



Metrología de Calidad de la Potencia Eléctrica: armónicos y subarmónicos

René D. Carranza López Padilla
Sergio Campos Montiel
Adrián Castruita Romero
Octubre 2012



Objetivo:

Asegurar la trazabilidad de la medición de
calidad de la potencia eléctrica:

1ª parte: medición de componentes espectrales

1. Aprender los aspectos más importantes sobre la medición de componentes espectrales
2. Aprender midiendo: prácticas de medición

Contenido

LUNES 8 Octubre:

- Introducción
- IEC 61000-4-7: alcances y limitaciones
- Trazabilidad de mediciones de componentes espectrales
- Laboratorios: básicos de muestreo digital, Transformada Discreta de Fourier, mediciones según IEC 61000-4-7

MARTES 9 Octubre:

Superando las limitaciones de la Transformada Discreta de Fourier

- Mitigación de Fuga Espectral:
 - Ventanas de Hanning
 - Interpolación espectral
- Laboratorios: superando limitaciones de TDF

1. Introducción

**Patrones
Nacionales
CENAM**



**Patrón de Referencia de
Calidad de la Potencia
Eléctrica
CENAM**



**Patrones
Referencia CFE
LAPEM,
Distribución,
Transmisión**



**equipos de medición:
industria y usuarios
en general**

IEC 61000-4-7



Señales eléctricas: información

$$v(t) = V_0 + V_1(t) \text{sen}[\phi_1(t)] + \sum_{k=2}^K V_k(t) \text{sen}[\phi_k(t)] + r(t)$$

↑ ↑ } } ↑
 tensión eléctrica componente de CC armónica de frecuencia fundamental armónicos $k=2 \dots K$ ruido aditivo

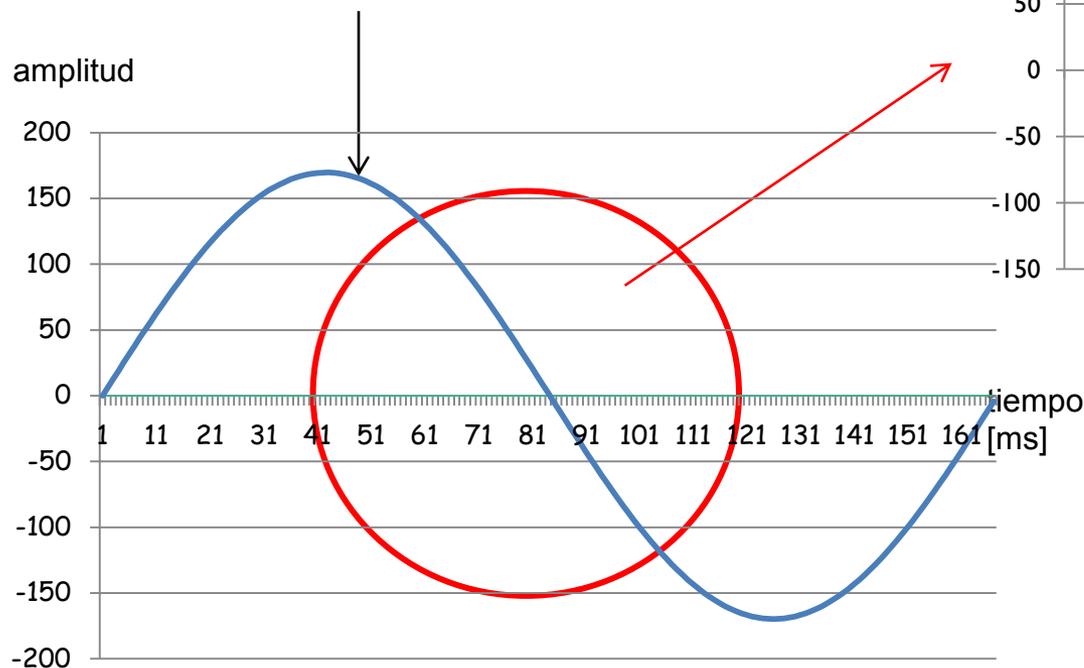
Componentes	Modelo matemático	Parámetros de calidad de la potencia
Componente de CC	V_0	
Armónica fundamental	$V_1(t) \text{sen}(\phi_1(t))$	Amplitud $V_1(t)$ Frecuencia $\phi_1(t) = 2\pi(f_1 + \Delta f_1)t + \Theta_1(t)$ $f_{inst}(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_1(t)}{dt}$
Armónicos $k=2 \dots K$	$\sum_{k=2}^K V_k(t) \text{sen}(\phi_k(t))$	Amplitud de armónicos Frecuencia y fase de armónicos
Ruido aditivo	$r_A(t)$	Inter/sub armónicos Señalización en la red eléctrica Ruido electromagnético de banda ancha

Digitalización/TIEMPO

Señal digitalizada

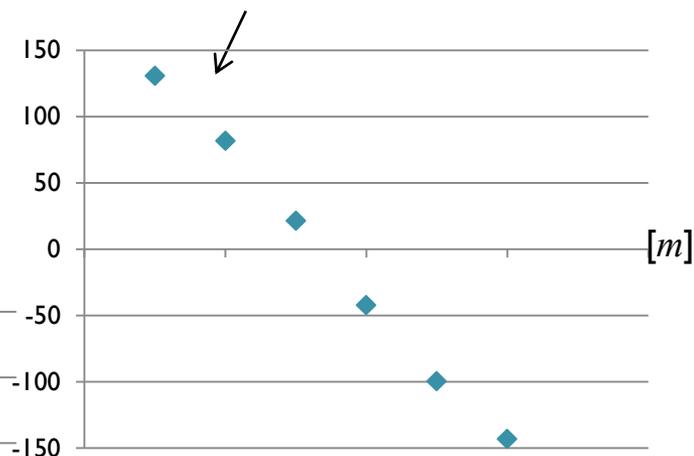
Señal continua

$$v(t) = V_p \text{sen}(2\pi f_1 t + \Phi)$$



$$V_p = 120\sqrt{2} \text{ V}$$
$$f_1 = 60 \text{ Hz}$$
$$\Phi = 0^\circ$$

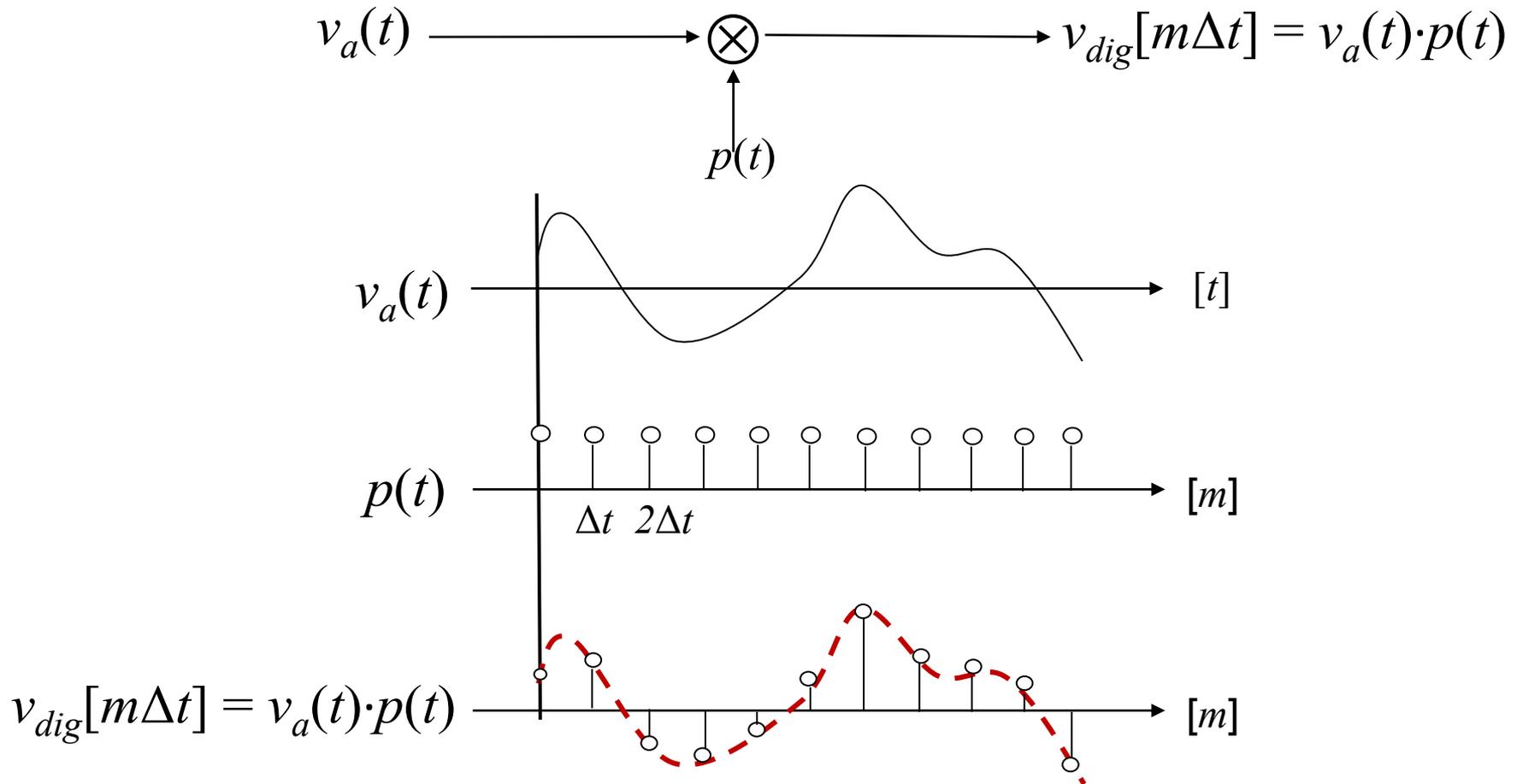
$$v[m\Delta t] = V_p \text{sen}(2\pi f_1 m\Delta t + \Phi)$$



