

Estabilidad en Frecuencia e Incertidumbre de Medición

J. Mauricio López R.

**División de Metrología Tiempo y Frecuencia
CENTRO NACIONAL DE METROLOGÍA, CENAM**

Contenido

- 1. Introducción**
- 2. Mediciones de Tiempo y Frecuencia**
- 3. Varianza de Allan (AVAR)**
- 4. Incertidumbre en AVAR**
- 5. Incertidumbre de medición**

Introducción

Evaluation of a Thallium Atomic Beam Frequency Standard at the National Bureau of Standards

R. E. BEEHLER AND D. J. GLAZE

IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT

MARCH-JUNE

Manuscript received October 27, 1965.
The authors are with the National Bureau of Standards, Boulder, Colo.

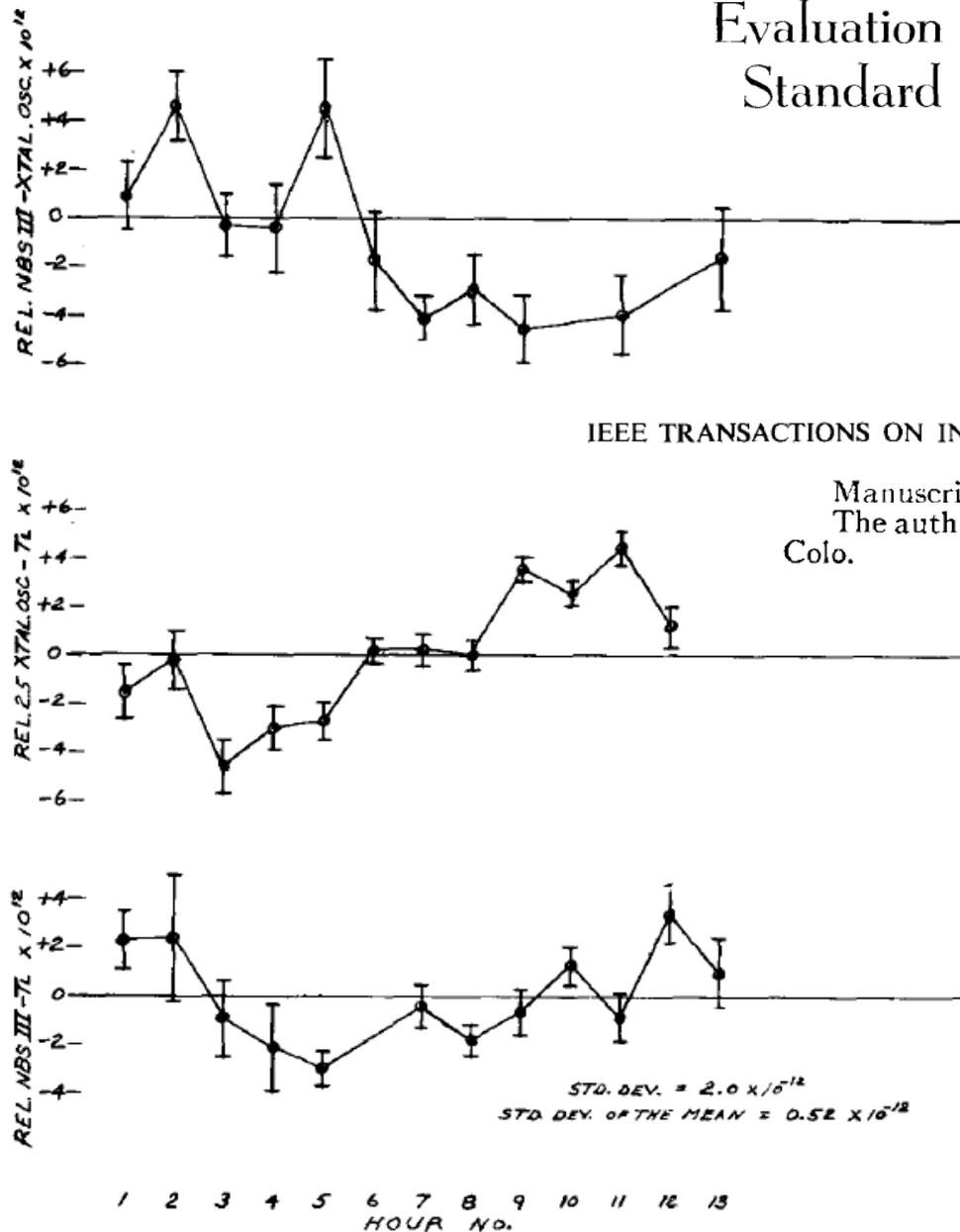
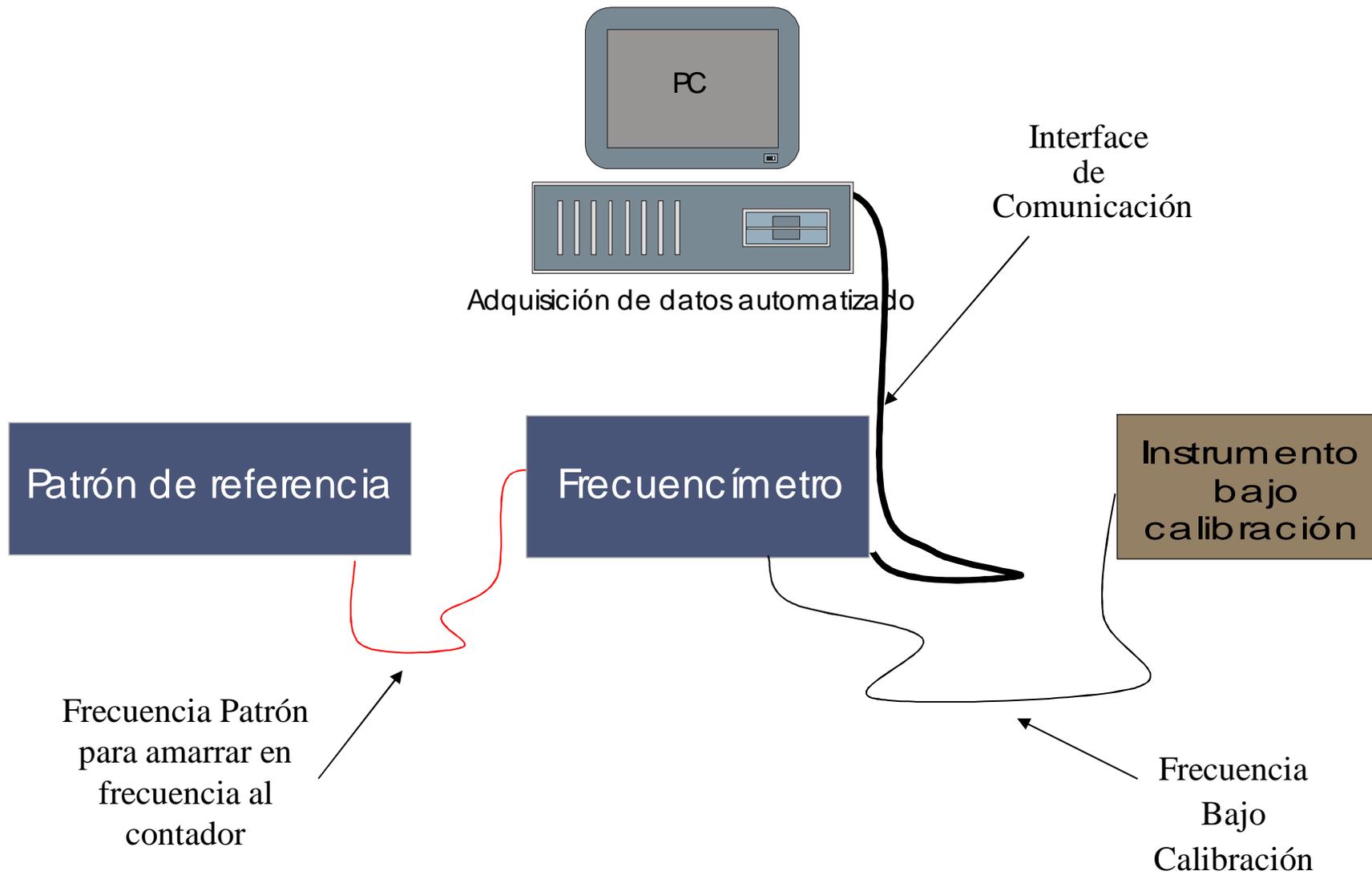
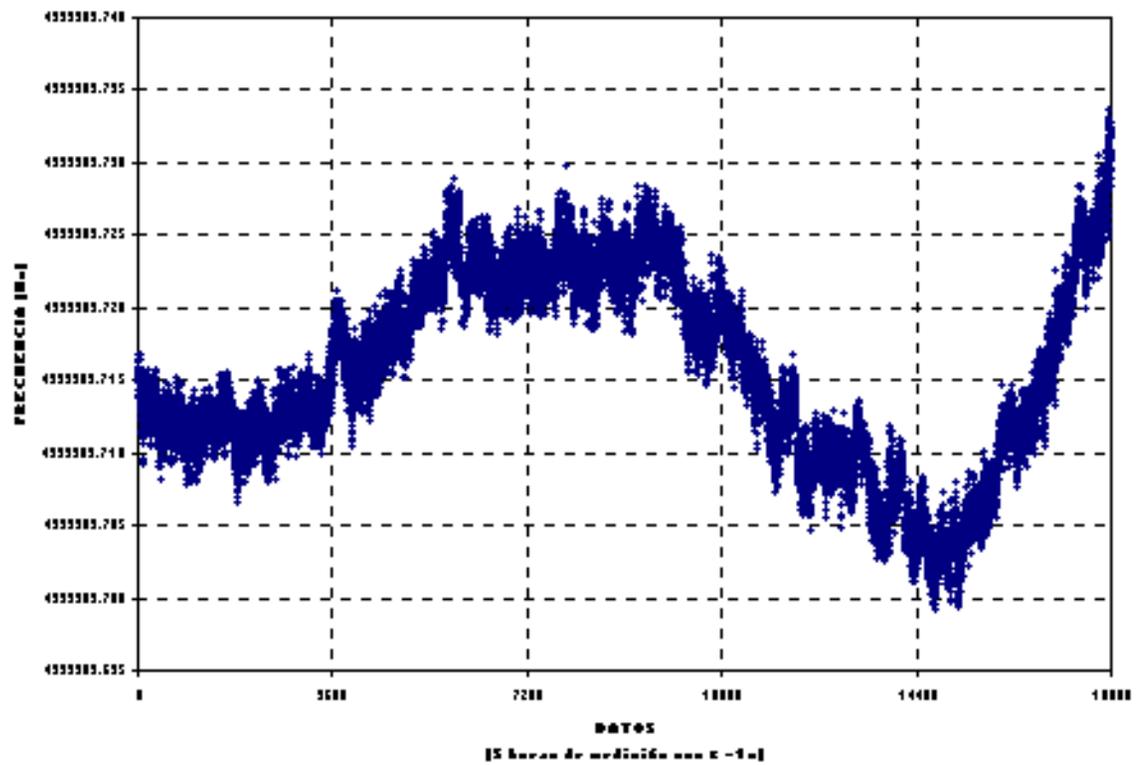


Fig. 4. 13-hour stability comparison of thallium standard, NBS III, and a crystal oscillator (April 16-17, 1964).

