32	6.333E-12	6.127E-12	6.555E-12
64	3.226E-12	3.08E-12	3.389E-12
128	1.804E-12	1.691E-12	1.936E-12
256	1.189E-12	1.086E-12	1.317E-12
512	1.076E-12	9.49E-13	1.249E-12
1024	1.433E-12	1.208E-12	1.795E-12
2048	2.072E-12	1.631E-12	2.906E-12
4096	2.702E-12	1.931E-12	4.628E-12
8192	4.061E-12	2.608E-12	1.251E-11
16384	1.519E-11	7.722E-12	8.673E-11

DESVIACION DE ALLAN Y BARRAS DE INCERTIDUMBRE
 UC HP53131A 33-2006Ab.TXT
 FIGURA 3