$$f_{\text{digitalización}} = 1\,000 \text{ Hz}$$

$$\Delta t = 1 \text{ ms}$$

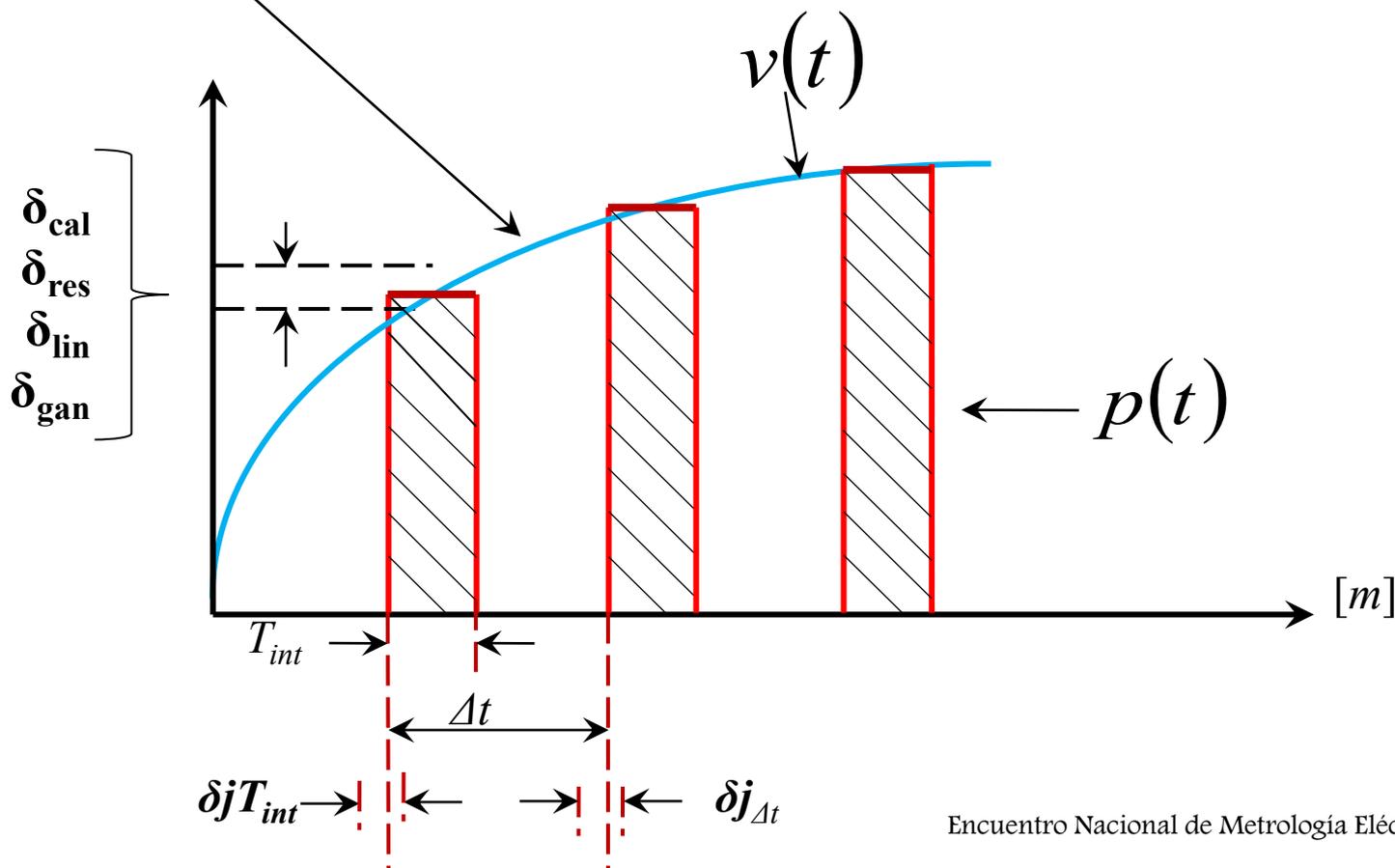
Digitalización/TIEMPO



Digitalización: multiplicación en el tiempo entre una señal de entrada $s(t)$ y una serie de impulsos de ganancia unitaria $\delta(t)$

El proceso de digitalización

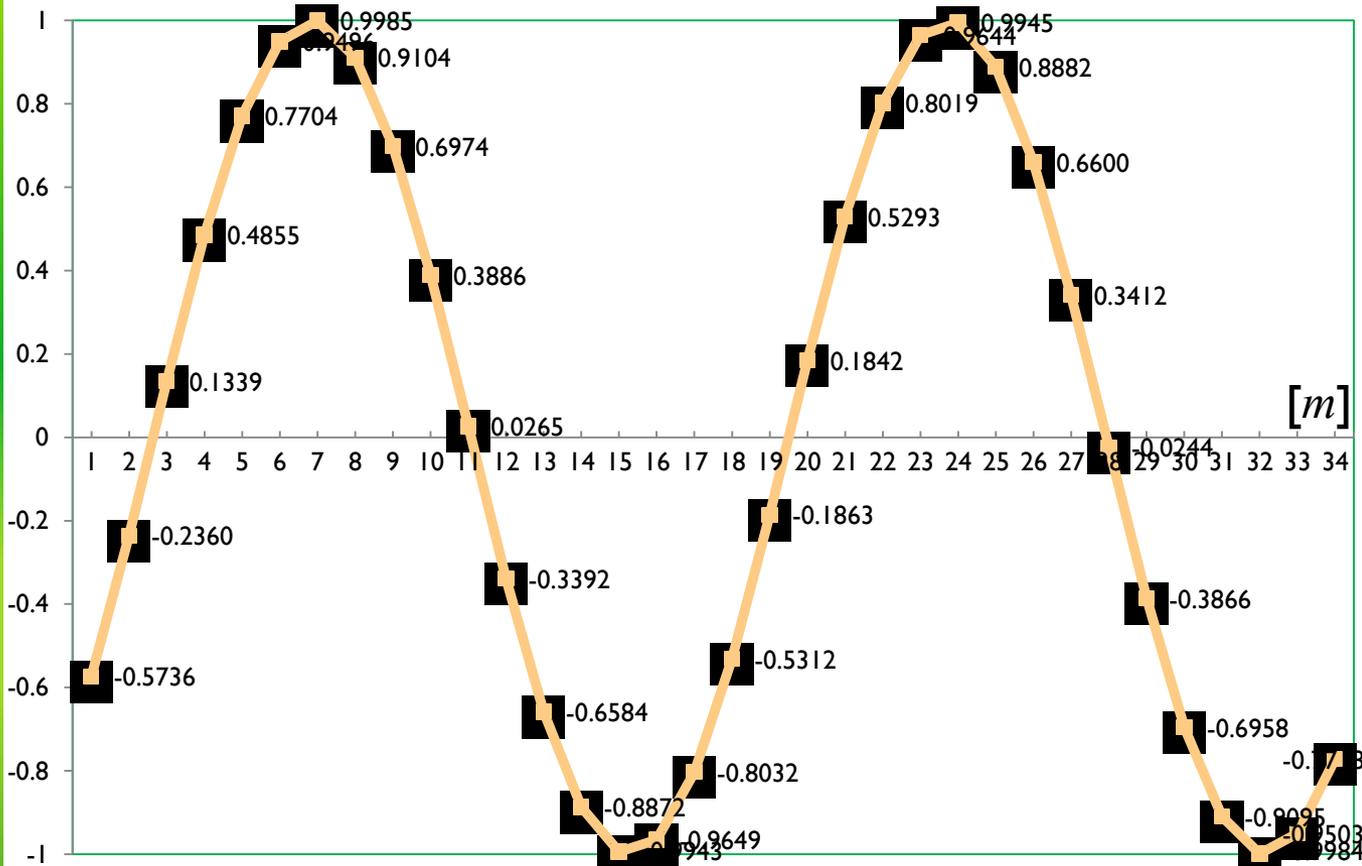
$$v[m\Delta t] = \frac{V_{\text{amplitud}} AB(f)}{T_{\text{int}} + \delta j_{T_{\text{int}}}} \int_{m\Delta t + \delta j_{\Delta t}}^{m\Delta t + \delta j_{\Delta t} + T_{\text{int}} + \delta j_{T_{\text{int}}}} v(t) p(t) dt + v_{\text{ruido}}(t)$$