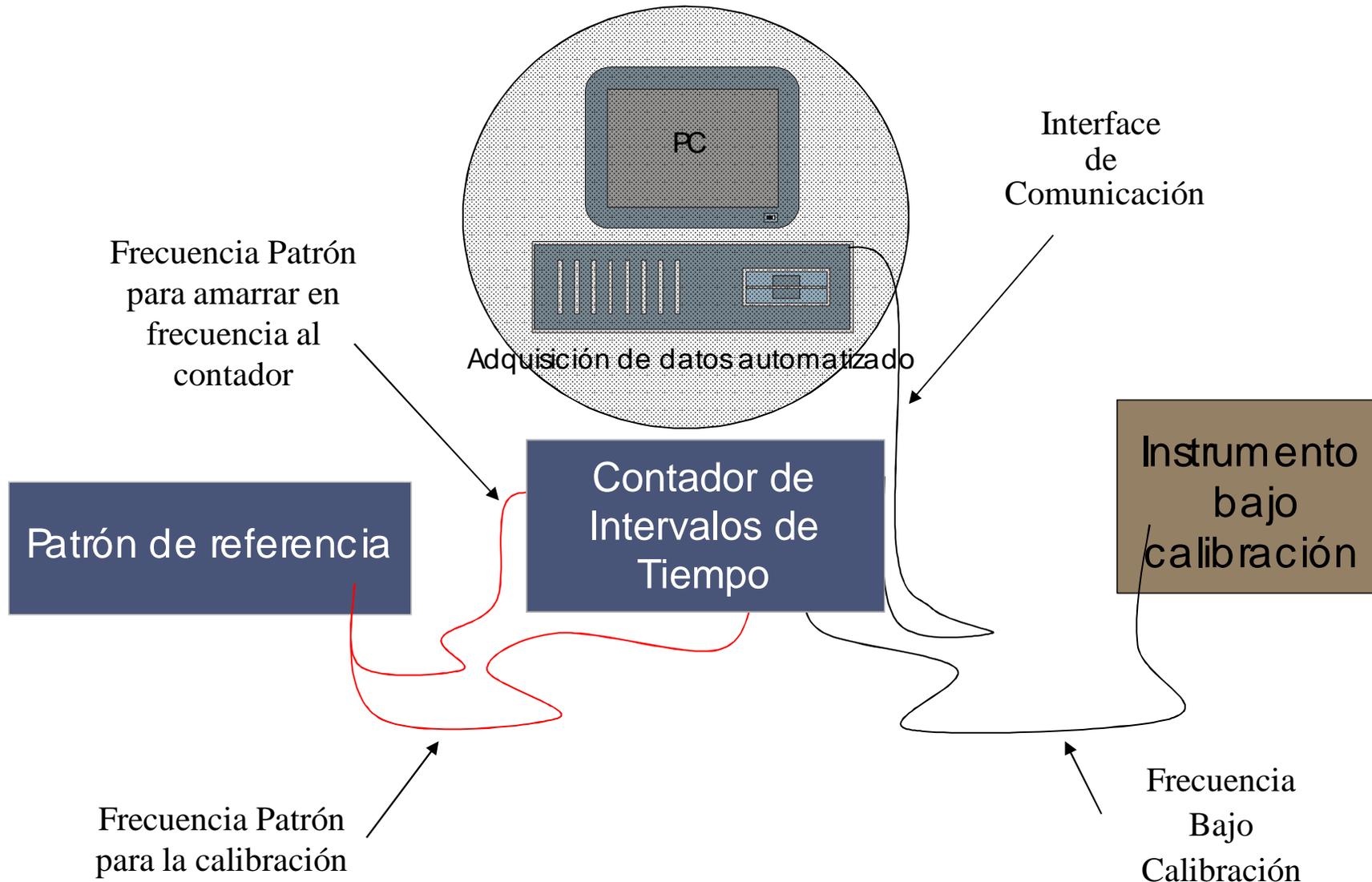
Mediciones de Frecuencia



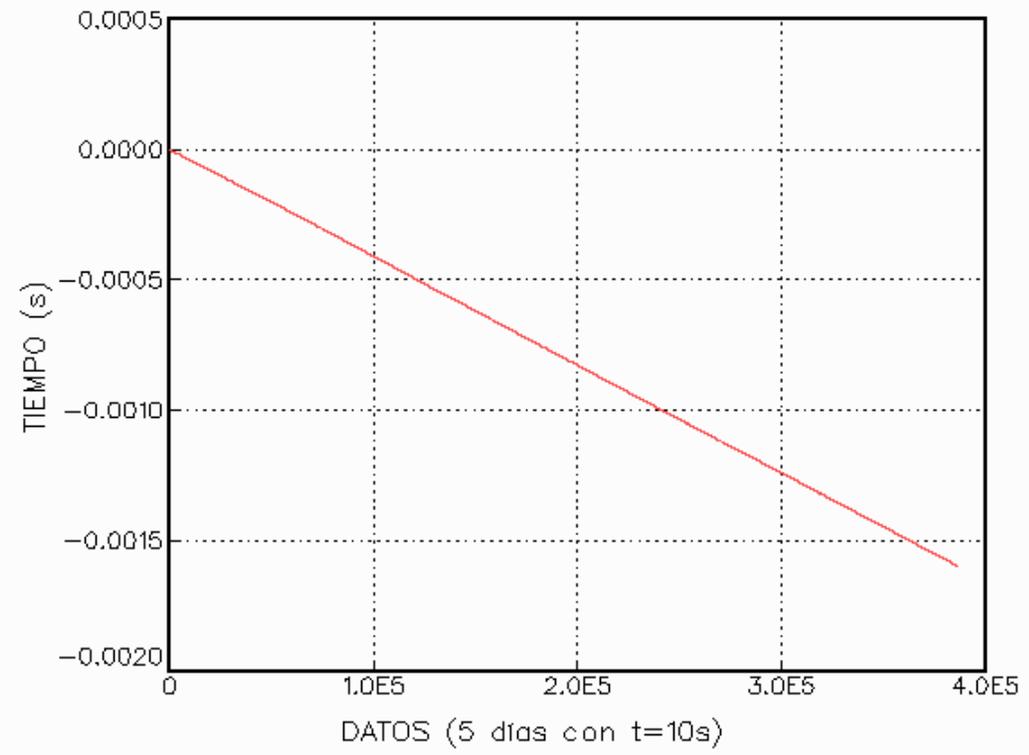
MEDICIONES DE FRECUENCIA
75-2003A.DAT



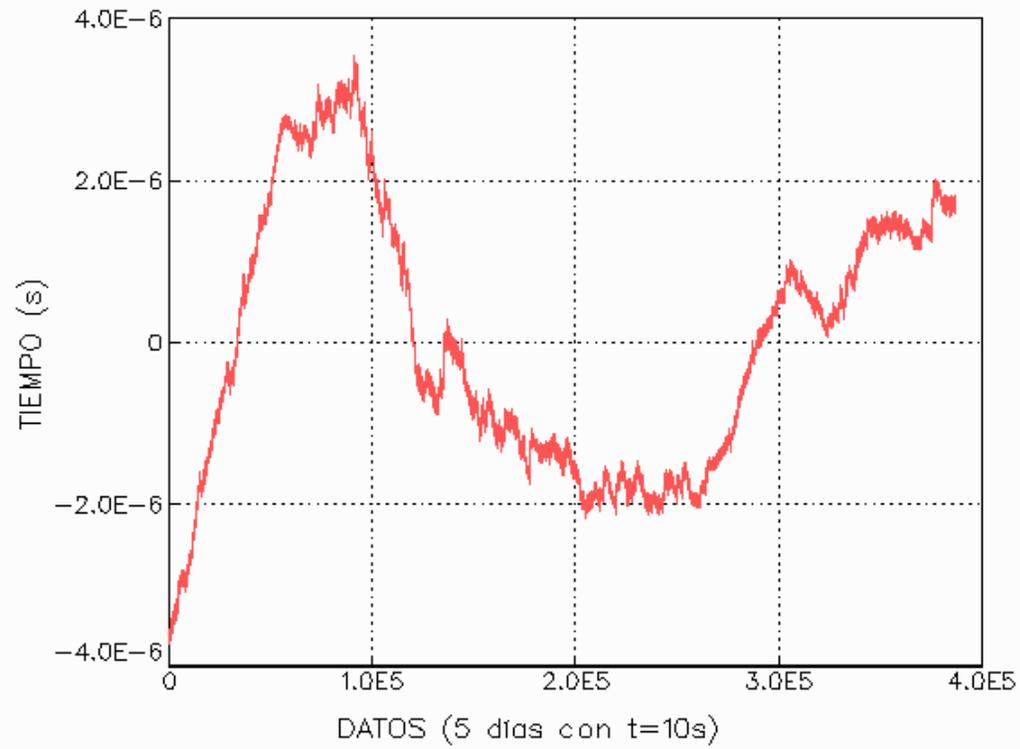
Mediciones de Diferencia de Fase



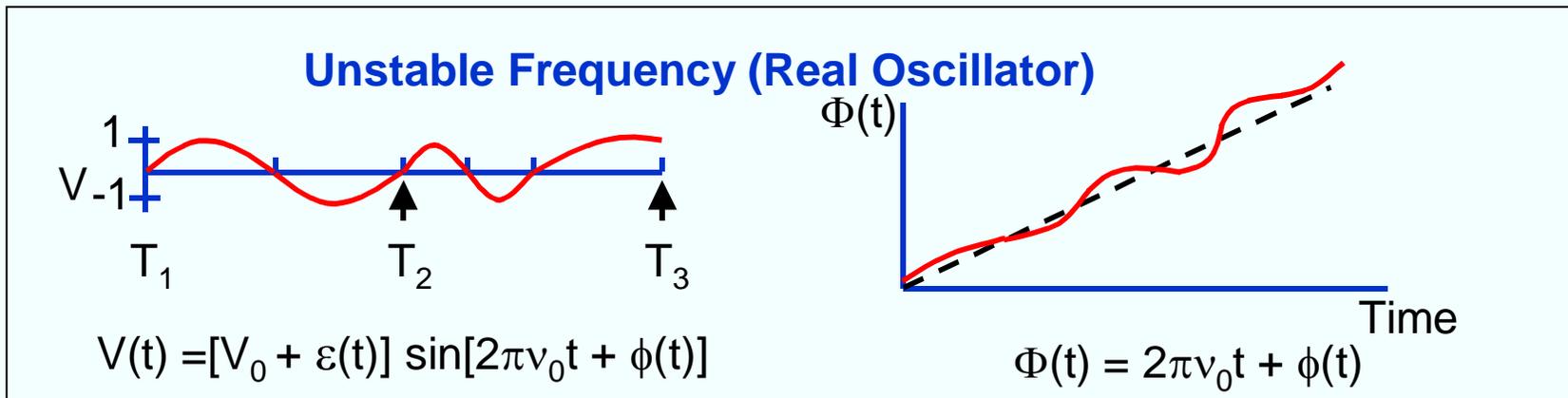
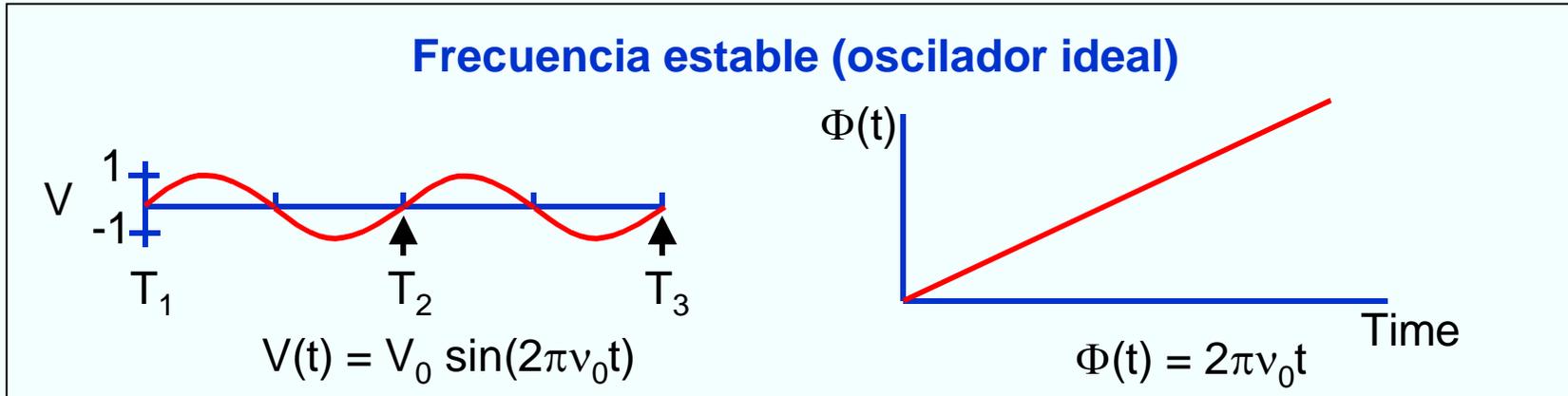
MEDICIONES DE DIFERENCIA DE FASE
52360610.DAT



RESIDUOS DEL AJUSTE A UNA RECTA
52360610.DAT



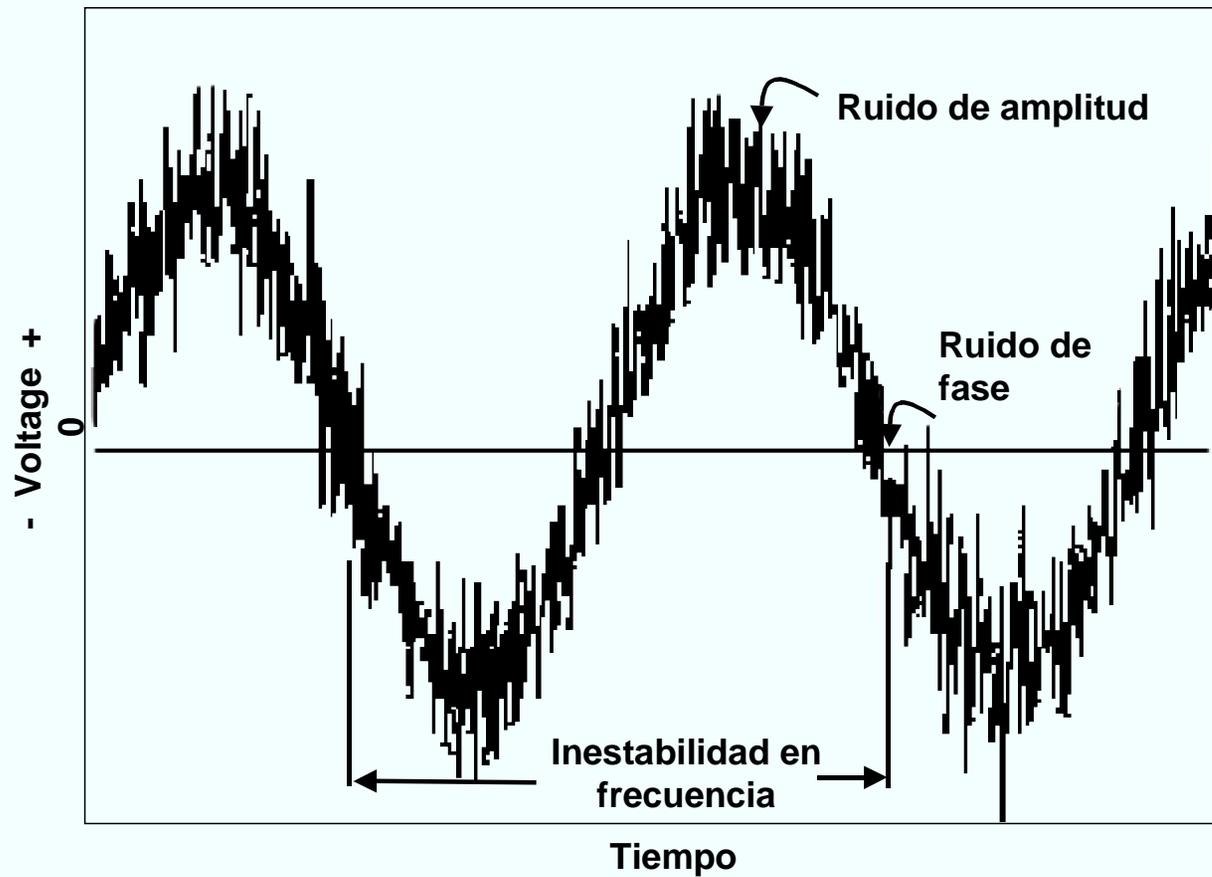
Inestabilidad en frecuencia (ruido)



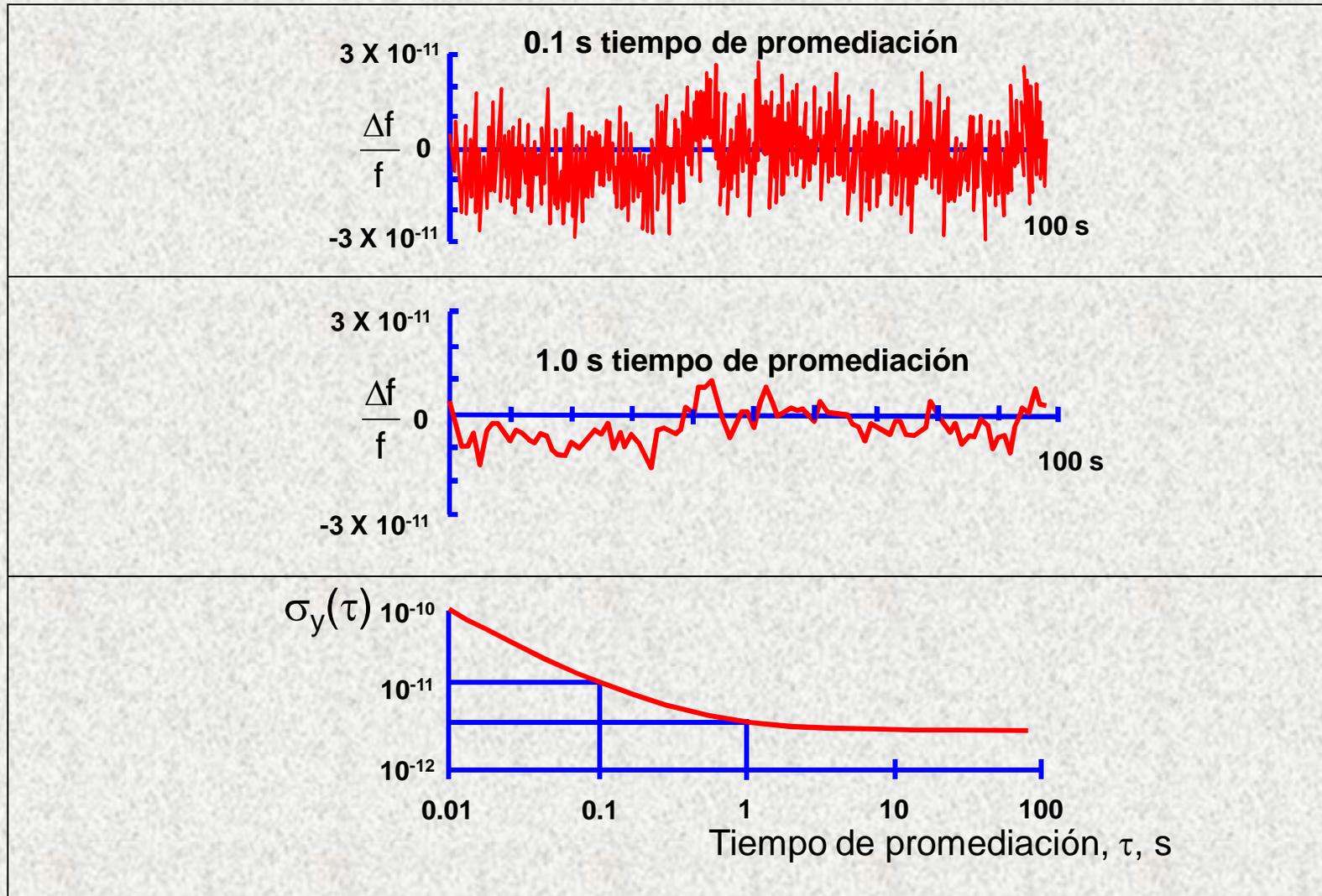
Instantaneous frequency, $\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi(t)}{dt} = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$

$V(t)$ = salida del oscilador, V_0 = Amplitud nominal pico-a-pico
 $\varepsilon(t)$ = amplitud de ruido, ν_0 = frecuencia nominal
 $\Phi(t)$ = fase, and $\phi(t)$ = ruido de fase

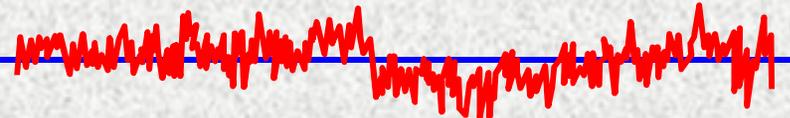
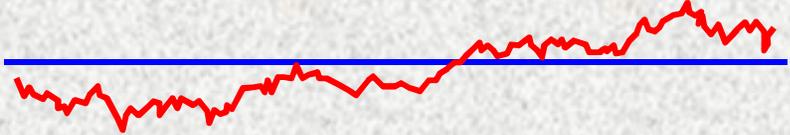
Voltage de salida de un oscilador



Ruido en frecuencia y $\sigma_y(\tau)$



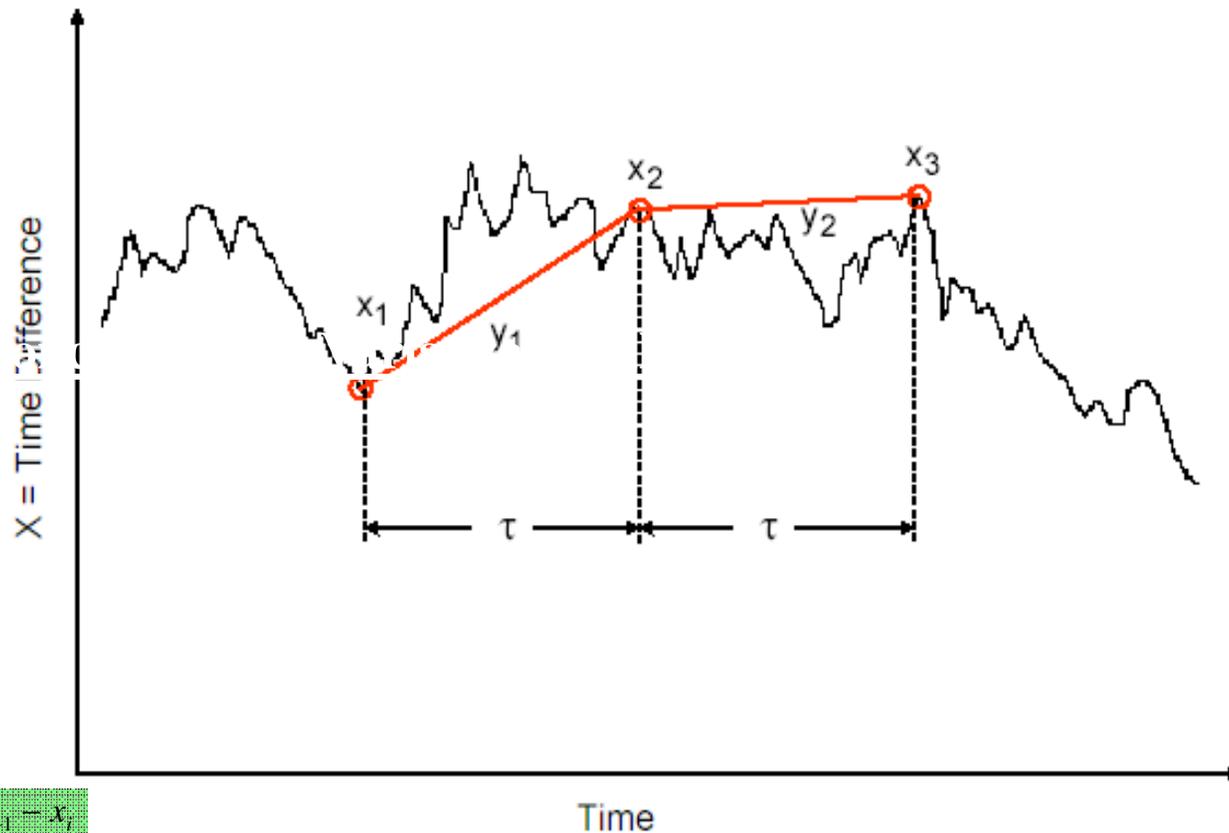
Ruido en frecuencia

Dependencia temporal	$S_z(f) = h_\alpha f^\alpha$	nombre
	$\alpha = 0$	White
	$\alpha = -1$	Flicker
	$\alpha = -2$	Random walk
	$\alpha = -3$	

Las graficas muestran las fluctuaciones de la variable $z(t)$, la cual puede ser, por ejemplo, la salida de un contador (Δf vs. t), o la medición de fase ($\phi[t]$ vs. t). Los gráficos muestran tanto la dependencia temporal como la dependencia en frecuencia; h_α es el coeficiente de amplitud.