Digitalización/TIEMPO $v[m\Delta t] = V_1 \text{sen}[2\pi f_1 m\Delta t + \varphi_1]$

Ejemplo: $V_1 = 1.0$ / $f_1 = 59.3$ Hz / $\varphi_1 = -35^\circ$

$f_{\text{digitalización}} = 1\ 000$ muestras/s $M = 1\ 000$ muestras



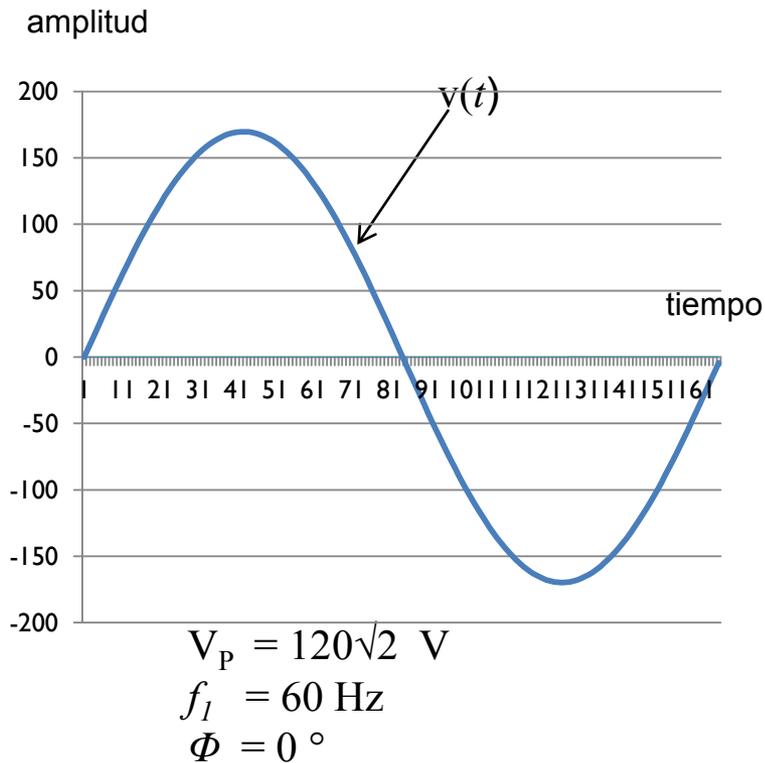
<i>m</i>	<i>v</i> [<i>m</i> Δ <i>t</i>]
1	-0.5736
2	-0.2360
3	0.1339
M	-0.7718

Transformada de Fourier: análisis tiempo-frecuencia

Dominio del tiempo

$$v(t) = V_P \text{sen}(2\pi f_1 t + \varphi_1)$$

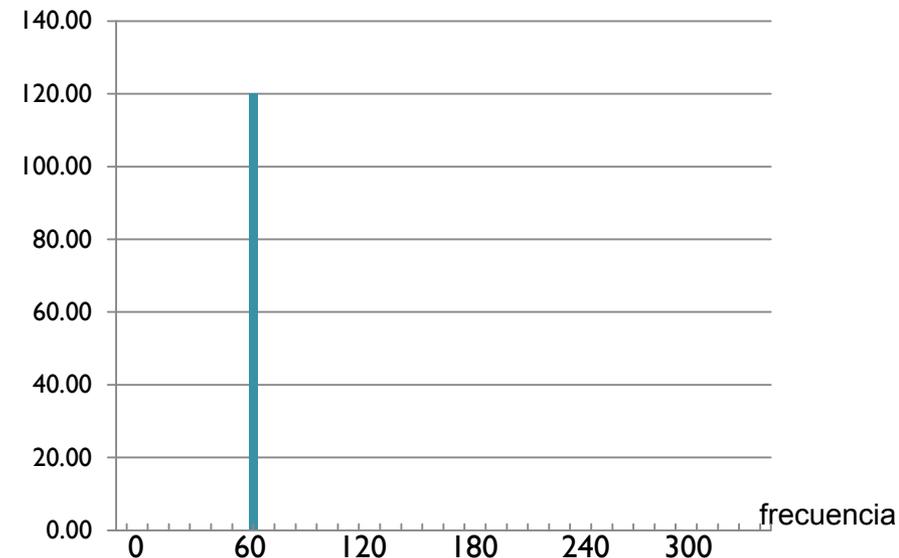
$$v[m\Delta t] = V_P \text{sen}(2\pi f_1 m\Delta t + \varphi_1)$$



Dominio de la frecuencia

$$V(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-j2\pi t} dt$$

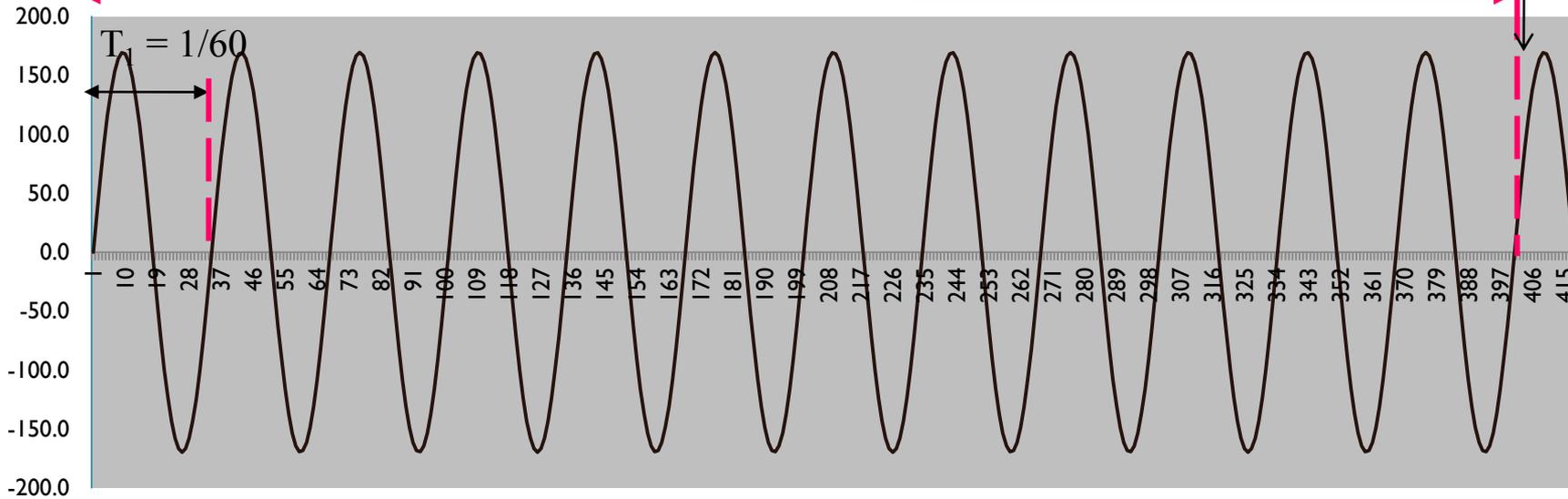
$$V[k] = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} v[m\Delta t] \exp\left(-j \frac{2\pi k m}{M}\right)$$



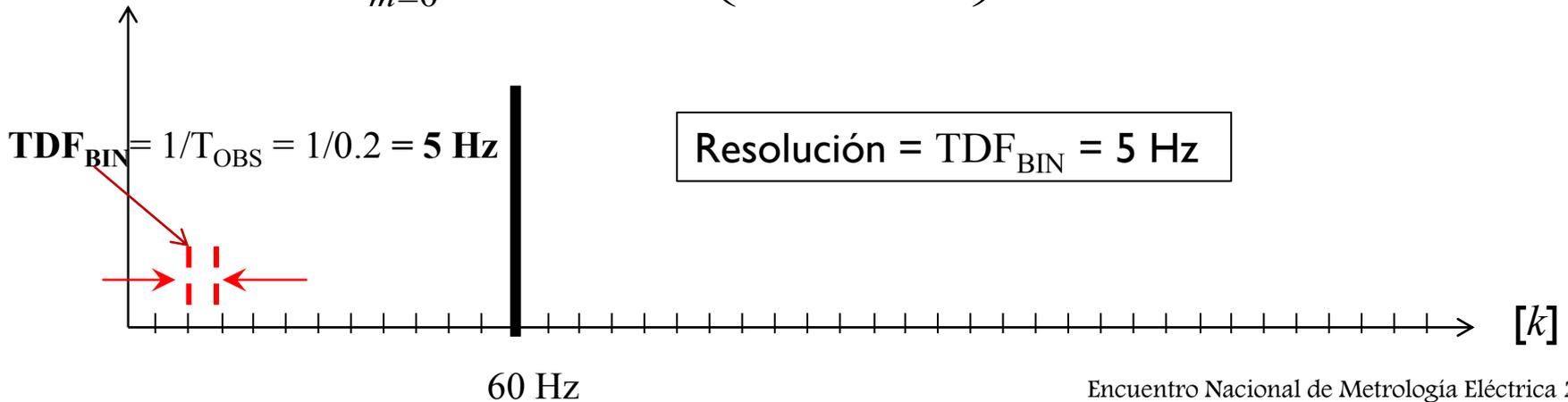
Transformada de Fourier: análisis tiempo-frecuencia