Varianza de Allan

La Varianza de Allan es la herramienta usada para el análisis de mediciones de Tiempo y Frecuencia siendo un estimador de la dispersión de las mediciones, determinando así, la estabilidad del oscilador bajo calibración.



$$y_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{\tau}$$

$$\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2} \langle (\Delta y_i)^2 \rangle$$

$$\Delta^2 x_i = x_{i+2} - 2x_{i+1} + x_i$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\tau^2} \langle (\Delta^2 x_i)^2 \rangle$$

Varianza de Allan para Mediciones de Frecuencia

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2\tau_0(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} (y_{i+1} - y_i)^2$$

donde:

σ_y^2	Varianza de Allan
N	Número de datos espaciados τ_0
τ	Tiempo de observación = $m\tau_0$
y_i	<i>i</i> -ésima medición de fase
m	= 2^n cálculos posibles

Varianza de Allan para Mediciones de Diferencia de Fase

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(N-2m)\tau^2} \sum_{i=1}^{N-2m} (x_{i+2m} - 2x_{i+m} + x_i)^2$$

donde:

σ_y^2

Varianza de Allan

x_i

i-ésima medición de fase

N

Número de datos espaciados τ_0

τ

Tiempo de observación = $m\tau_0$

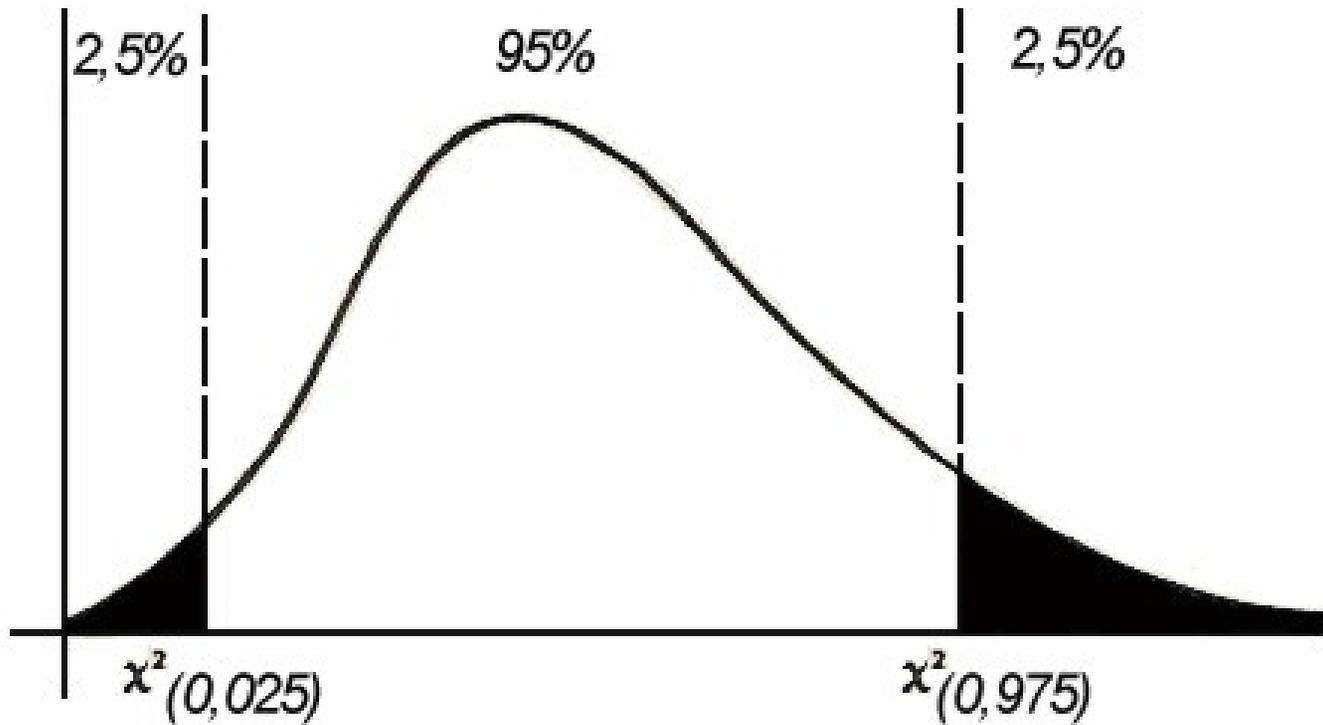
m

= 2^n cálculos posibles

Barras de Incertidumbre

Distribución χ^2

Para $df < 100$



Distribución χ^2

Barras de incertidumbre

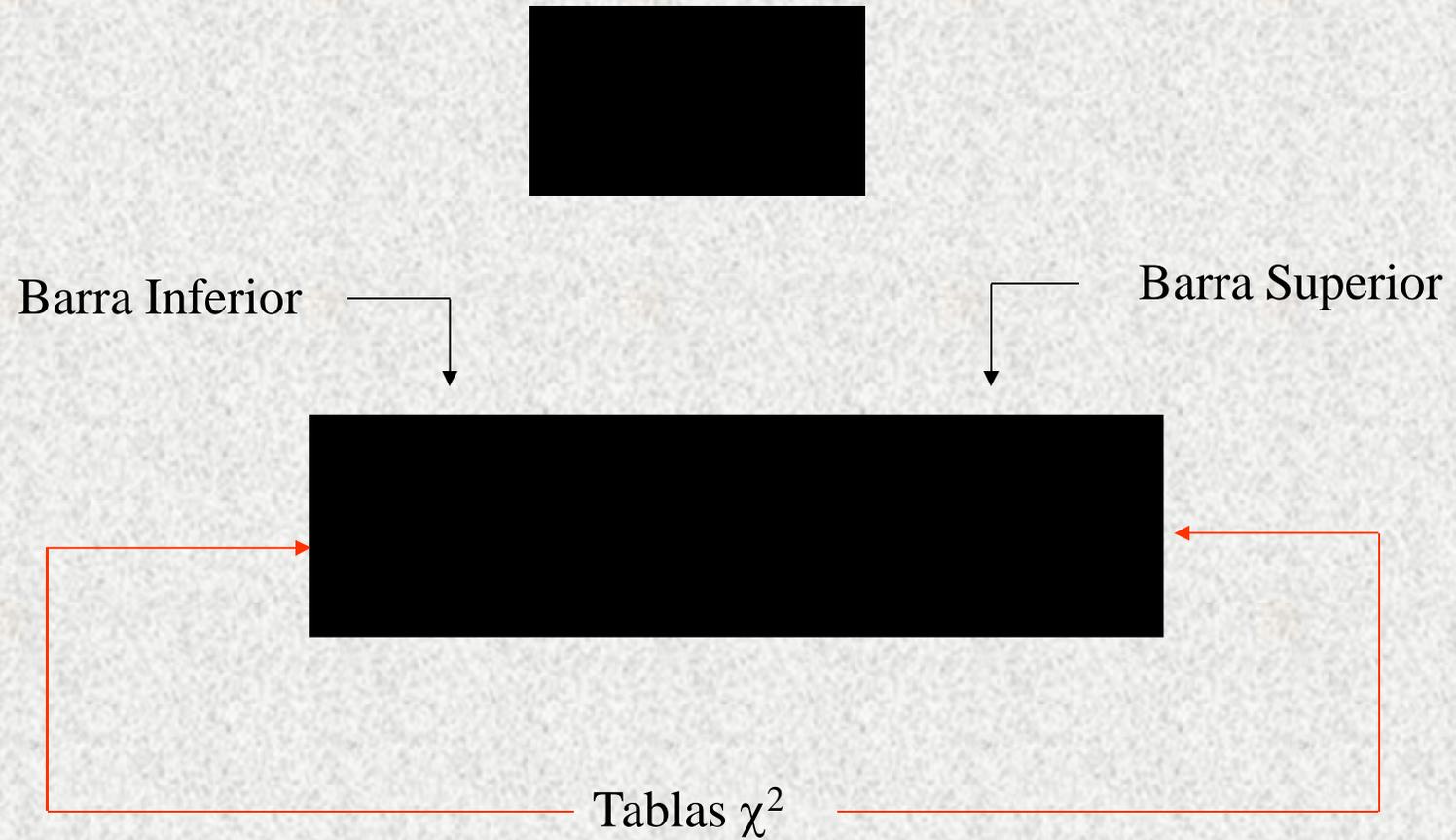
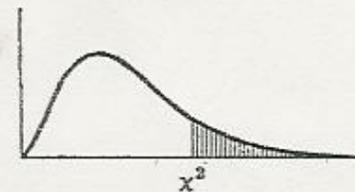


Tabla χ^2

TABLE VII. The χ^2 Distribution

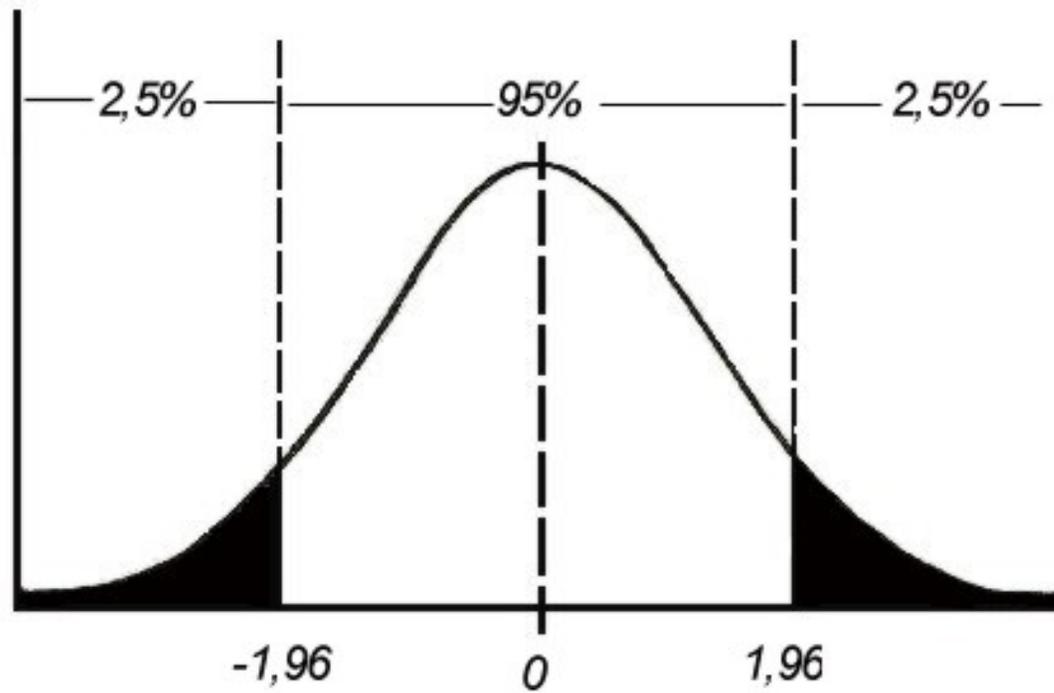
The first column lists the number of degrees of freedom (ν). The headings of the other columns give probabilities (P) for χ^2 to exceed the entry value. For $\nu > 100$, treat $\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2\nu - 1}$ as a standard normal variable.



$P \backslash \nu$	0.995	0.975	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.0 ⁴ 3927	0.0 ³ 9821	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	0.010025	0.050636	5.99147	7.37776	9.21034	10.5966
3	0.071721	0.215795	7.81473	9.34840	11.3449	12.8381
4	0.206990	0.484419	9.48773	11.1433	13.2767	14.8602
30	13.7867	16.7908	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720
40	20.7065	24.4331	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659
50	27.9907	32.3574	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900
60	35.5346	40.4817	79.0819	83.2976	88.3794	91.9517
70	43.2752	48.7576	90.5312	95.0231	100.425	104.215
80	51.1720	57.1532	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.1963	65.6466	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.3276	74.2219	124.342	129.561	135.807	140.169

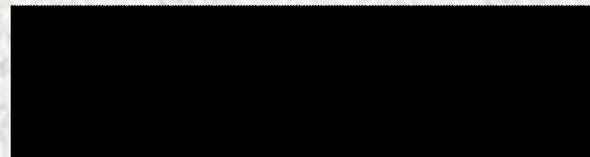
Barras de incertidumbre

Para $df > 100$

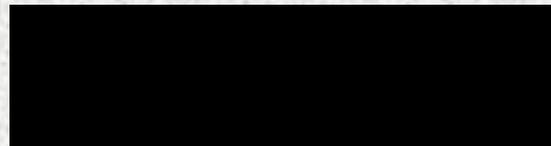


Barras de incertidumbre

Para $df > 100$



Barra Superior



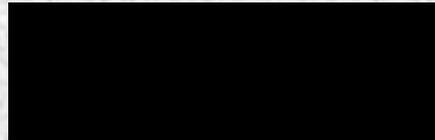
Barra Inferior

donde:



Número de Grados de Libertad

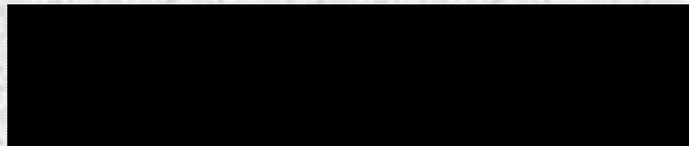
White Phase



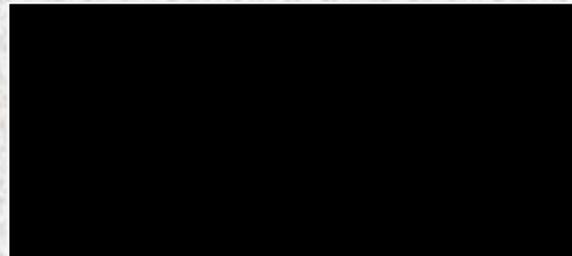
Flicker Phase



White Frequency



Flicker Frequency

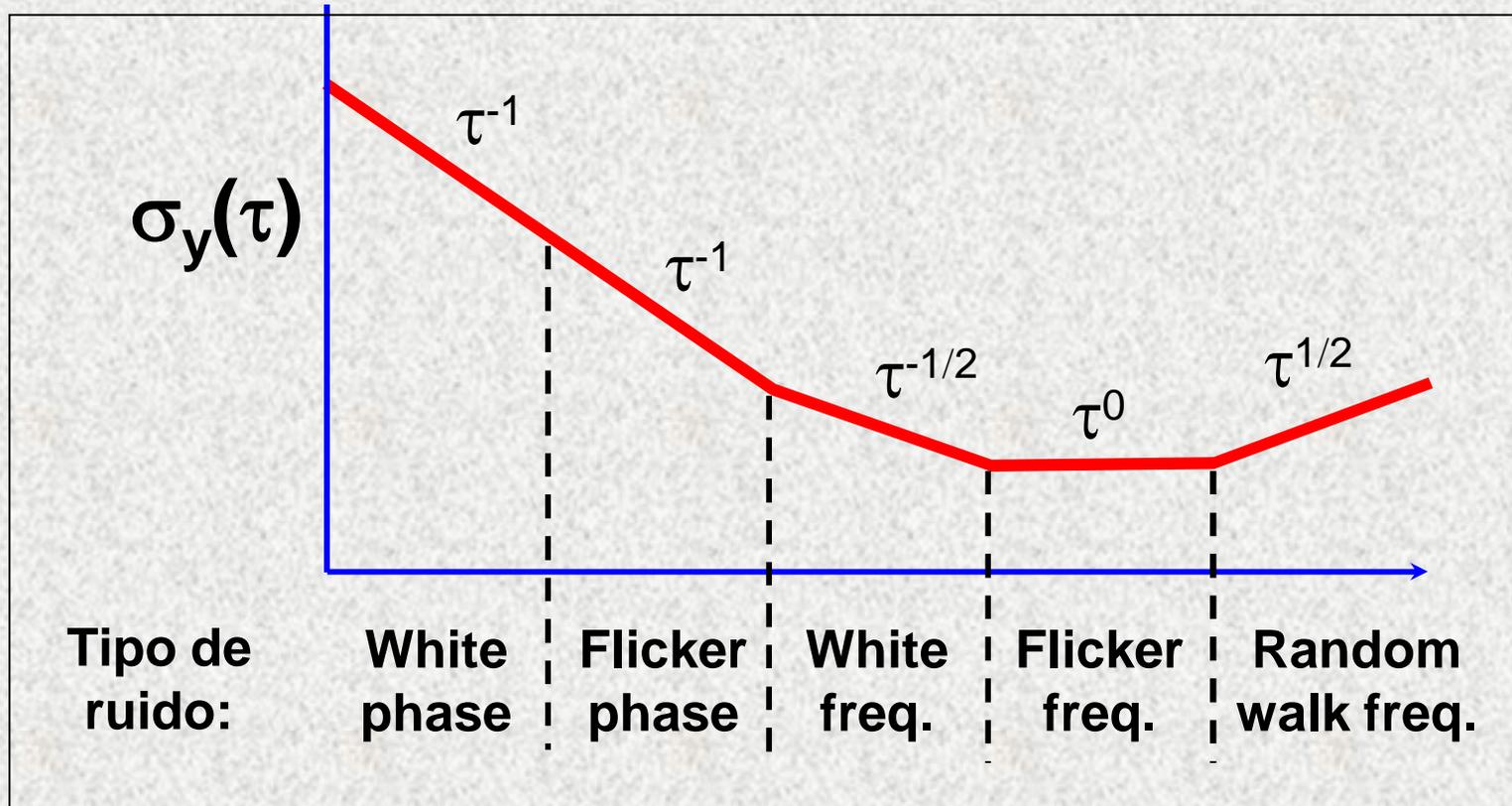


Random Walk
Frequency



NBS Technical note 679

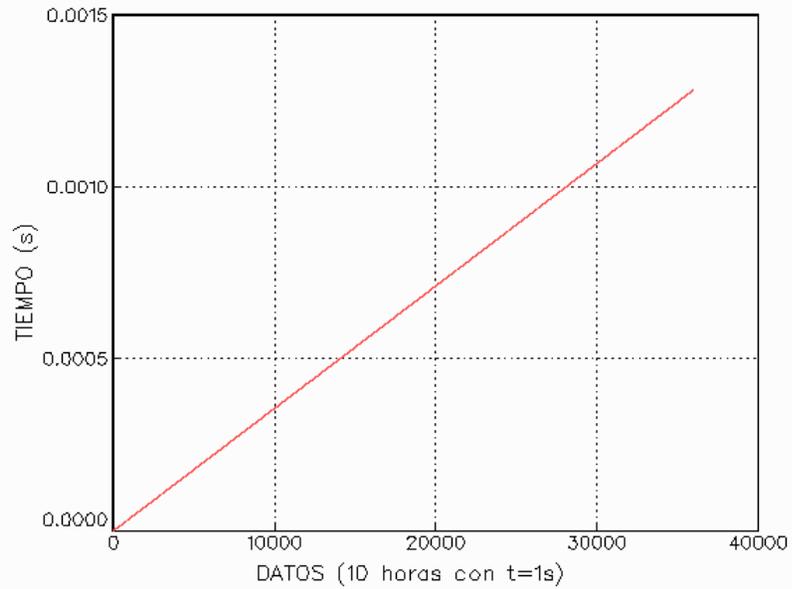
Dependencia temporal de $\sigma_y(\tau)$



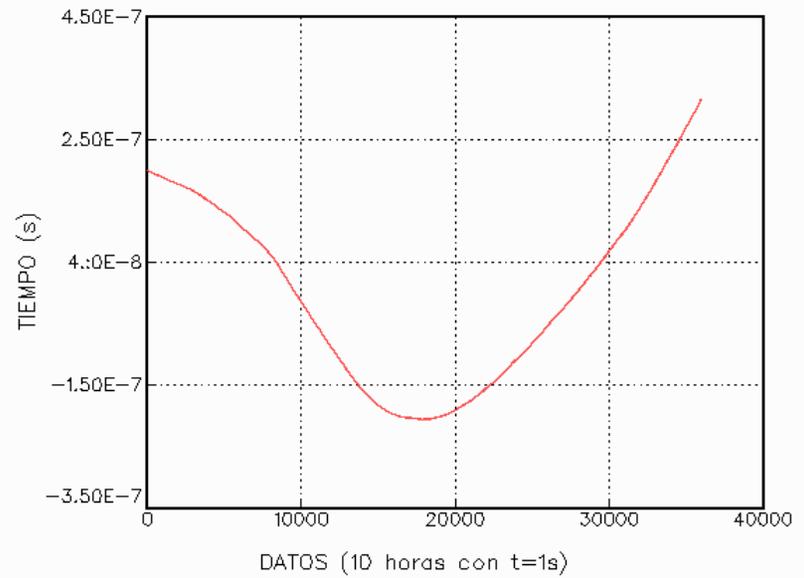
Por debajo del ruido “flicker”, los cristales de cuarzo típicamente tienen una dependencia τ^{-1} (white phase noise). Los patrones atómicos de frecuencia muestran una dependencia del tipo $\tau^{-1/2}$ (white frequency noise) para tiempos de promediación cercanos al tiempo de ataque del lazo de amarre, y τ^{-1} para tiempos menores del tiempo de ataque. Típicamente los τ 's para el ruido flicker son: 1 s para osciladores de cuarzo, 10^3 s para relojes de rubidio y 10^5 s para Cesio.