N = 12

$$T_{\text{OBS}} = N T_1 = 12(1/60) = 200 \text{ ms}$$



$$V[k] = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} v[m\Delta t] \exp\left(-j \frac{2\pi k m}{M}\right) \quad \text{para } k = 0, 1, 2, \dots, K-1$$

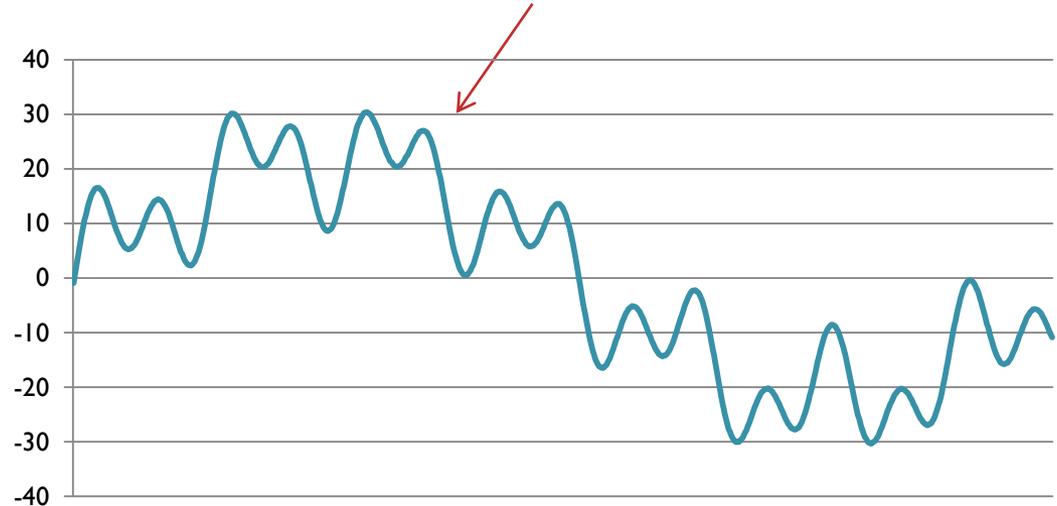


Transformada de Fourier: análisis tiempo-frecuencia

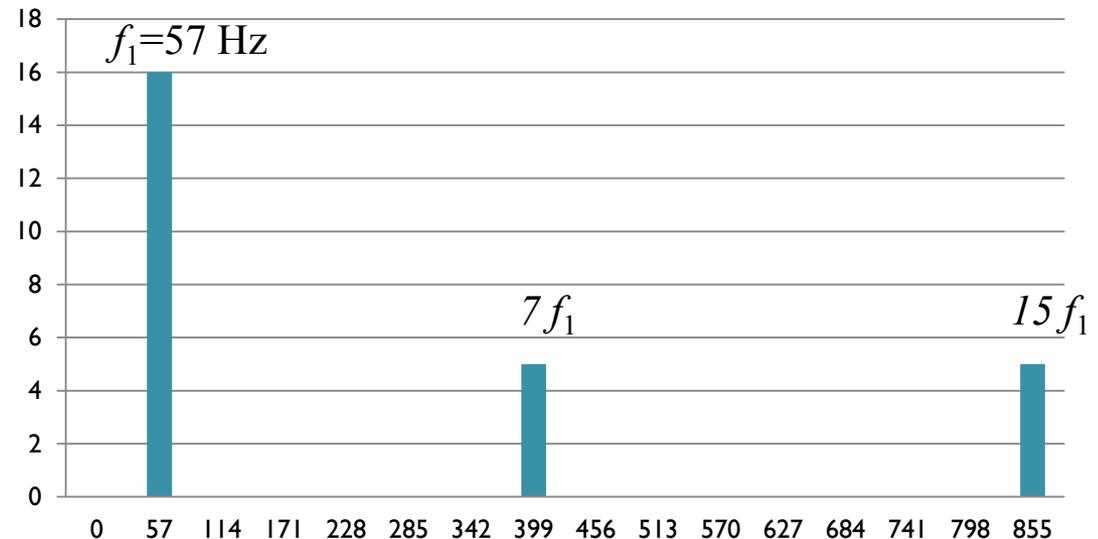
Digitalización para medir:

- valor RMS, fase
- armónicos: amplitud, fase
- transitorios (dip, zag, flicker)
- potencia, impedancia, energía

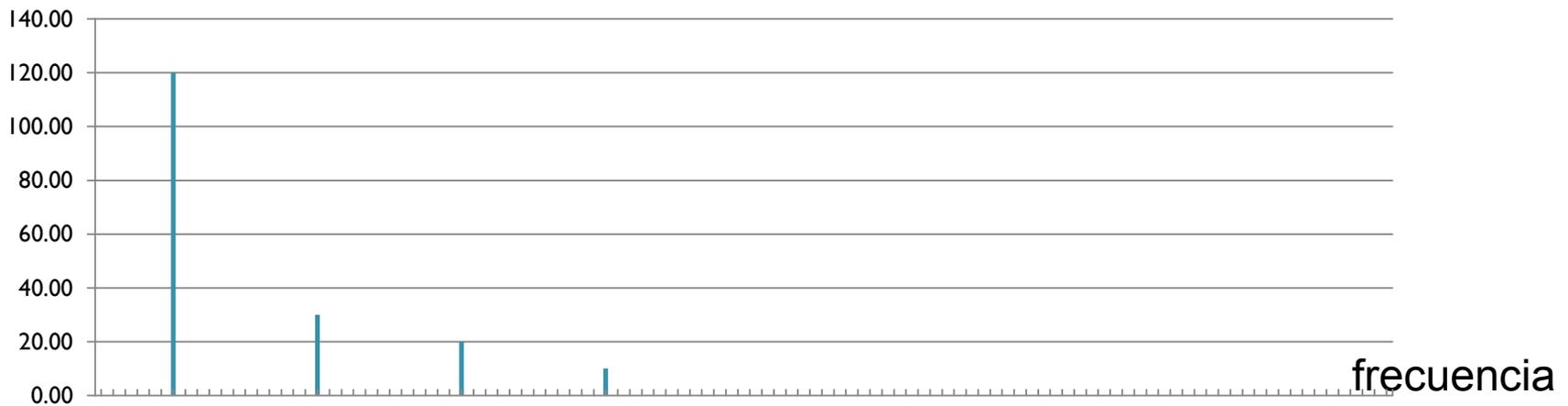
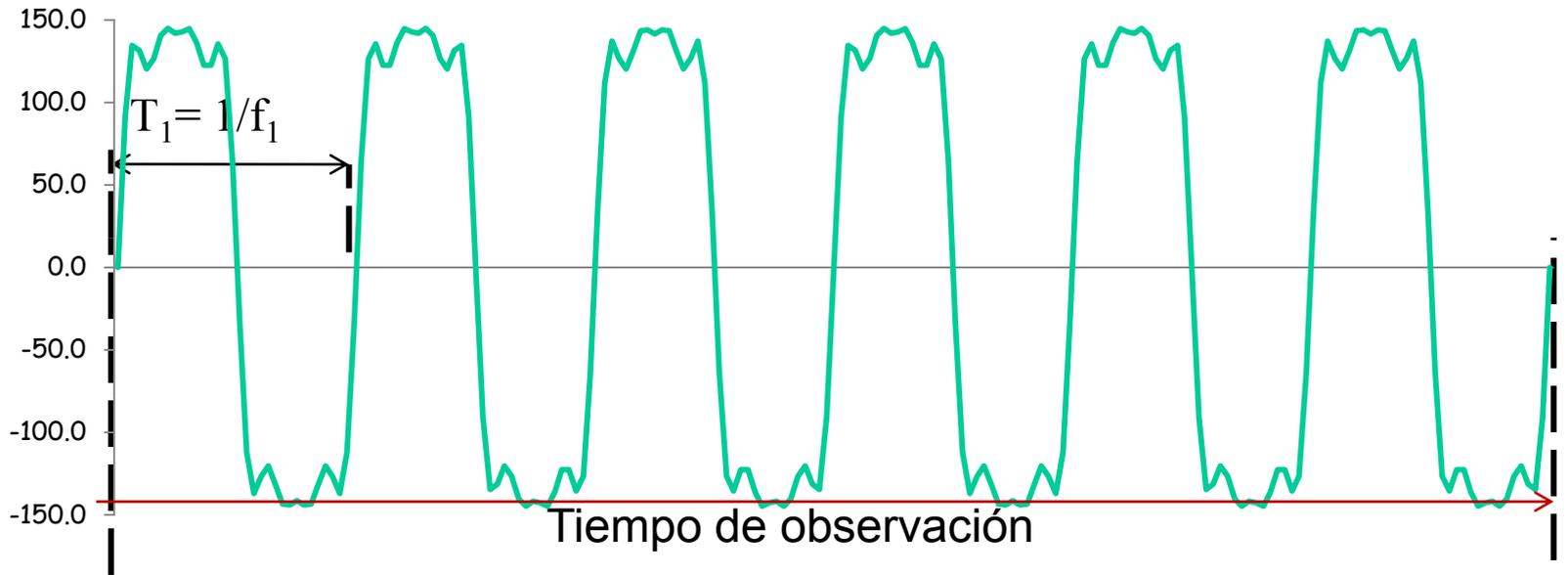
Señal analógica $x(t)$ con armónicas $7f_1$ y $15f_1$