Ejemplos de cálculo de varianza de Allan

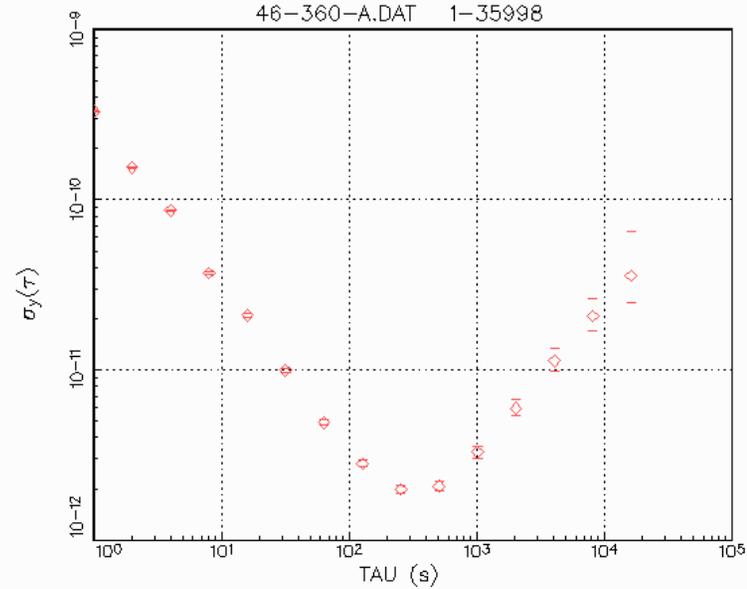
MEDICIONES DE DIFERENCIA DE FASE
46-360-A.DAT



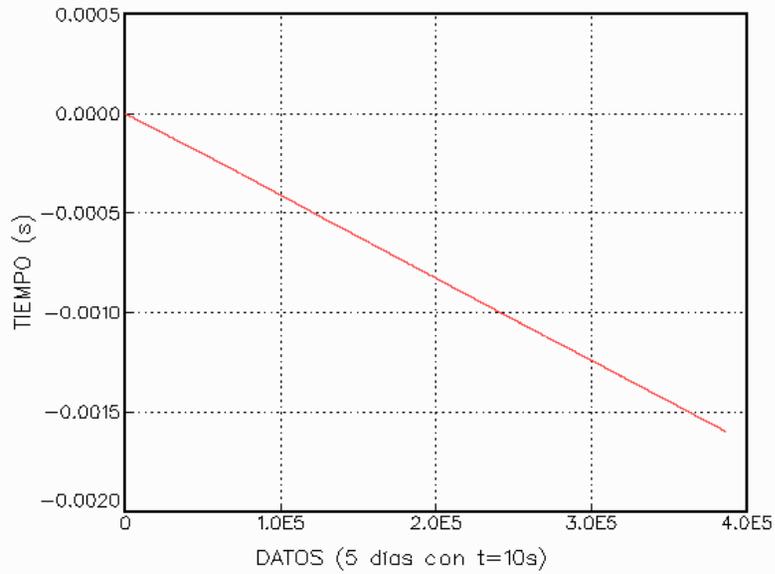
RESIDUOS DEL AJUSTE A UNA RECTA
46-360-A.DAT



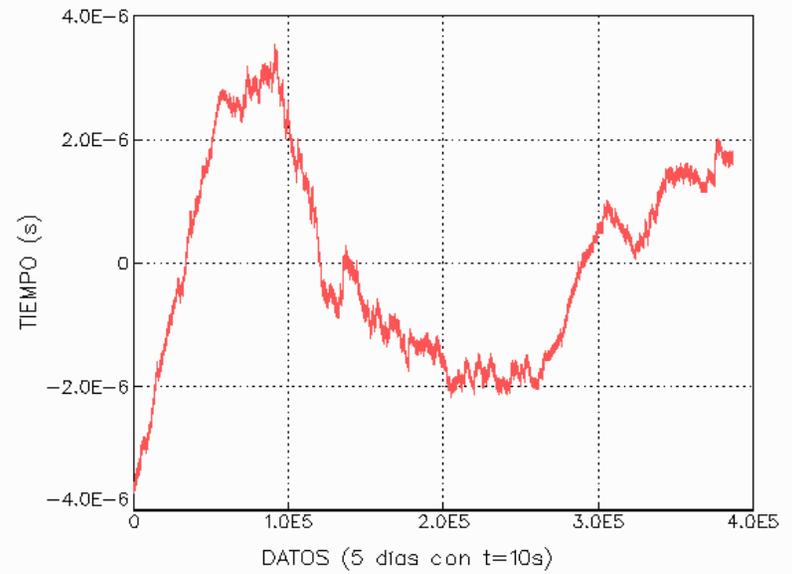
AVAR Y BARRAS DE INCERTIDUMBRE
46-360-A.DAT 1-35998



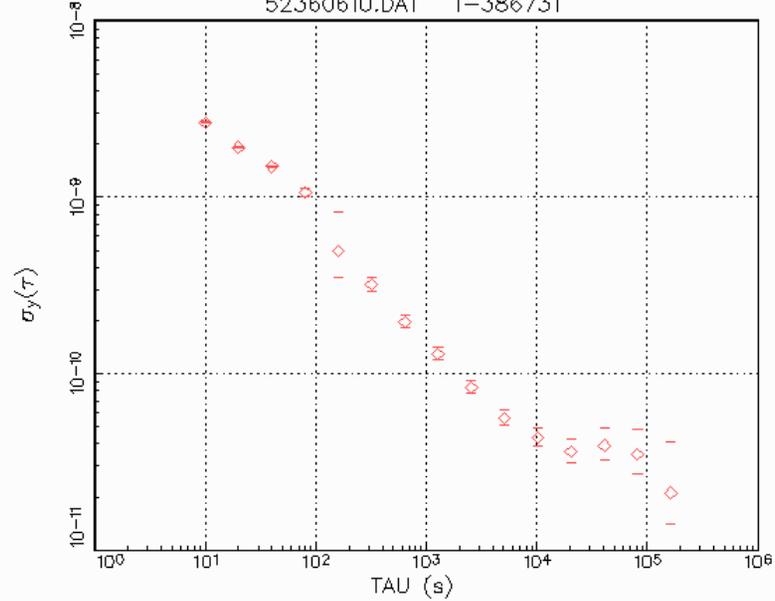
MEDICIONES DE DIFERENCIA DE FASE
52360610.DAT

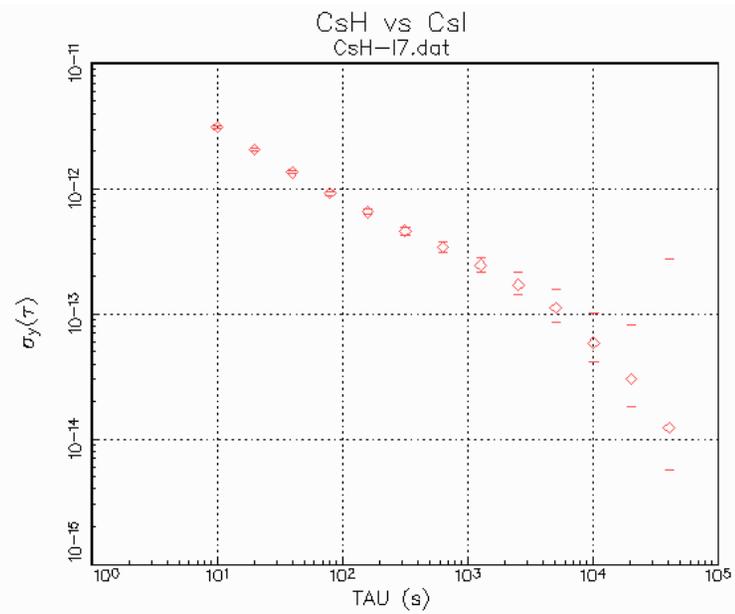
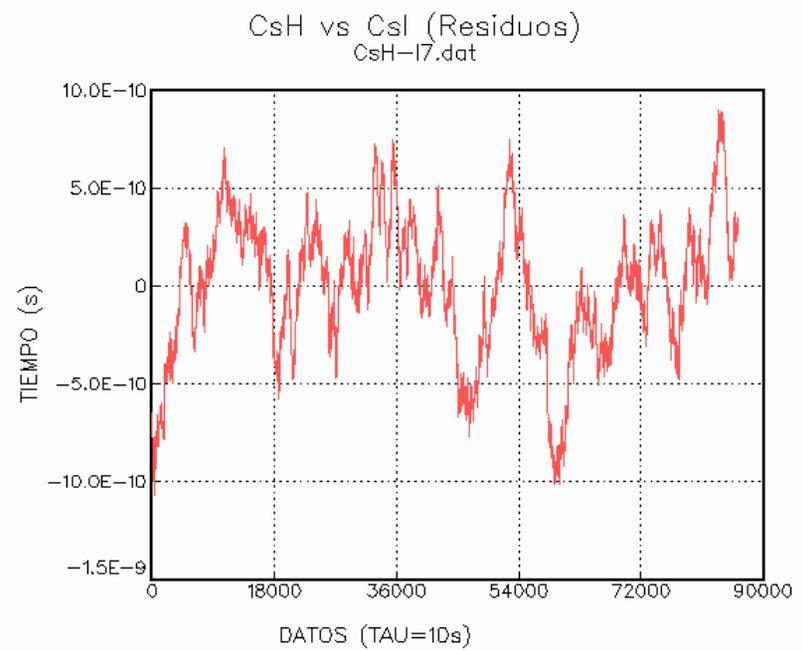
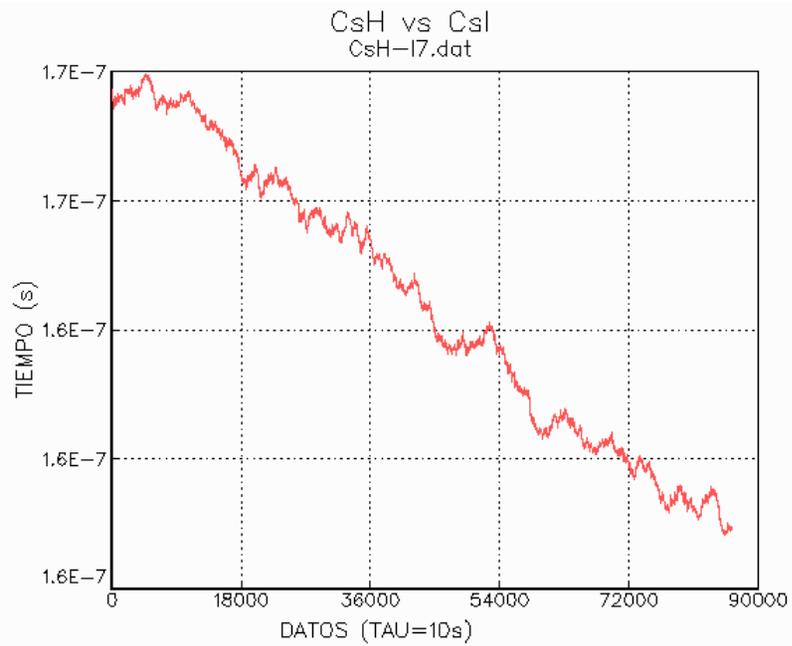


RESIDUOS DEL AJUSTE A UNA RECTA
52360610.DAT

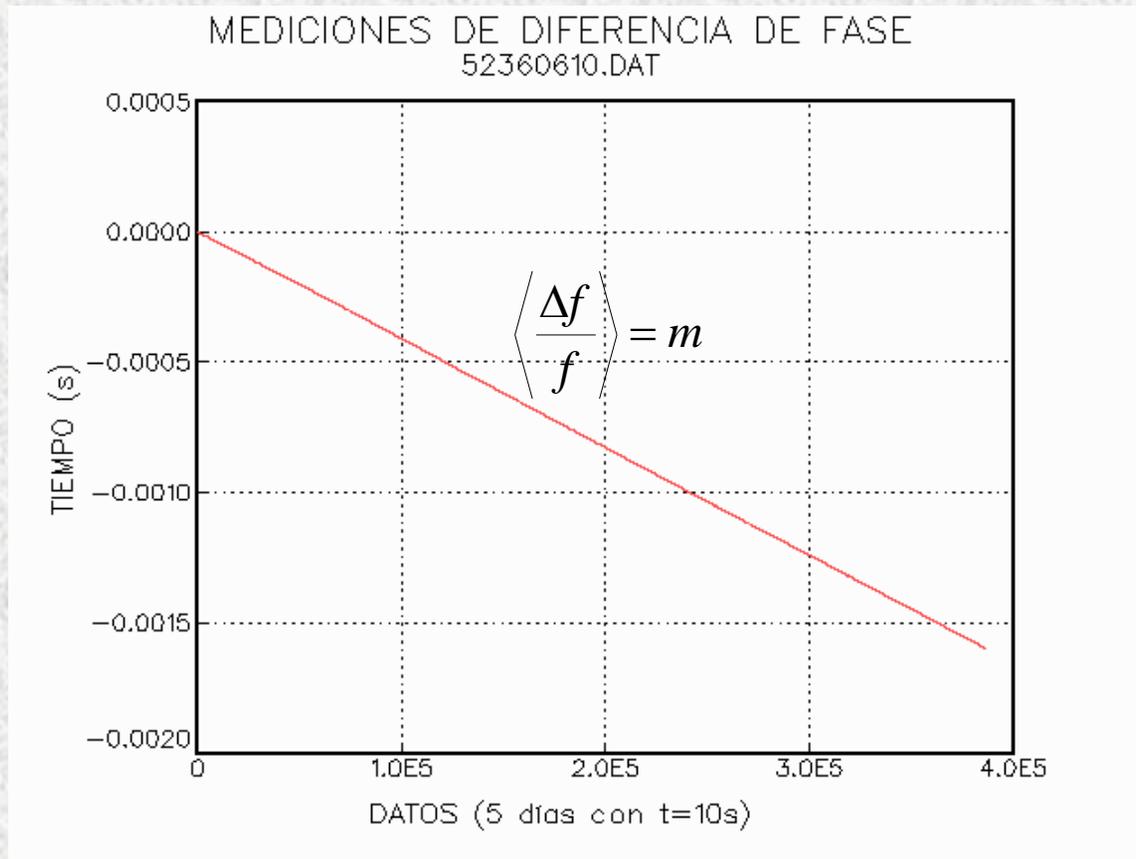


AVAR Y BARRAS DE INCERTIDUMBRE
52360610.DAT 1-386731

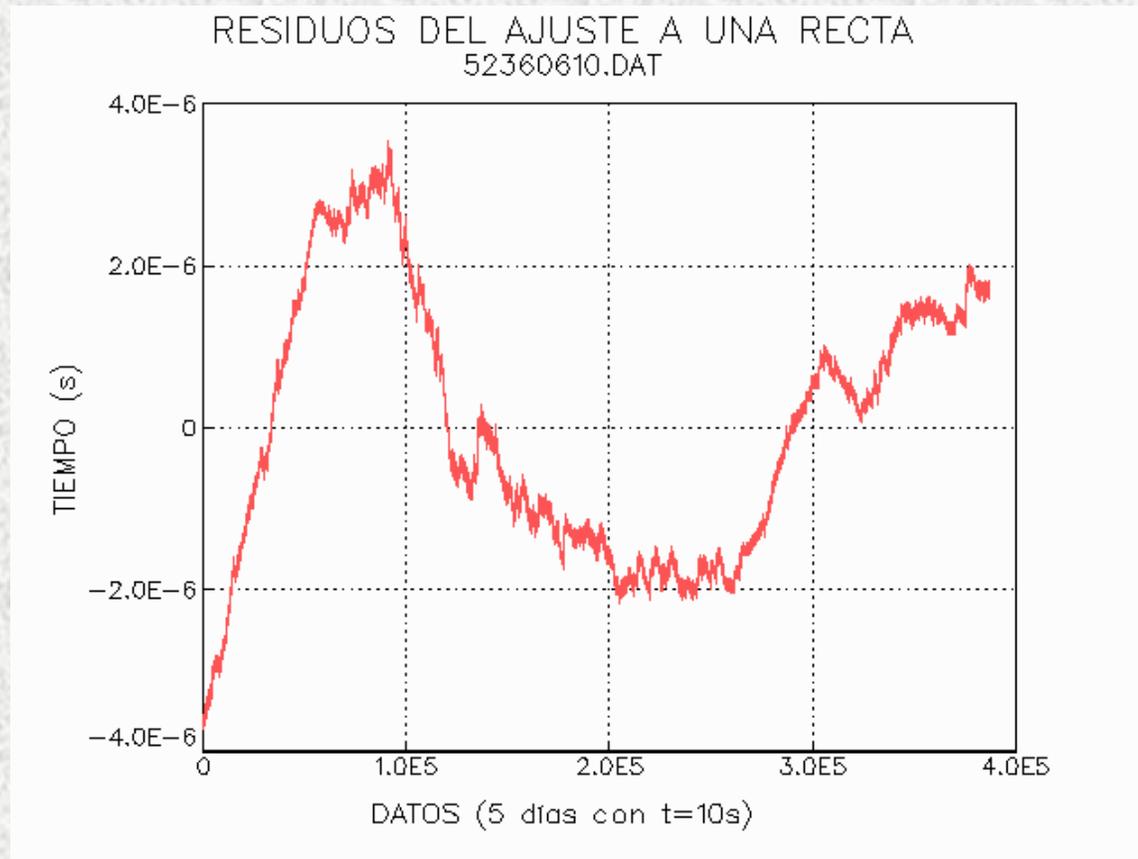




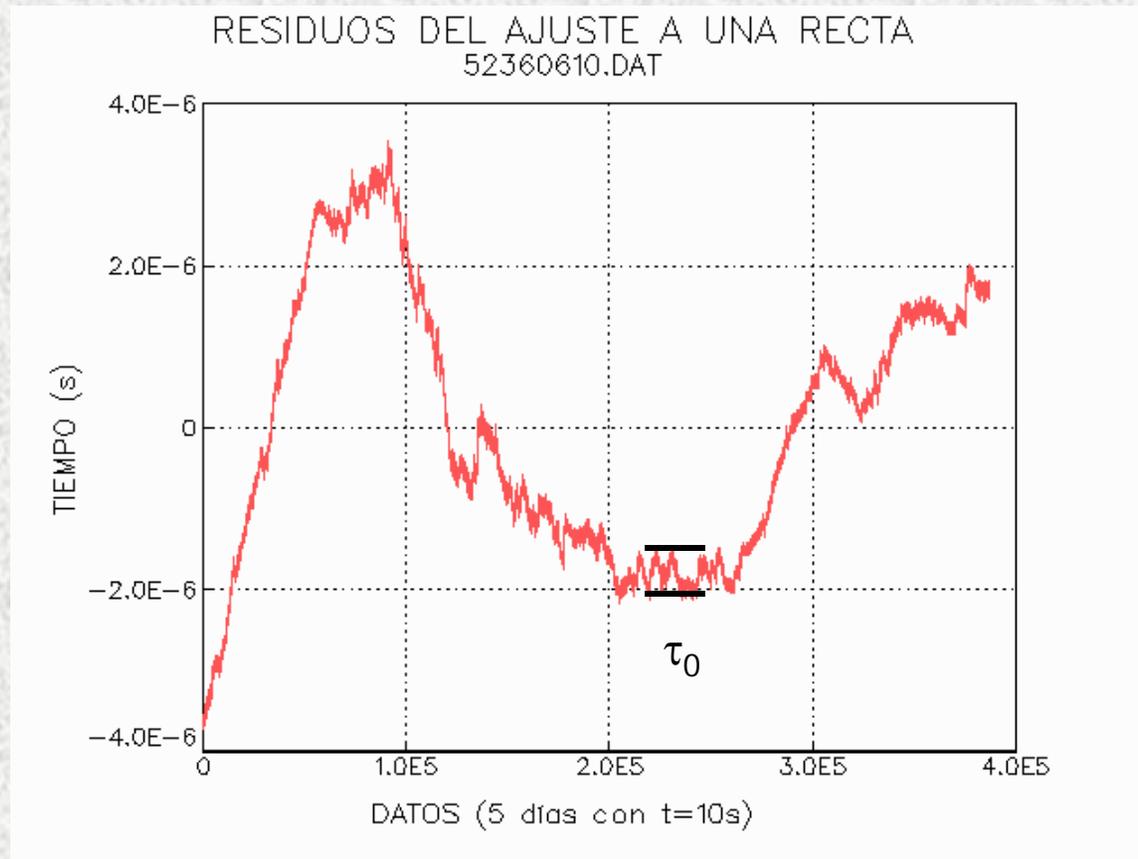
Incertidumbre de medición



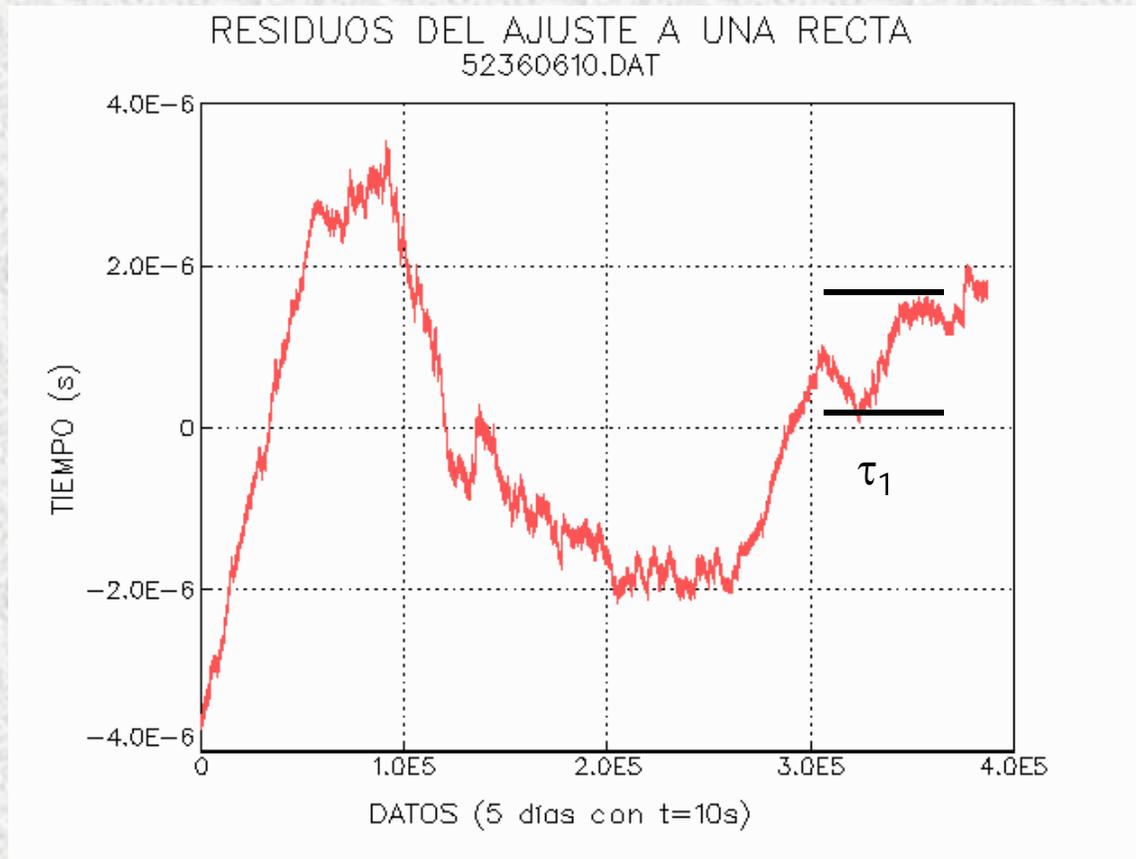
La pendiente del gráfico ofrece información sobre la diferencia fraccional de frecuencia "promedio" entre los osciladores



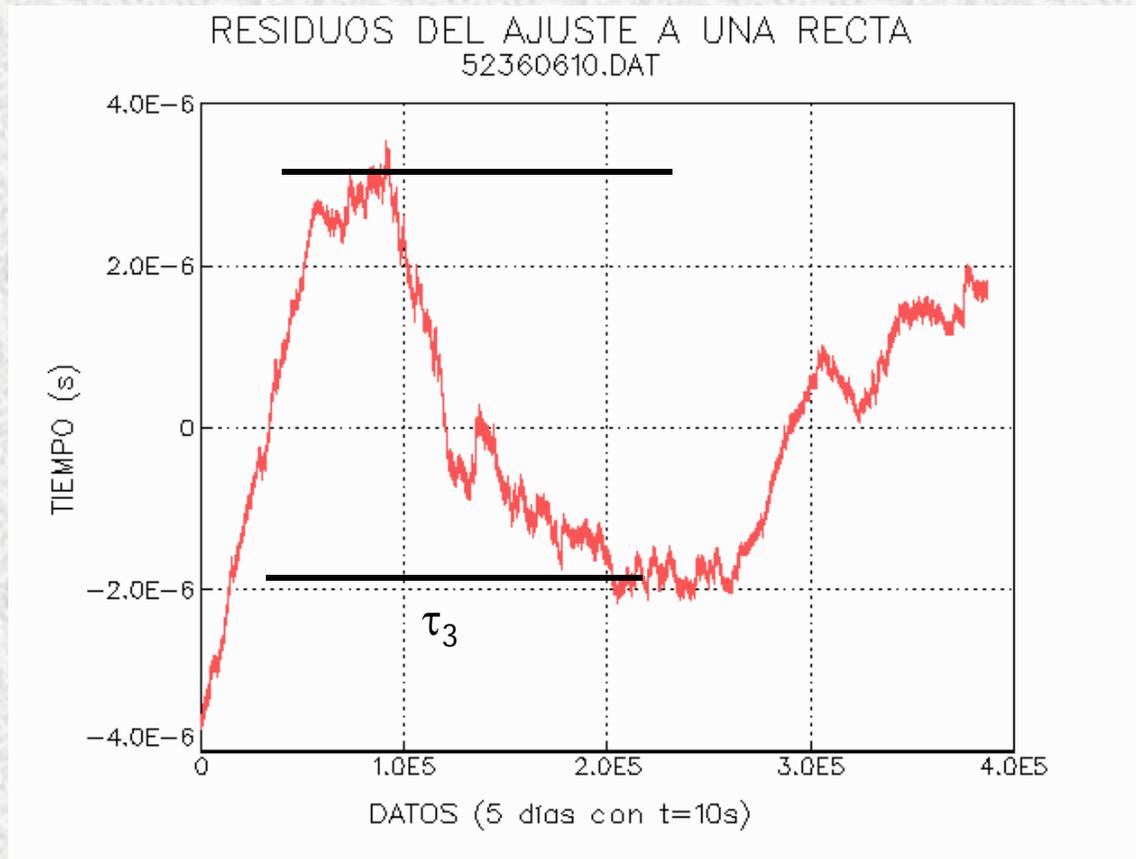
La desviación de los datos experimentales respecto a la línea recta que mejor los representa ofrece información sobre la incertidumbre en la desviación fraccional de frecuencia



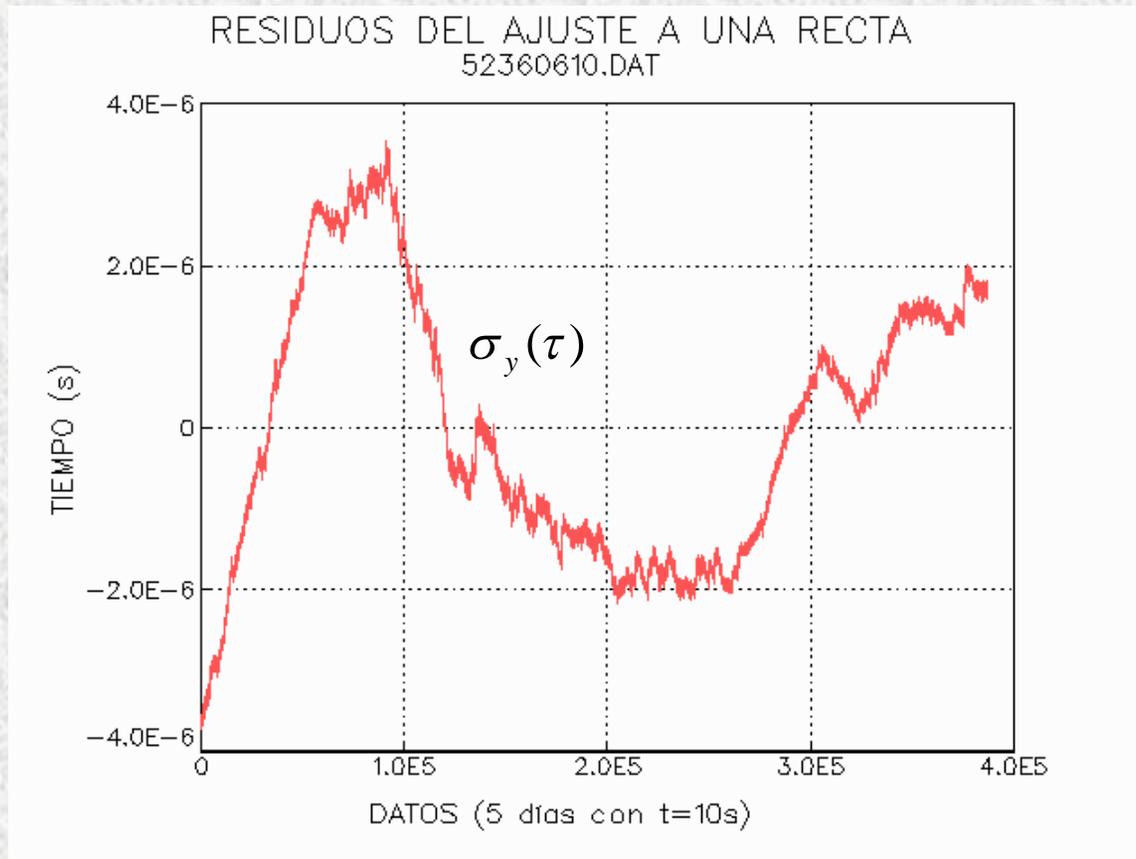
La desviación de los datos experimentales respecto a la línea recta que mejor los representa ofrece información sobre la incertidumbre en la desviación fraccional de frecuencia



La desviación de los datos experimentales respecto a la línea recta que mejor los representa ofrece información sobre la incertidumbre en la desviación fraccional de frecuencia



La desviación de los datos experimentales respecto a la línea recta que mejor los representa ofrece información sobre la incertidumbre en la desviación fraccional de frecuencia



La desviación de los datos experimentales respecto a la línea recta que mejor los representa ofrece información sobre la incertidumbre en la desviación fraccional de frecuencia

$$\left\langle \frac{\Delta f}{f} \right\rangle_{\tau} = m \pm \sigma_y(\tau)$$

Frecuencia del oscilador

$$\left\langle \frac{\Delta f}{f} \right\rangle_{\tau} = \frac{f - f_0}{f_0}$$

Frecuencia de referencia

$$f = f_0(1 + m \pm \sigma_y(\tau))$$

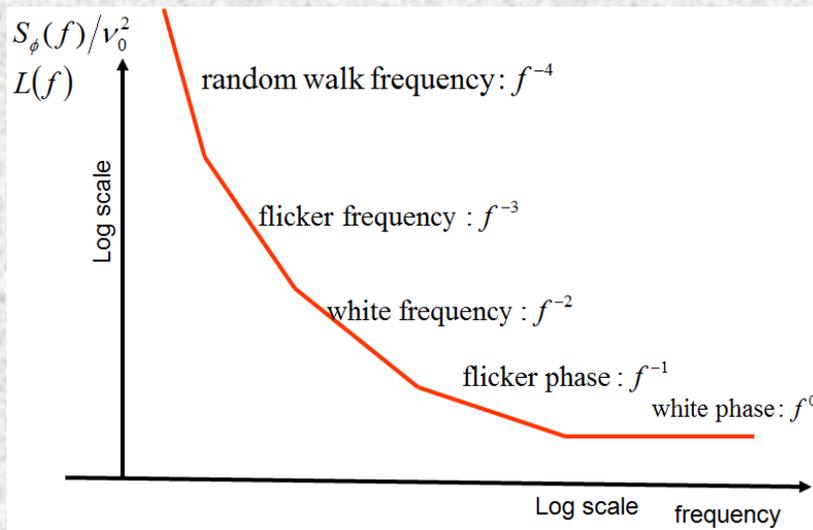
$$f = f_0(1 + m \pm 2\sigma_y(\tau))$$

Factor de cobertura k=2

Dominio de la frecuencia

$$S_y(f) = \sum_{-\infty}^{+\infty} h_\alpha f^\alpha = \dots + \frac{h_{-2}}{f^2} + \frac{h_{-1}}{f} + h_0 + h_1 f + h_2 f^2 + \dots$$

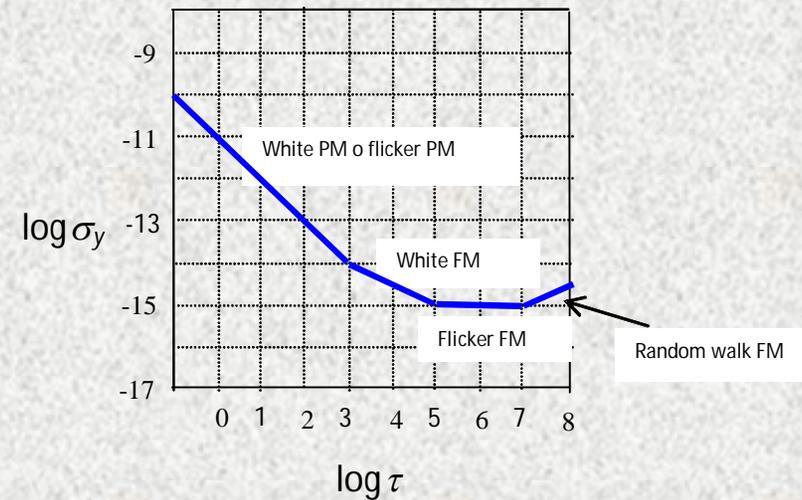
$\alpha = -2$	Random walk frequency
$\alpha = -1$	Flicker frequency
$\alpha = 0$	White frequency
$\alpha = +1$	Flicker phase
$\alpha = +2$	White phase



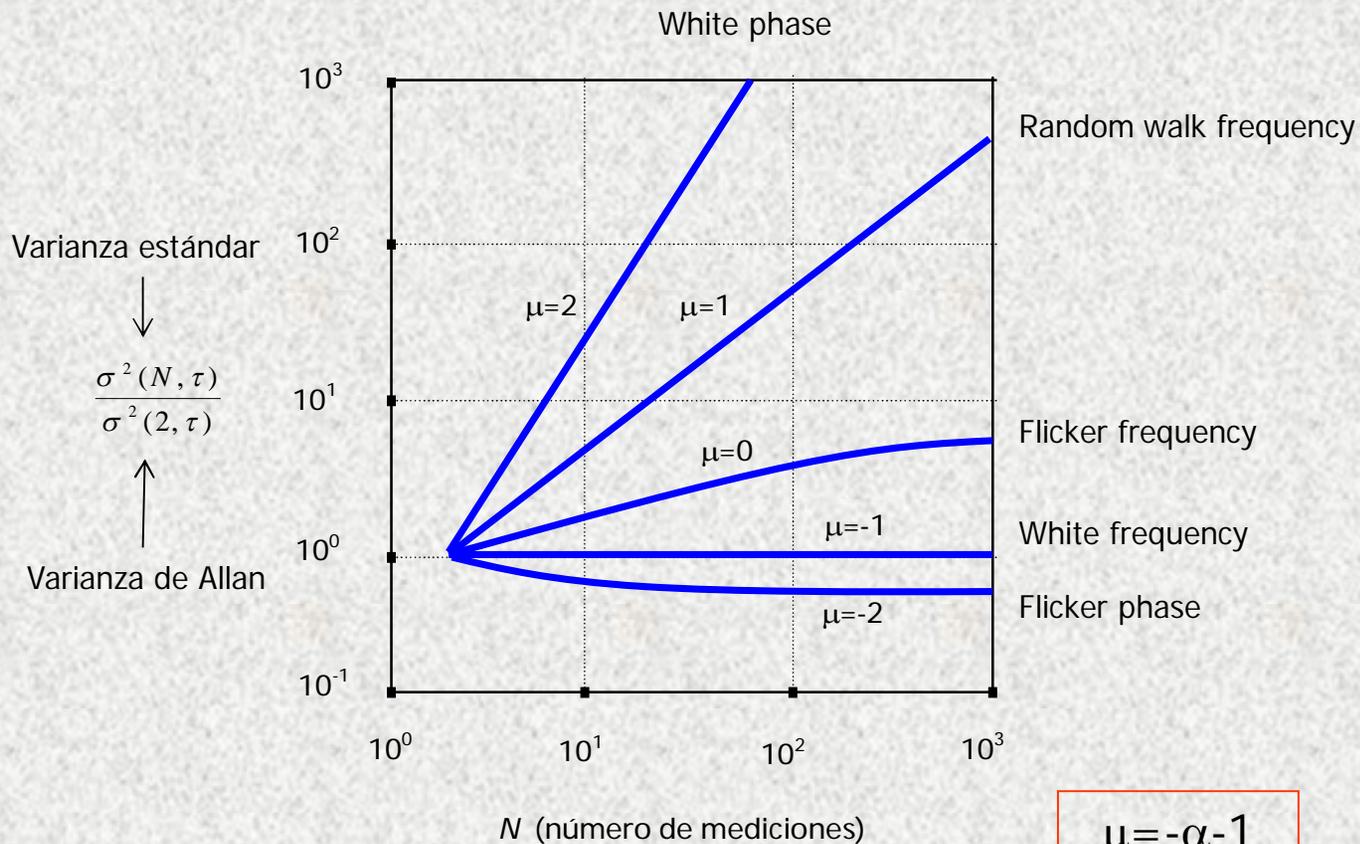
Dominio del tiempo

$$\sigma_y^2(\tau) \sim \tau^\beta$$

$\beta = -1$	Random walk frequency
$\beta = -1$	Flicker frequency
$\beta = -1/2$	White frequency
$\beta = 0$	Flicker phase
$\beta = +1/2$	White phase

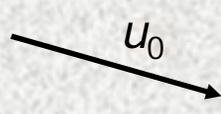
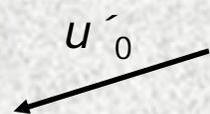


Varianza de Allan vs Varianza Estándar



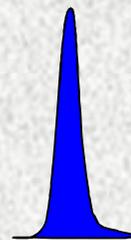
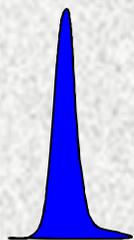
Concepto de Trazabilidad

BIPM



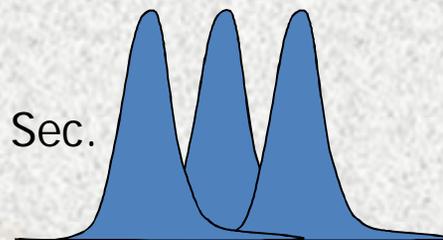
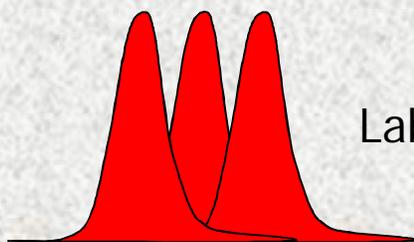
NMI

CENAM



u'_1

u_1

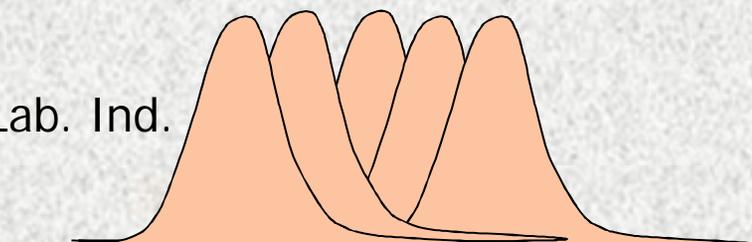
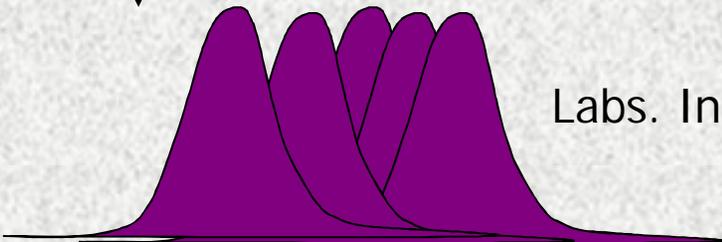


Labs. Sec.