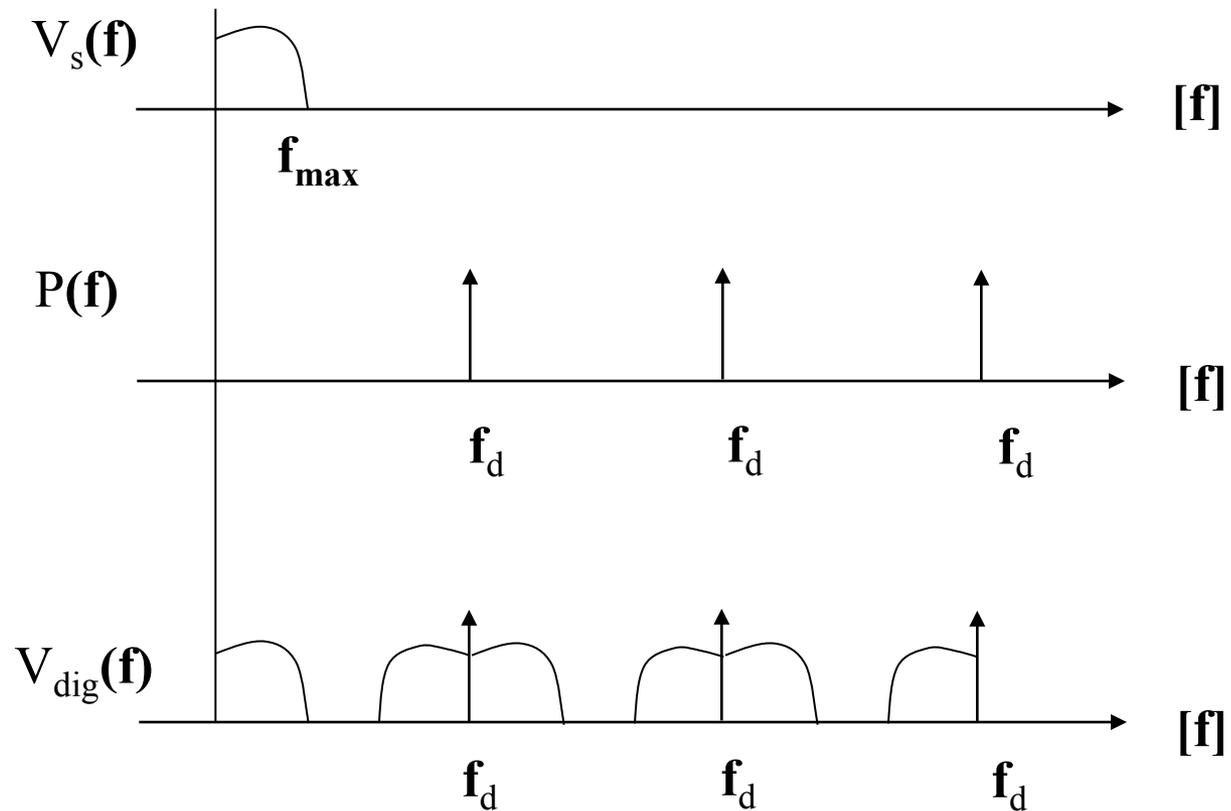
Análisis de frecuencia de $x(t)$



Condiciones Estacionarias: que las señales sean periódicas dentro del tiempo de observación

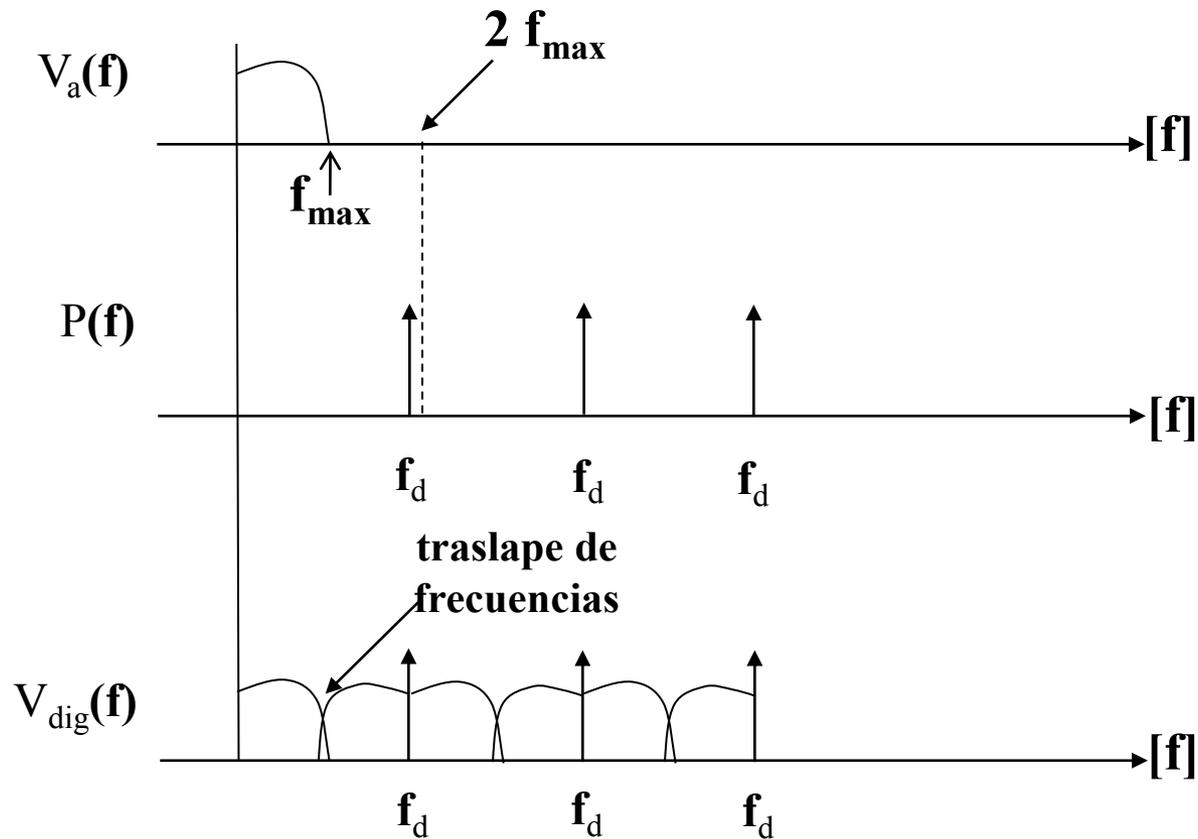


Digitalización/dominio de la FRECUENCIA



El espectro de frecuencia $P(f)$ de los pulsos unitarios $p(t)$, se repite periódicamente con la frecuencia de digitalización f_d .

Teorema de Nyquist: f_d debe ser mayor que $2 f_{\max}$



Cuando $f_d \leq 2f_{\max}$, el espectro de frecuencia $V_a(f)$ de la señal de entrada se repite en $f=f_d$, permitiendo el paso de ruido de alta frecuencia



➤ IEC 61000 – 4 - 7: alcances y limitaciones

Documentos de referencia

IEC 61000-4-30	Métodos de medición e interpretación de resultados de medición de parámetros de calidad de la potencia
IEC 61000-4-7	Requerimientos de instrumentos para medir componentes espectrales en frecuencias hasta 9 kHz.
IEC 61000-4-15	Especificación funcional para medidores de percepción de parpadeo (flicker) para fluctuaciones de la forma de onda de la tensión

Parámetros de calidad de potencia eléctrica

IEC 61000

Parámetros de calidad de la potencia	Métodos de medición
Frecuencia del sistema	IEC 61000-4-30
Amplitud de la tensión del suministro eléctrico	IEC 61000-4-30
Abatimiento (dip) o incremento (swell)	IEC 61000-4-30
Interrupciones de tensión	IEC 61000-4-30
Transitorios de tensión	IEC 61000-4-30
Desbalance de suministro de tensión	IEC 61000-4-30
Señalización en el suministro de tensión	IEC 61000-4-30 ¿4-7?
Cambios abruptos de tensión	IEC 61000-4-30
Desviación por arriba/abajo	IEC 61000-4-30
Armónicas de tensión	IEC 61000-4-7
Inter armónicas de tensión (señal < 3 kHz)	IEC 61000-4-7
Parpadeo de la tensión (flicker)	IEC 61000-4-15

Técnicas de medición y pruebas. Guía general de mediciones e instrumentación para armónicos e inter-armónicos en sistemas de suministro eléctrico y equipos conectados.