Labs. Sec.

u'_2

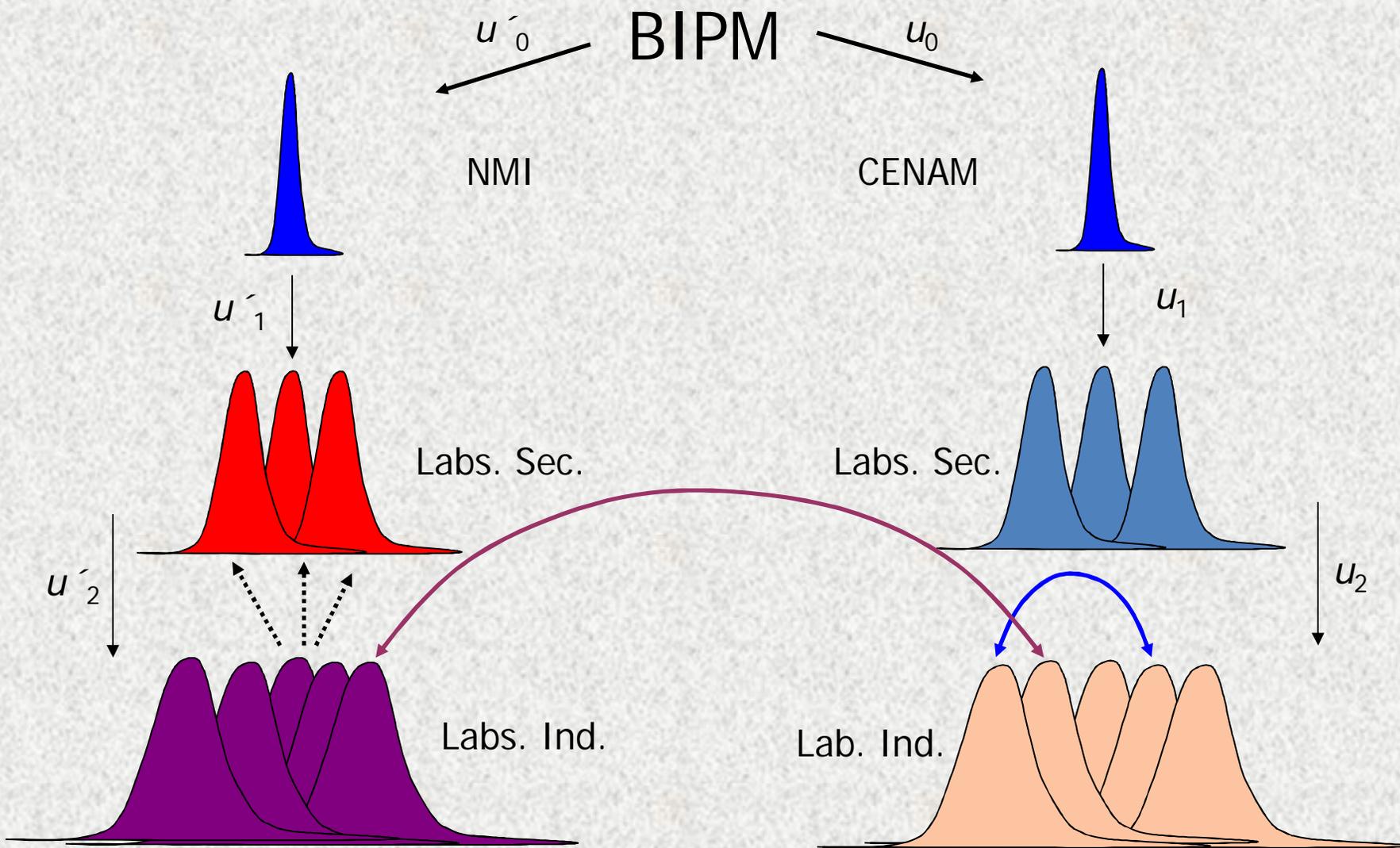
u_2



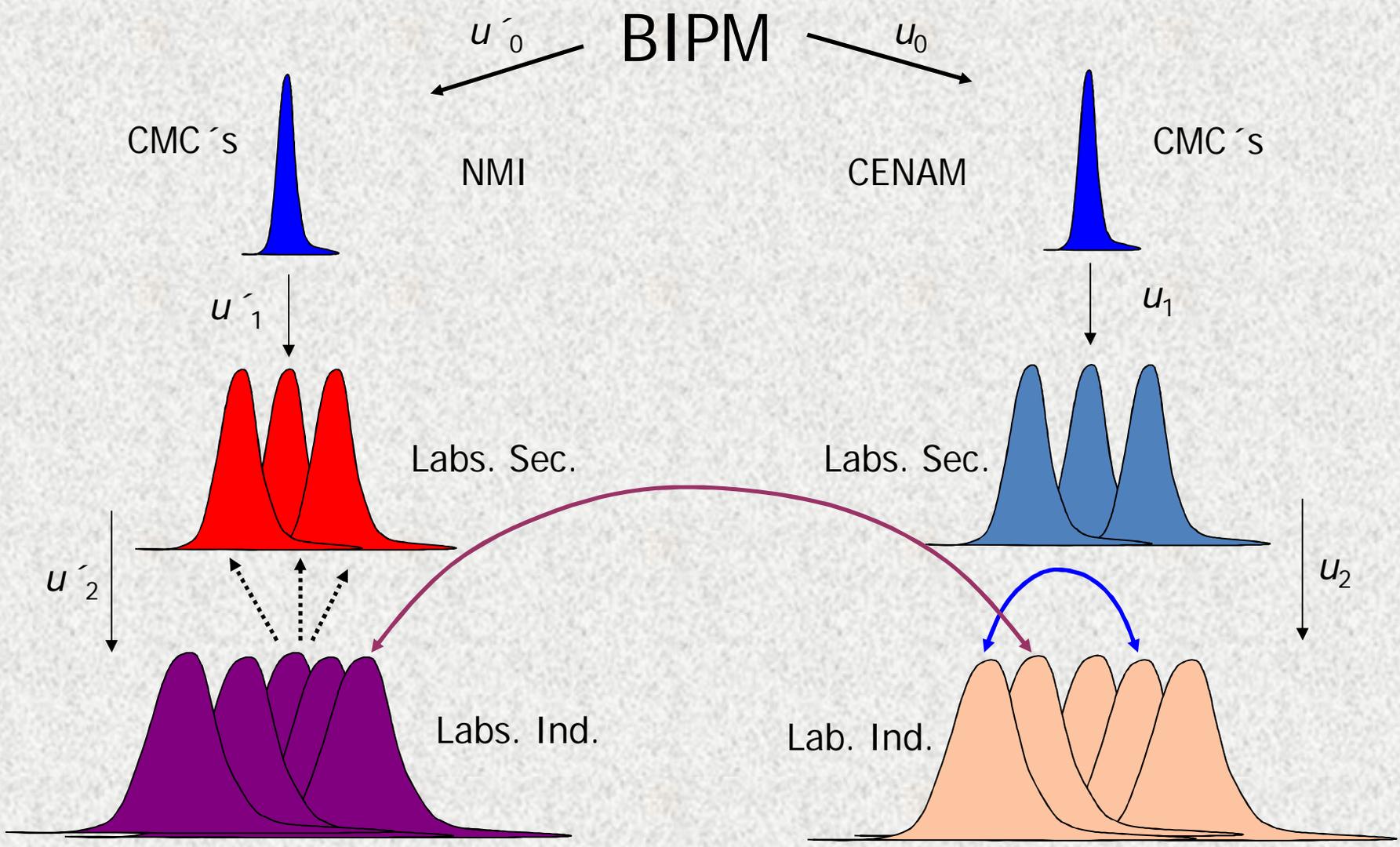
Labs. Ind.

Lab. Ind.