Guía aplicable a instrumentación de medición de componentes espectrales en frecuencias hasta 9 kHz, que están sobrepuestas en la fundamental del sistema de suministro de frecuencia a 50 Hz y 60 Hz.

- ✓ Medición de armónicas de corriente
- ✓ Medición de sub-armónicas / inter-armónicas
- ✓ Medición de otras componentes de frecuencia hasta 9 kHz

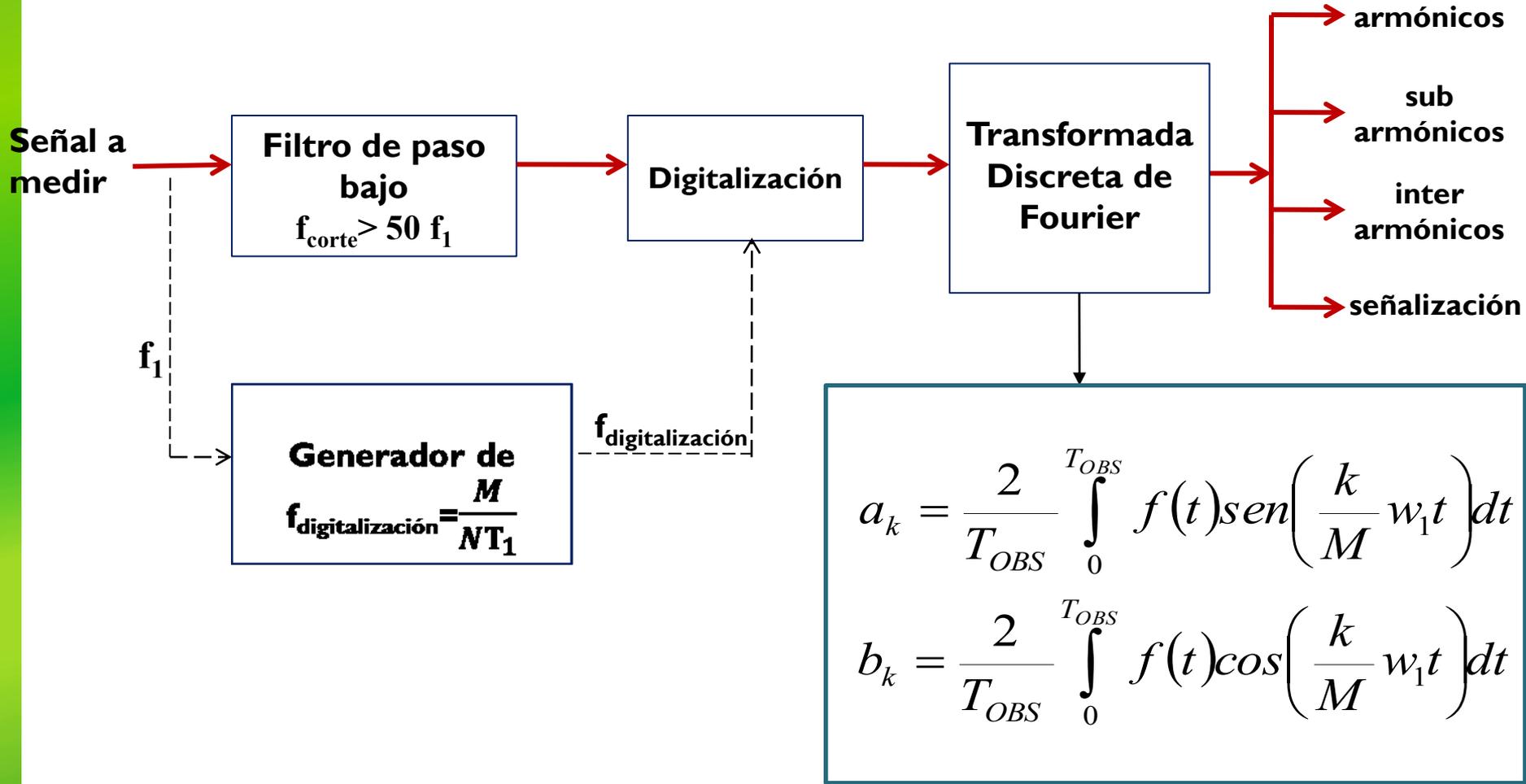
IEC 61000-4-7:

- ❑ se apoya expresamente en la técnica de análisis espectral de la **Transformada Discreta de Fourier**.
- ❑ acepta otras técnicas de análisis como la Transformada Wavelet.

Notas:

1. Para medir los parámetros de señales en un sistema eléctrico de potencia requiere digitalizar estas señales.
2. Una vez que una señal eléctrica ha sido digitalizada, aplican las siguientes observaciones sobre la **Transformada Discreta de Fourier**:
 - **recomendada** para estudiar señales cuya frecuencia fundamental sea un sub-múltiplo entero de la frecuencia de digitalización
 - **no se recomienda** cuando la frecuencia fundamental de la señal eléctrica no es sub-múltiplo de la frecuencia de digitalización. En esos casos se utilizan otras técnicas de análisis espectral

Análisis Espectral: IEC 61000 4 7: medición de armónicos, subarmónicos, interarmónicos y señalización



IEC 61000-4-7: condiciones de medición

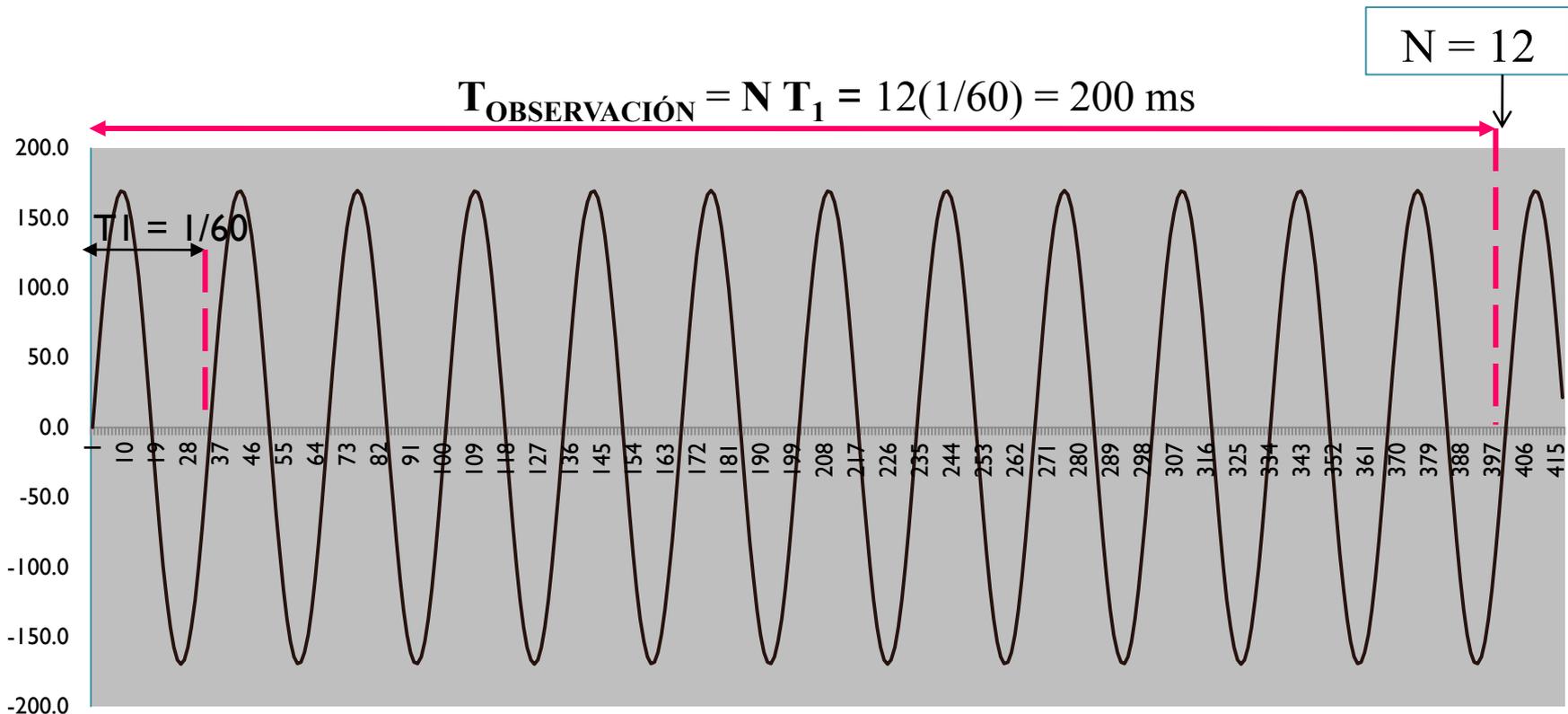
1. Tiempo de observación: $T_{\text{OBSERVACIÓN}} = N T_1$