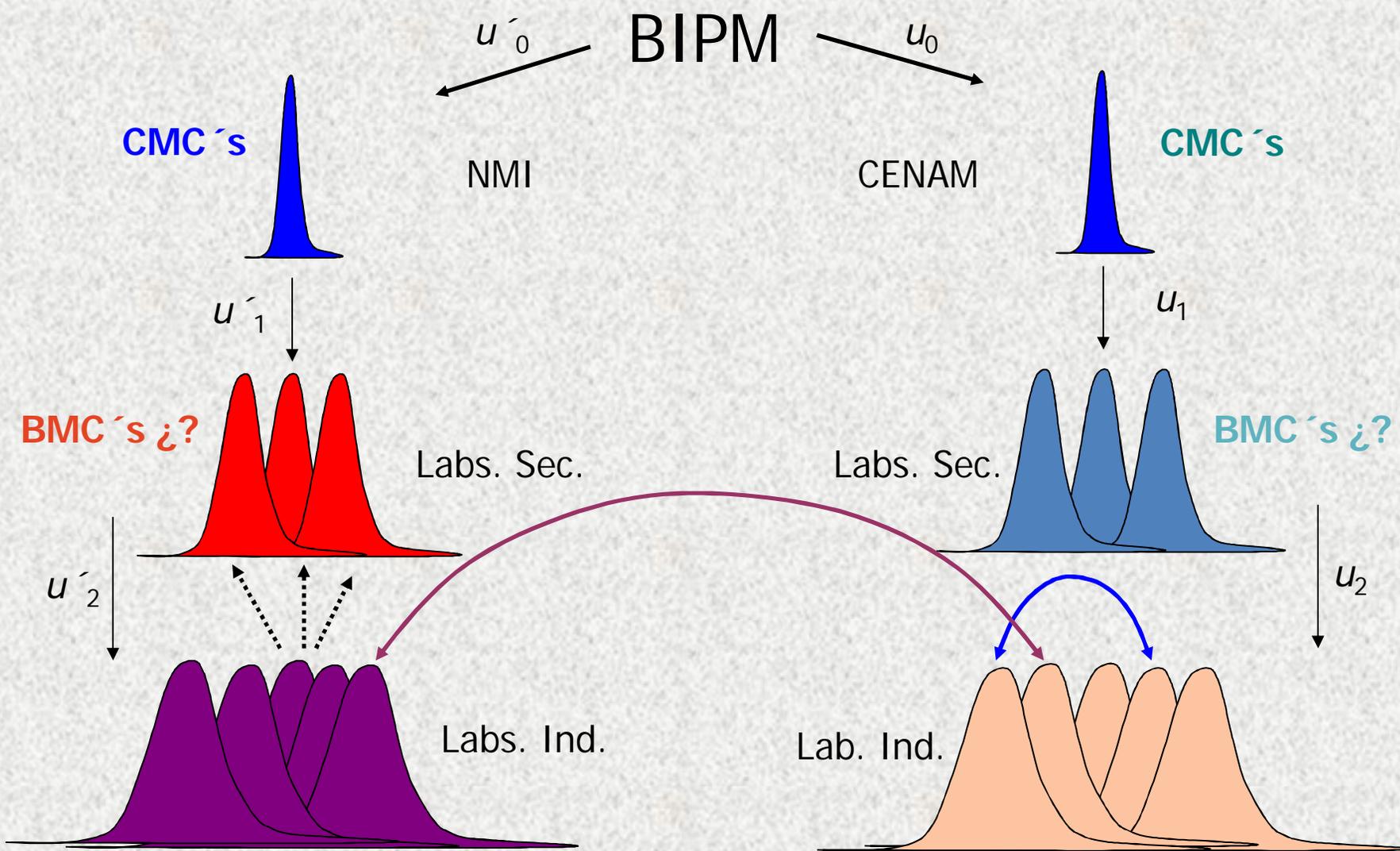
Concepto de Trazabilidad



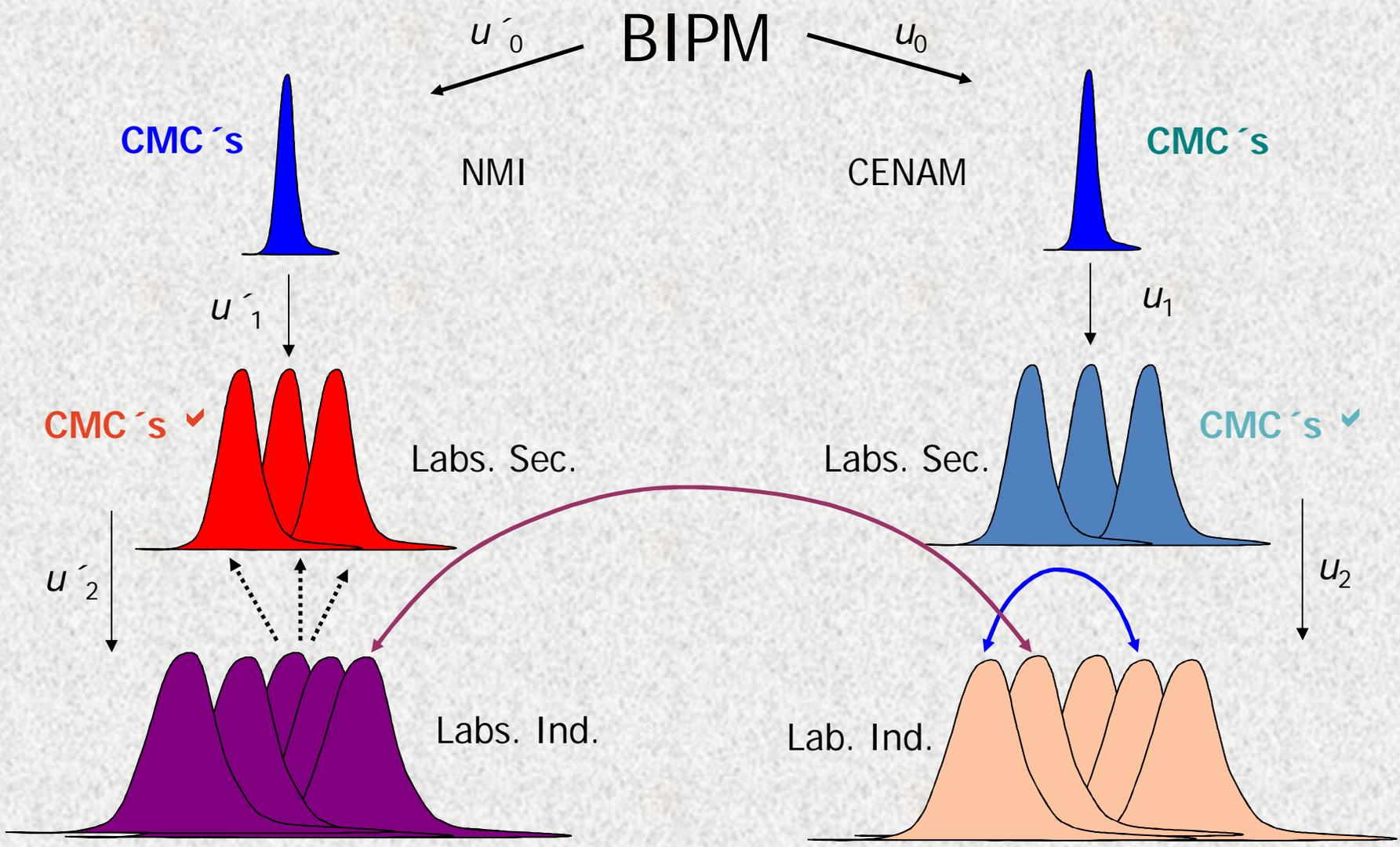
Concepto de Trazabilidad



Concepto de Trazabilidad

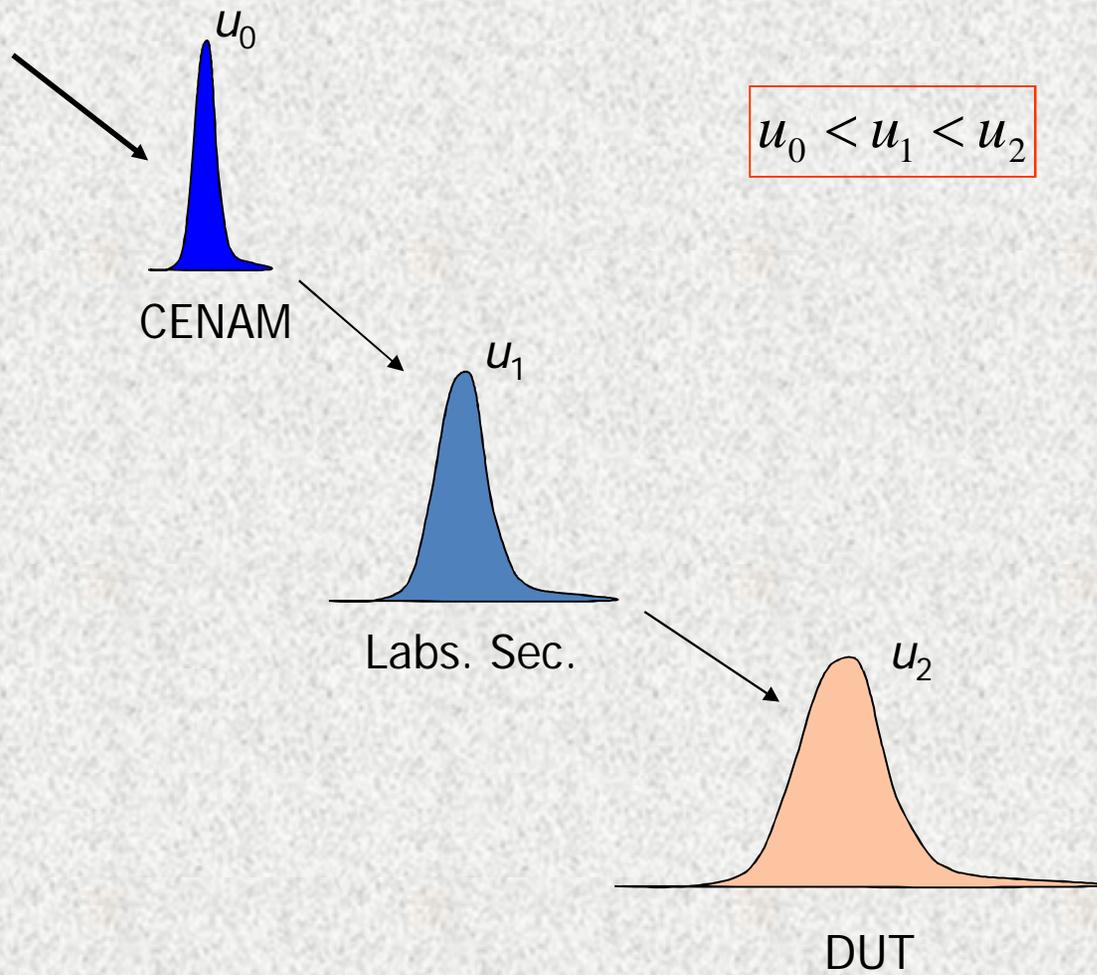


Concepto de Trazabilidad



Concepto de Trazabilidad

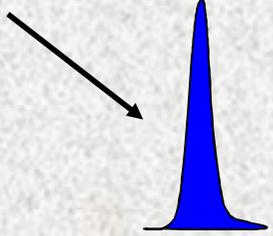
BIPM



Concepto de Trazabilidad

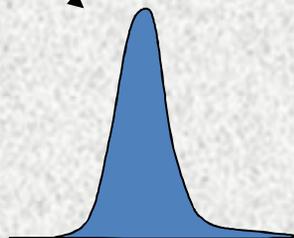
BIPM

$$\left. \frac{\Delta f}{f} \right|_0, \sigma_y(\tau)|_0$$



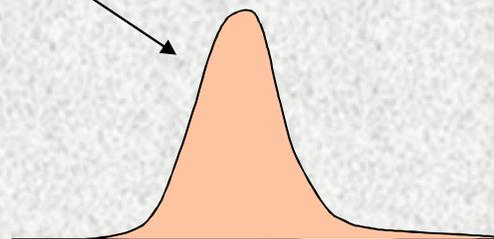
CENAM

$$\left. \frac{\Delta f}{f} \right|_1, \sigma_y(\tau)|_1$$



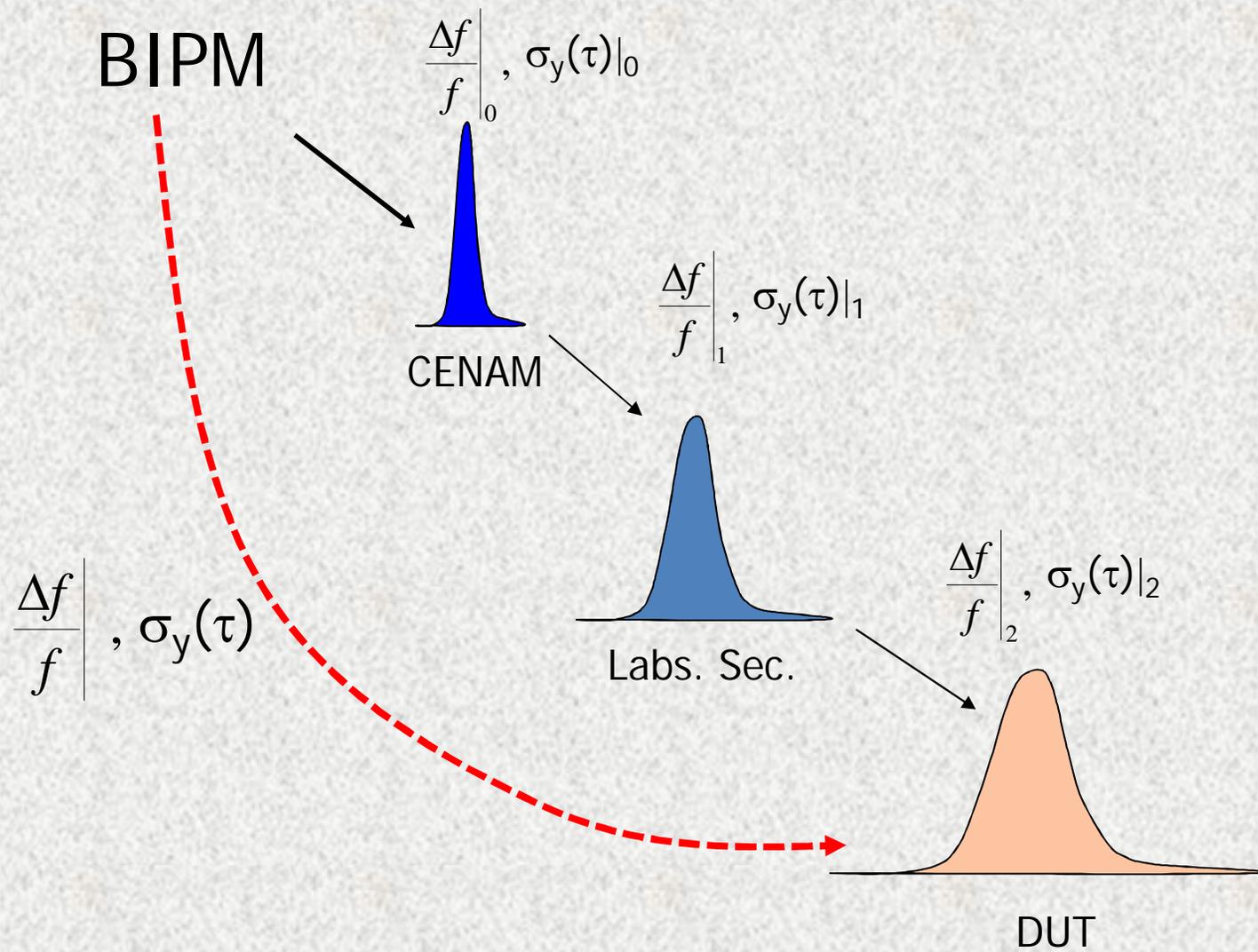
Labs. Sec.

$$\left. \frac{\Delta f}{f} \right|_2, \sigma_y(\tau)|_2$$



DUT

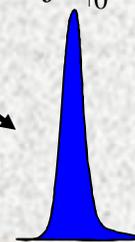
Concepto de Trazabilidad



Concepto de Trazabilidad

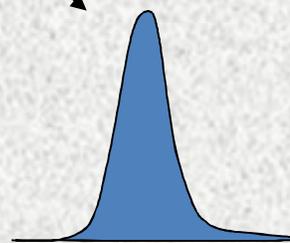
BIPM

$$\left. \frac{\Delta f}{f} \right|_0, \sigma_y(\tau)|_0$$



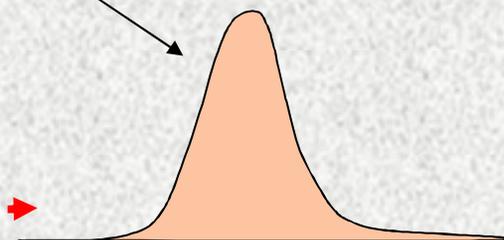
CENAM

$$\left. \frac{\Delta f}{f} \right|_1, \sigma_y(\tau)|_1$$



Labs. Sec.

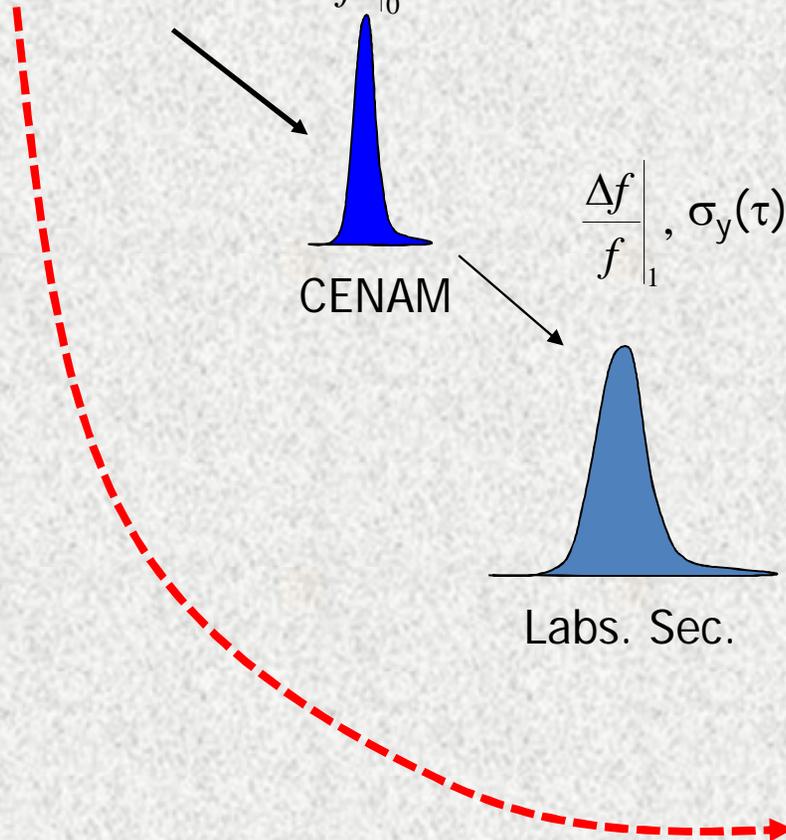
$$\left. \frac{\Delta f}{f} \right|_2, \sigma_y(\tau)|_2$$



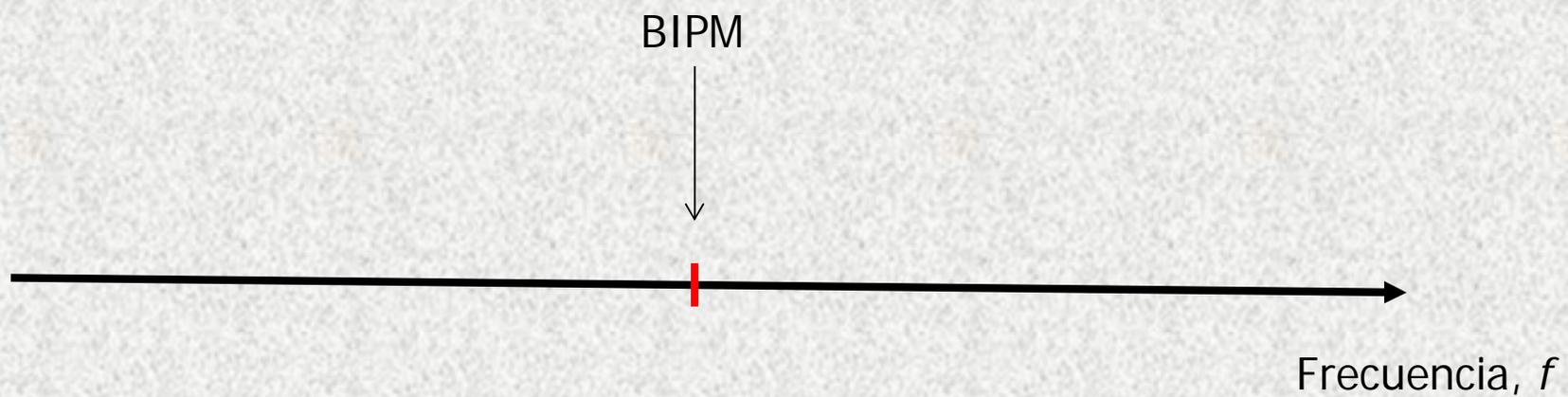
DUT

$$\frac{\Delta f}{f} = \sum_{i=1}^n \left. \frac{\Delta f}{f} \right|_i$$

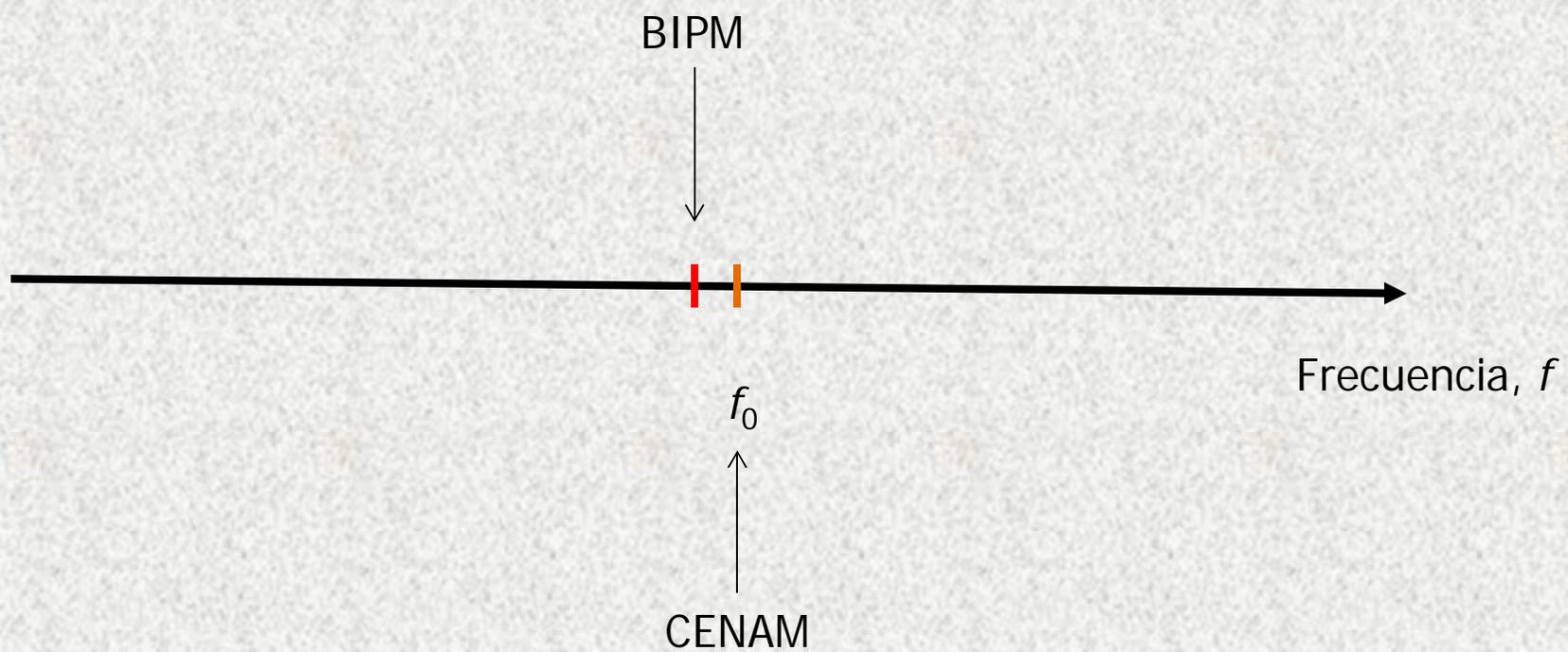
$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_y^2(\tau)|_i}$$