$N = 12$ número de ciclos fundamental para $f_1 = 60$ Hz

$T_1 = 1/60$ [s] periodo de la frecuencia fundamental

2. Sincronización $f_{\text{digitalización}}$ con f_1

3. Frecuencia digitalización = $M / T_{\text{OBSERVACIÓN}}$ M total de muestras



Transformada Discreta Fourier

agrupamiento

filtrado (smoothing)

conformidad

Salida 1

Salida 2A

Salida 2B

Salida 3

$$a_k = \frac{2}{M} \sum_{m=0}^{M-1} v[m] \cos\left(2\pi m \frac{k}{M}\right)$$

$$b_k = \frac{2}{M} \sum_{m=0}^{M-1} v[m] \text{sen}\left(2\pi m \frac{k}{M}\right)$$

$$c_0 = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} v[m]$$

$$Y_{g,h}^2 = \frac{1}{2} Y_{C,(Nh)-N/2}^2 + \sum_{k=(N/2)+1}^{(N/2)-1} Y_{C,(Nh)+k}^2 + \frac{1}{2} Y_{C,(Nh)+N/2}^2$$

$$Y_{g,n_{SAL}} = \frac{1}{\alpha} [Y_{g,n} + \beta Y_{g,n-1}]$$

$$\alpha = 8.012$$

$$\beta = 7.012$$

a 60 Hz

Pasa/no-pasa IEC 858/08

RMS de Armónica
de orden h

$$Y_{C,k} = \frac{c_k}{\sqrt{2}}$$

$$c_k = |a_k + jb_k| = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$$

RMS de Grupo
Armónico, $k = Nh$

$$Y_{g,h}^2 = \frac{1}{2} Y_{C,(Nh)-N/2}^2 + \sum_{k=(-N/2)+1}^{(N/2)-1} Y_{C,(Nh)+k}^2 + \frac{1}{2} Y_{C,(Nh)+N/2}^2$$

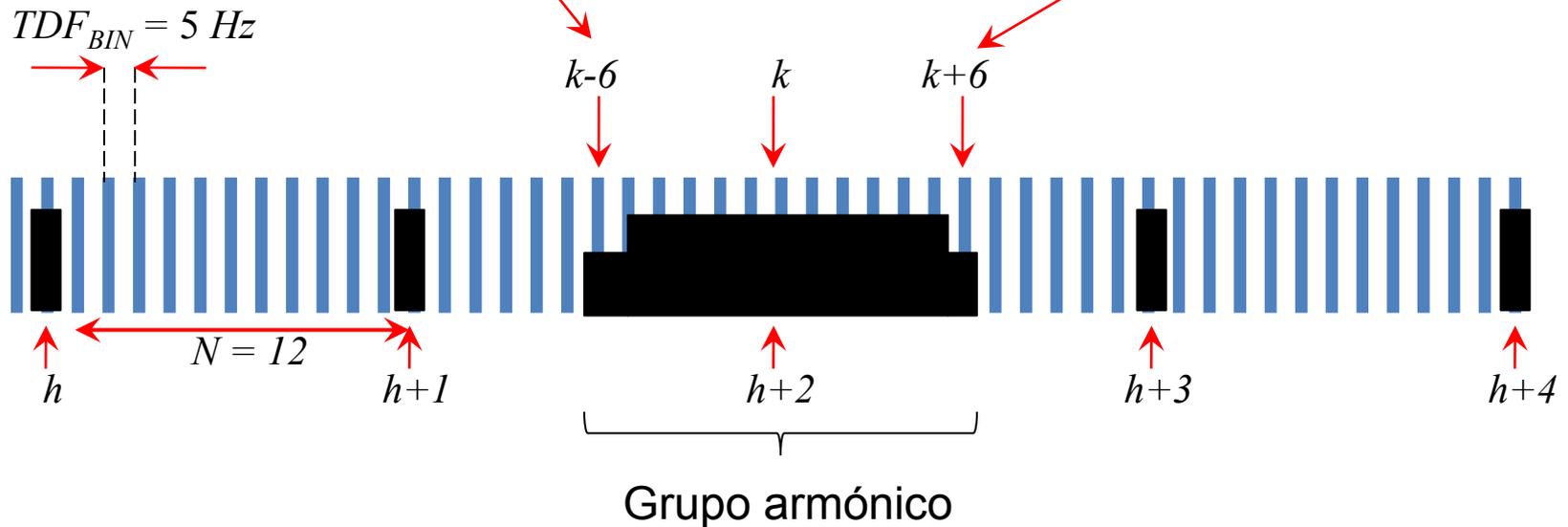
RMS de Sub-grupo
Armónico, $k = Nh$

$$Y_{sg,h}^2 = \sum_{k=-1}^1 Y_{C,(Nh)+k}^2$$

Componentes espectrales
adyacentes a armónica h .
Monitoreo de fluctuaciones de
tensión

RMS de Grupo Armónico, $k = Nh$

$$Y_{g,h}^2 = \frac{1}{2} Y_{C,(Nh)-N/2}^2 + \sum_{k=(-N/2)+1}^{(N/2)-1} Y_{C,(Nh)+k}^2 + \frac{1}{2} Y_{C,(Nh)+N/2}^2$$



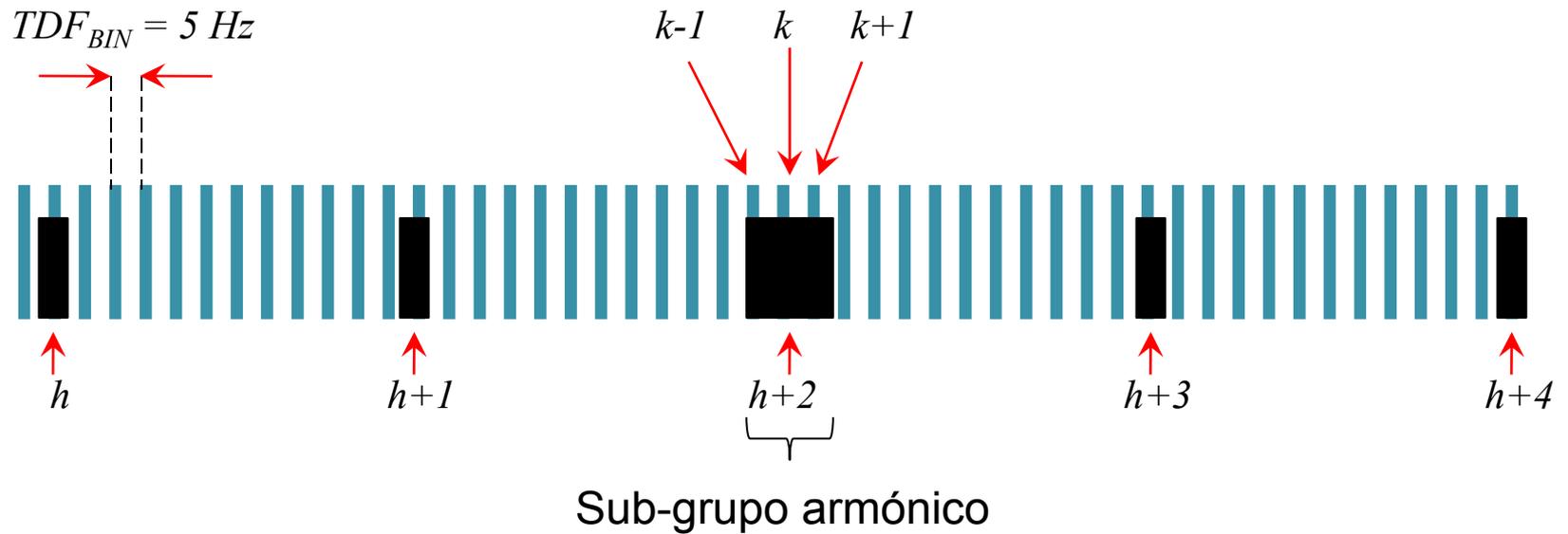
Componentes adyacentes a la *h-armónica*.

La Transformada de Fourier asume que la señal a analizar es estacionaria. Cuando la señal fluctúa en amplitud, la T. de Fourier reporta componentes de frecuencia adyacentes a las frecuencias inter-armónicas.