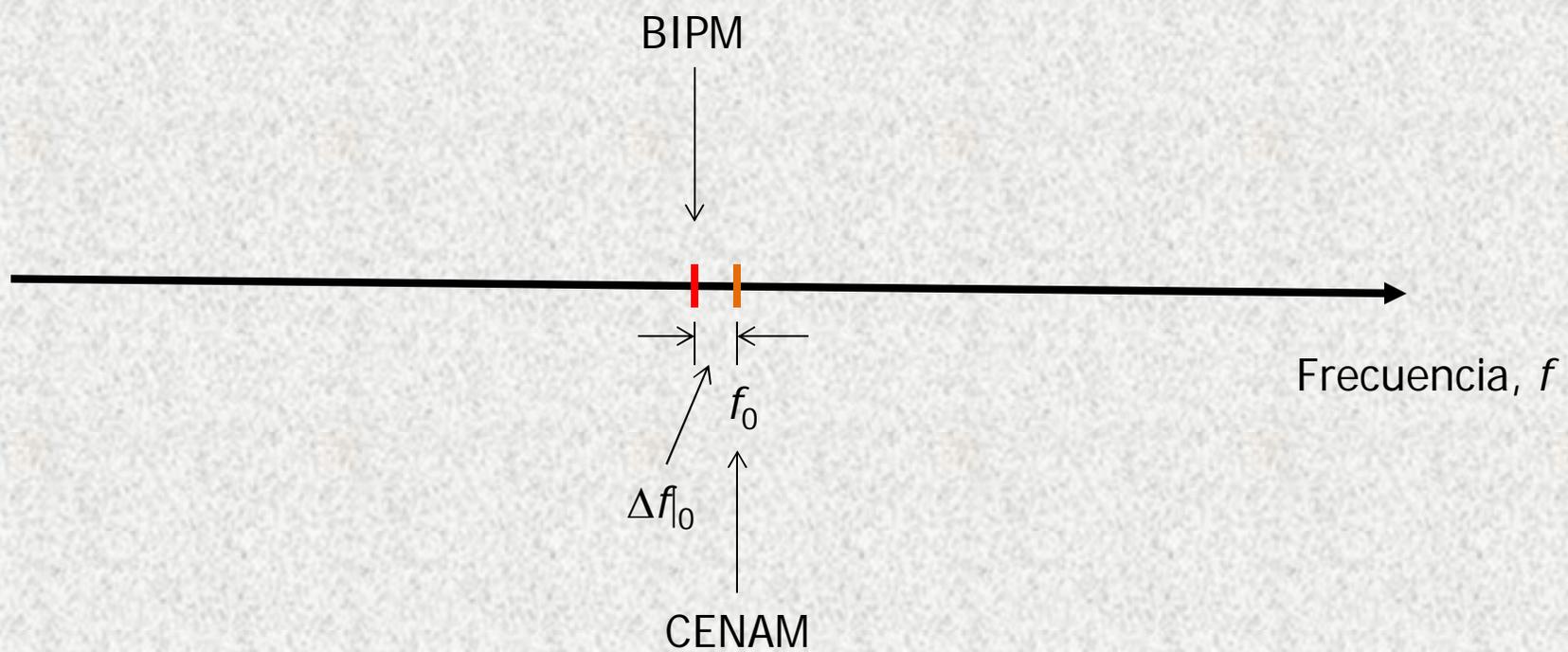
Concepto de Trazabilidad



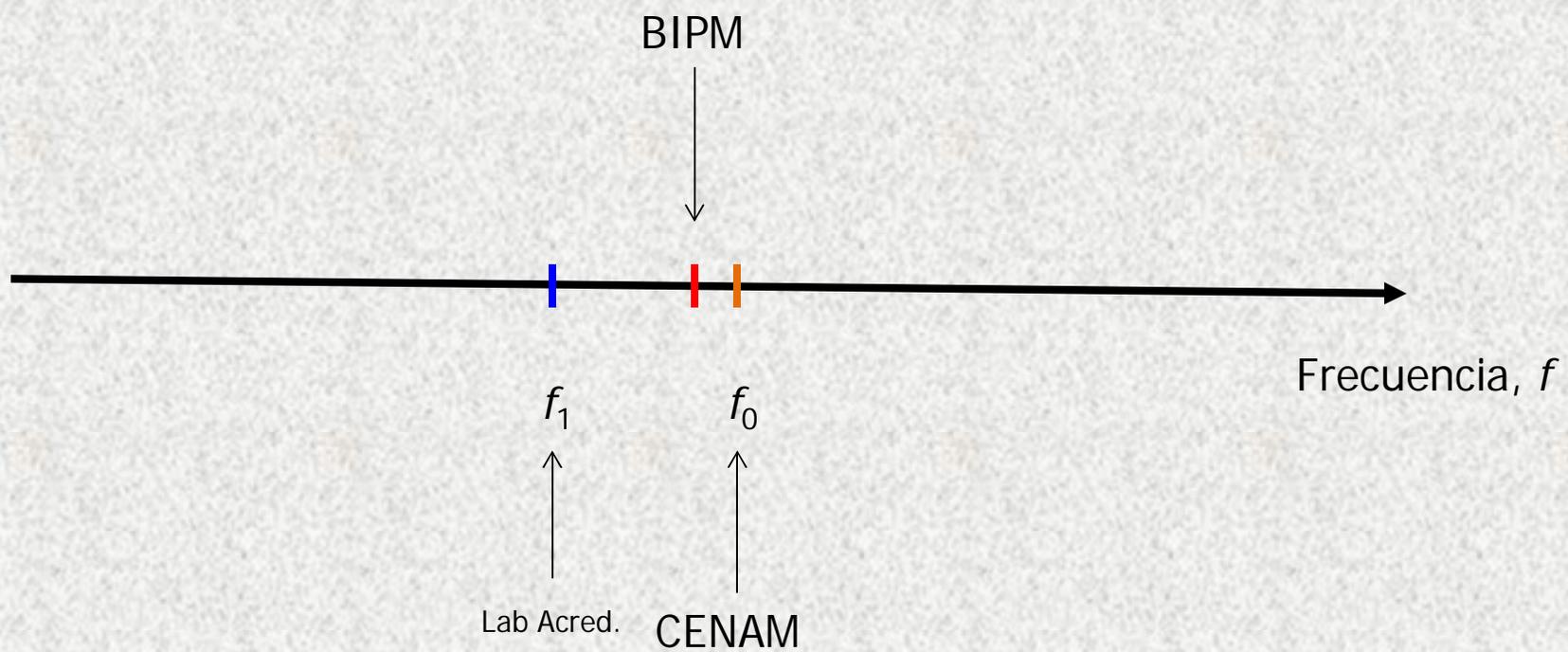
Concepto de Trazabilidad



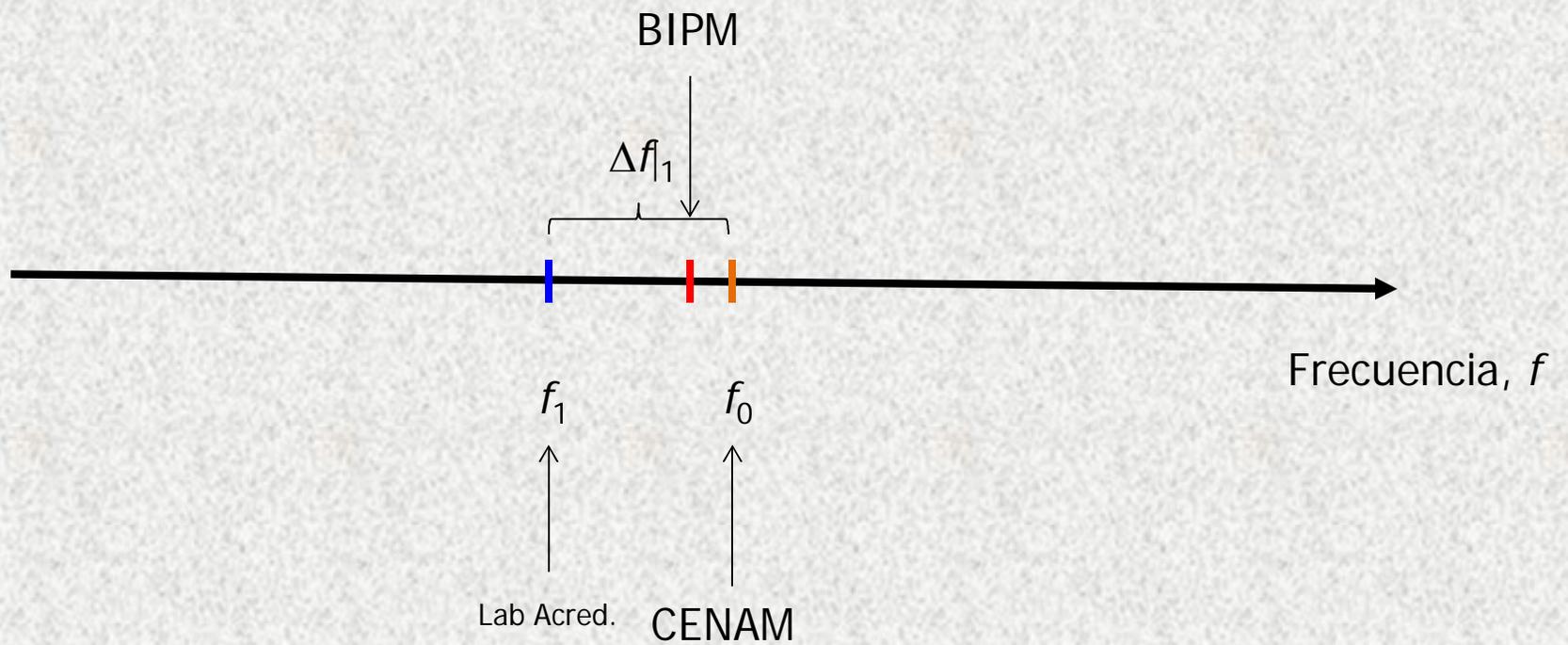
Concepto de Trazabilidad



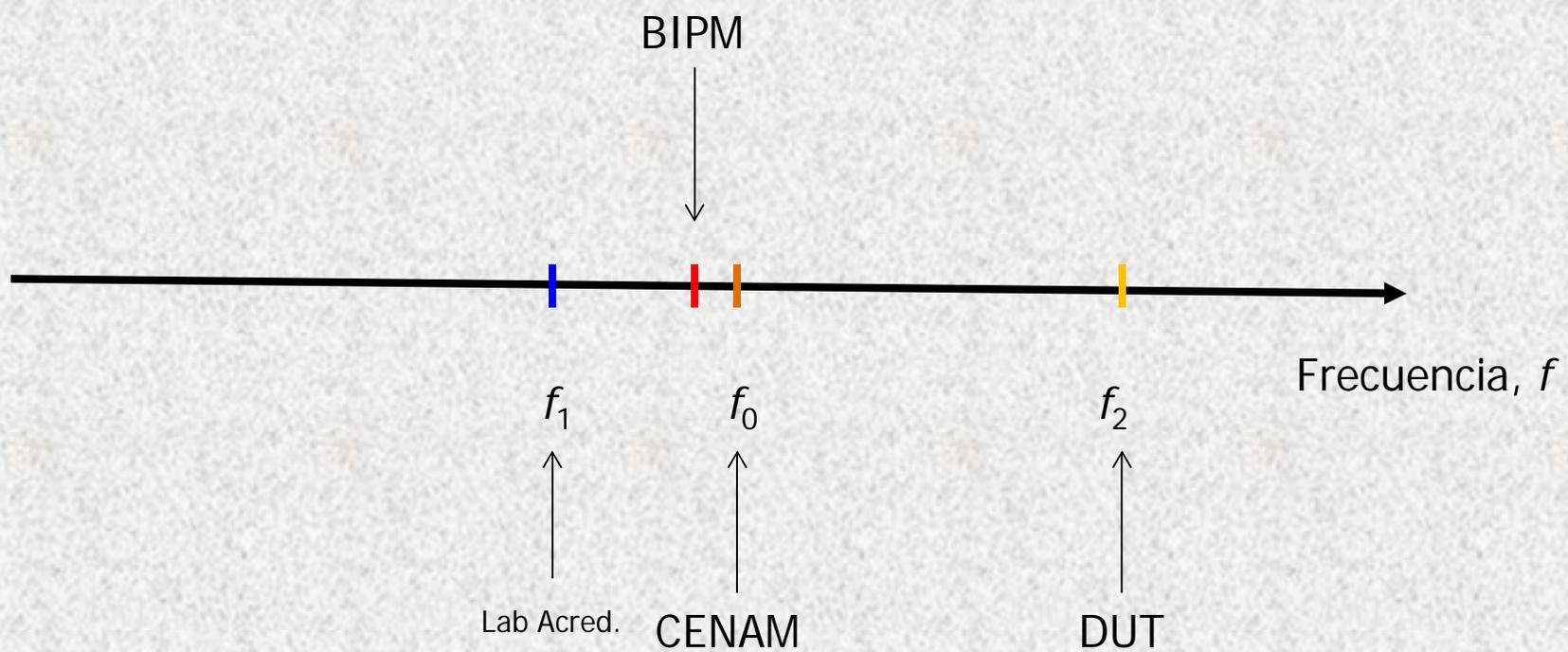
Concepto de Trazabilidad



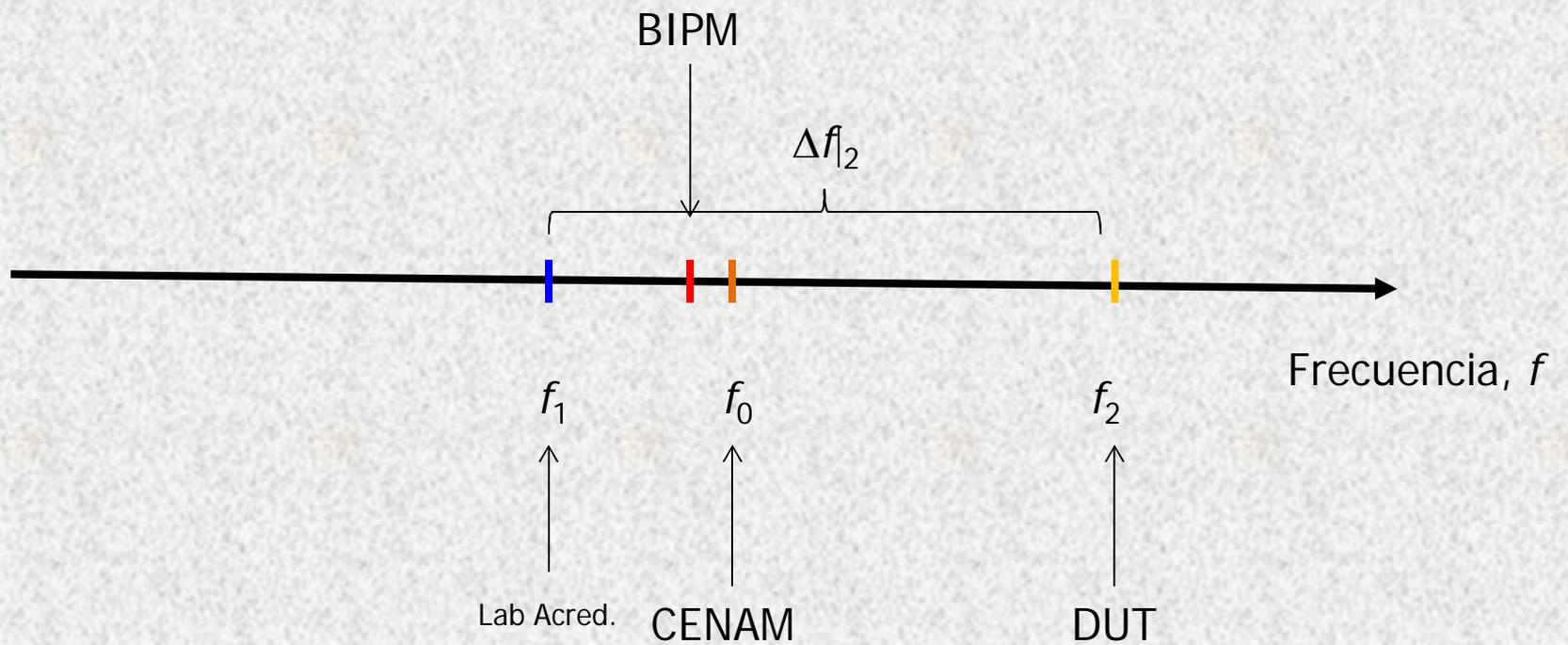
Concepto de Trazabilidad



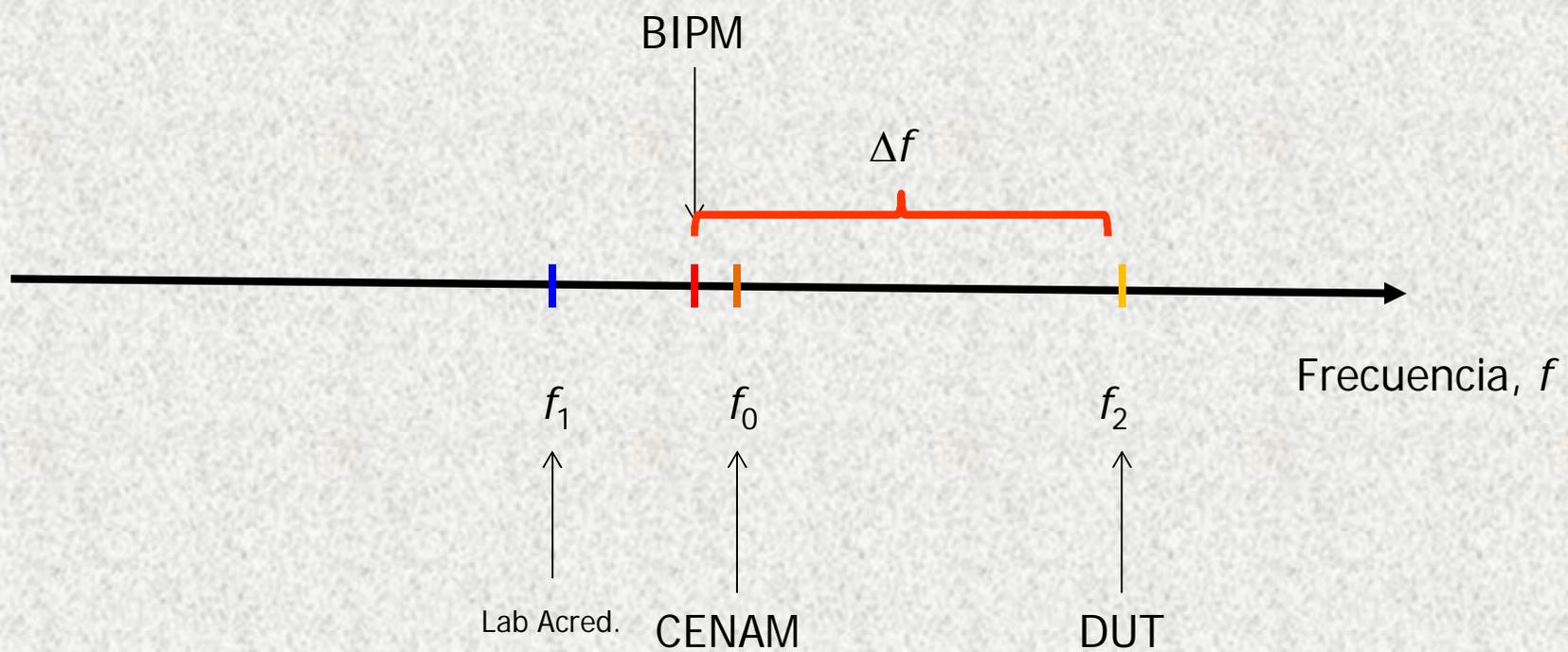
Concepto de Trazabilidad



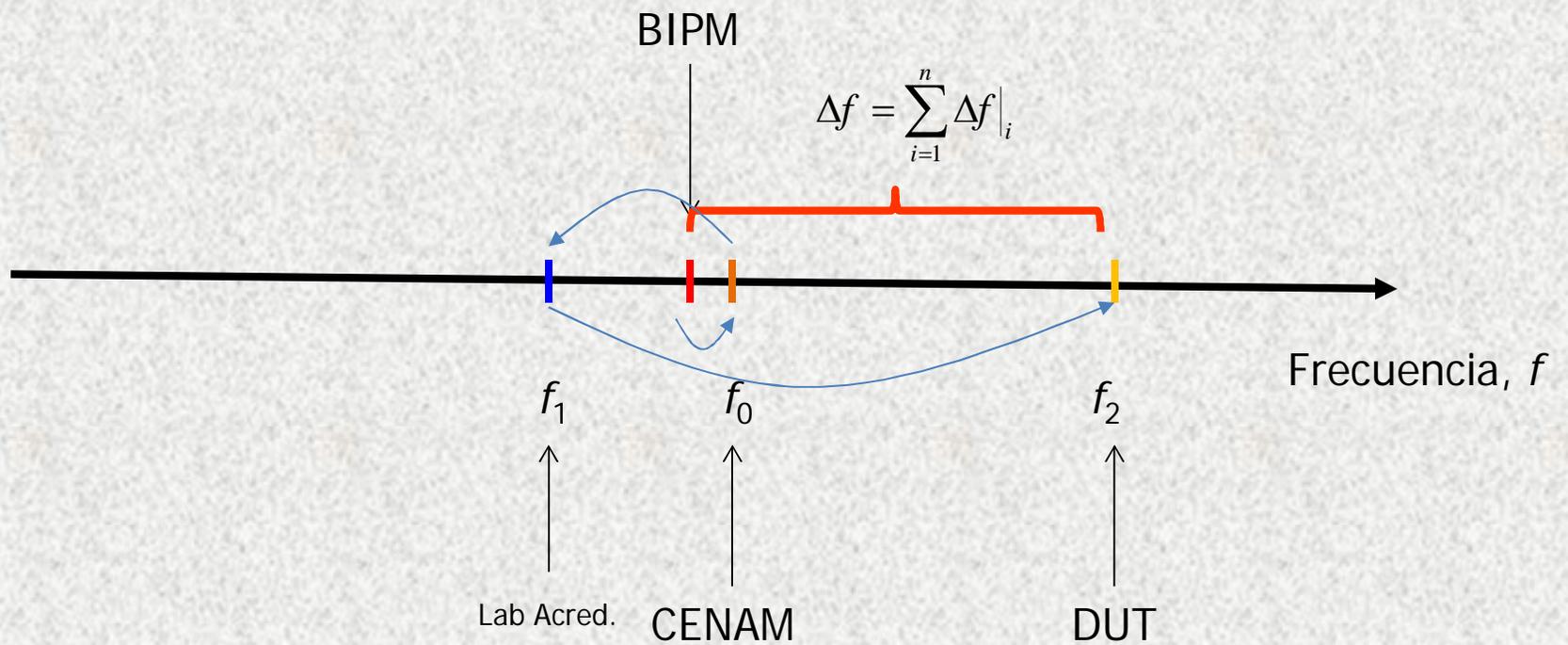
Concepto de Trazabilidad



Concepto de Trazabilidad



Concepto de Trazabilidad



Concepto de Trazabilidad