Aplicación: monitoreo de fluctuaciones de tensión durante levantamiento de estadísticos de un sistema de potencia

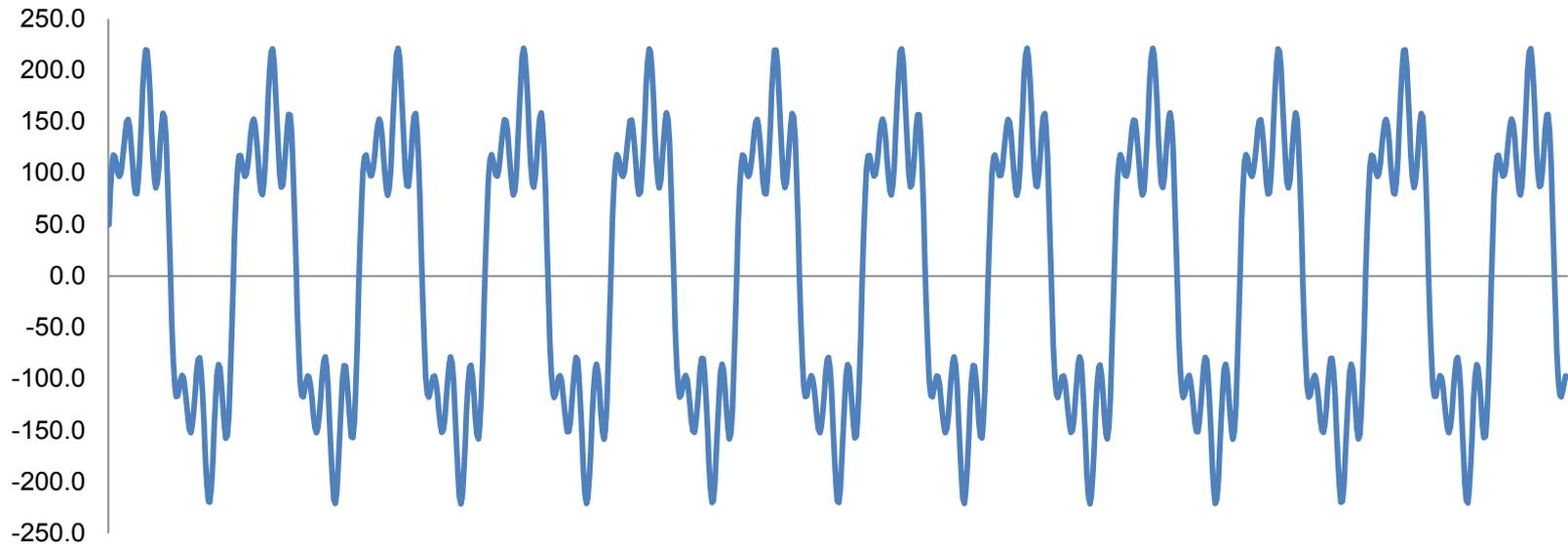
RMS de Sub-Grupo Armónico

$$Y_{sg,h}^2 = \sum_{k=-1}^1 Y_{C,(Nh)+k}^2$$



RMS de Grupo Armónico, $k = Nh$

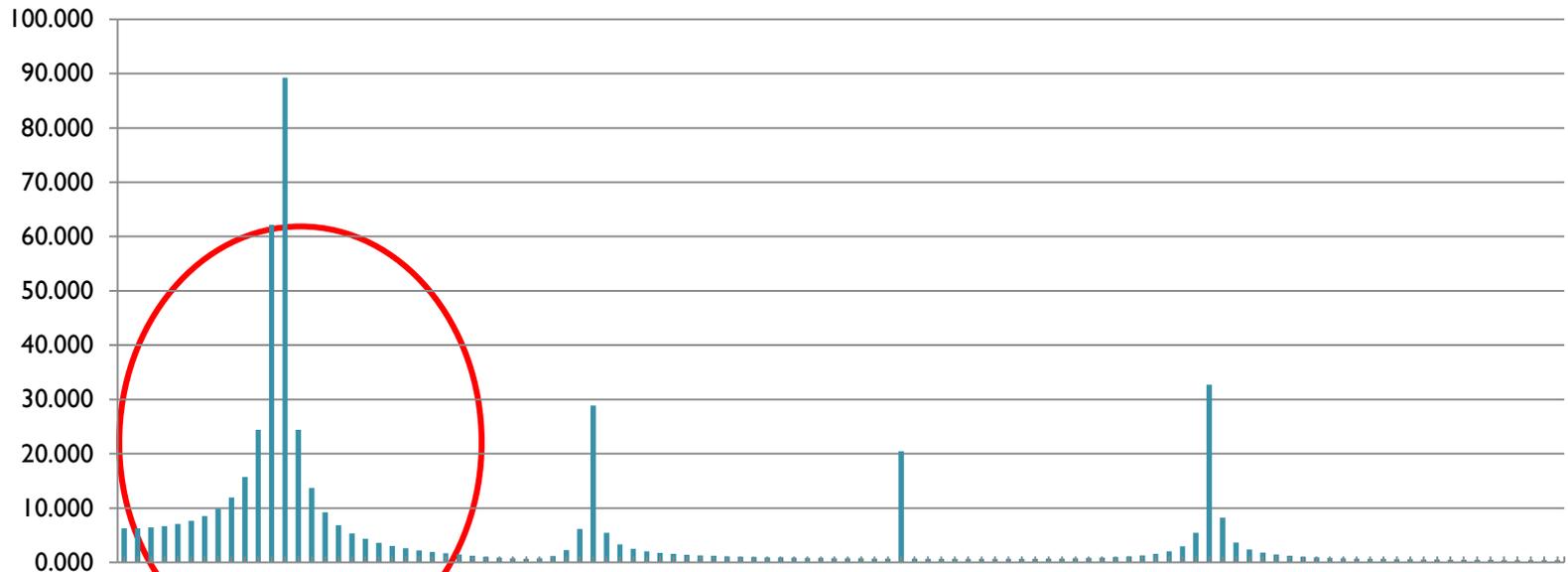
$$Y_{g,h}^2 = \frac{1}{2} Y_{C,(Nh)-N/2}^2 + \sum_{k=(-N/2)+1}^{(N/2)-1} Y_{C,(Nh)+k}^2 + \frac{1}{2} Y_{C,(Nh)+N/2}^2$$



V_{PICO}	169.7 V	42.4 V	28.3 V	49.5 V
Frecuencia armónicos	58 Hz	174 Hz	290 Hz	406 Hz
fase	0°	30°	-30°	60°
Número de ciclos	12			
T_{obs}	0.2 s			
$f_{Fourier}$ (bin)	5			
número de muestras	1000			
frecuencia muestreo	5000			

RMS de Grupo Armónico, $k = Nh$

$$Y_{g,h}^2 = \frac{1}{2} Y_{C,(Nh)-N/2}^2 + \sum_{k=(-N/2)+1}^{(N/2)-1} Y_{C,(Nh)+k}^2 + \frac{1}{2} Y_{C,(Nh)+N/2}^2$$



Fuga espectral en TDF debido a falta de sincronía entre f_1 y $f_{digitalización}$

$Y_{g,1}$	117.93 V_{RMS}
$Y_{g,3}$	30.60 V_{RMS}
$Y_{g,5}$	20.63 V_{RMS}
$Y_{g,7}$	34.74 V_{RMS}

Distorsión armónica
total: ***DAT***

$$DAT = \sqrt{\sum_{h=2}^{h_{MAX}} \left(\frac{Y_{H,h}}{Y_{H,1}} \right)^2}$$

Distorsión armónica
total de grupo: ***DATG***

$$DATG = \sqrt{\sum_{h=h_{min}}^{h_{MAX}} \left(\frac{Y_{g,h}}{Y_{g1}} \right)^2}$$

$$h_{min} \geq 2$$

Distorsión Total
Subgrupo Armónico

$$DATsG = \sqrt{\sum_{h=h_{\min}}^{h_{\max}} \left(\frac{Y_{sg,h}}{Y_{sg,1}} \right)^2}$$

Distorsión armónica
parcial ponderada:

$$DAPP = \sqrt{\sum_{h=h_{\min}}^{h_{\max}} h \left(\frac{Y_{H,h}}{Y_{H,1}} \right)^2}$$

En donde H_{max} y H_{min} son definidas por normas IEC 61000-3-serial

Armónicas fluctuantes

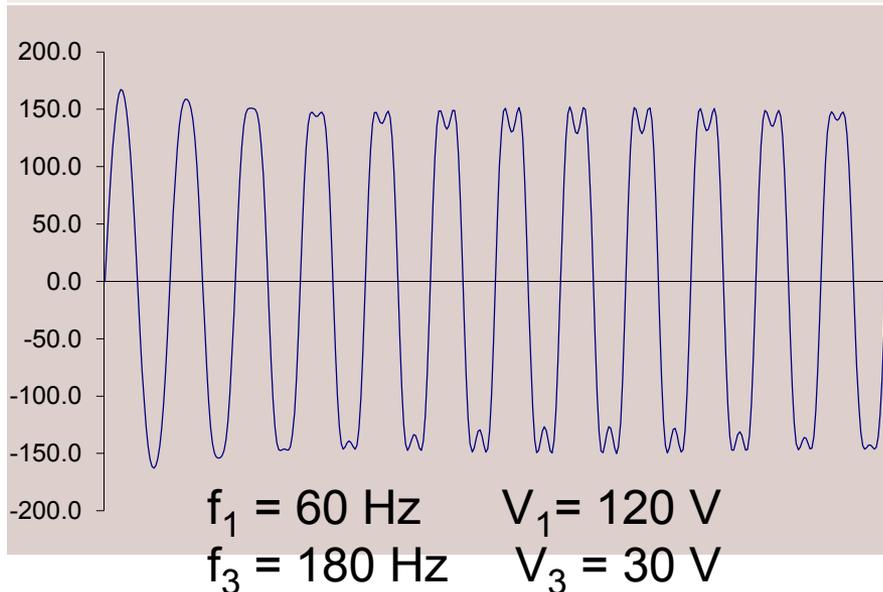
$$\sum_{h=2}^{h_{MAX}} V_{Ah}(t) \text{sen}[\phi_{Ah}(t)]$$

IEC 61000-4-7

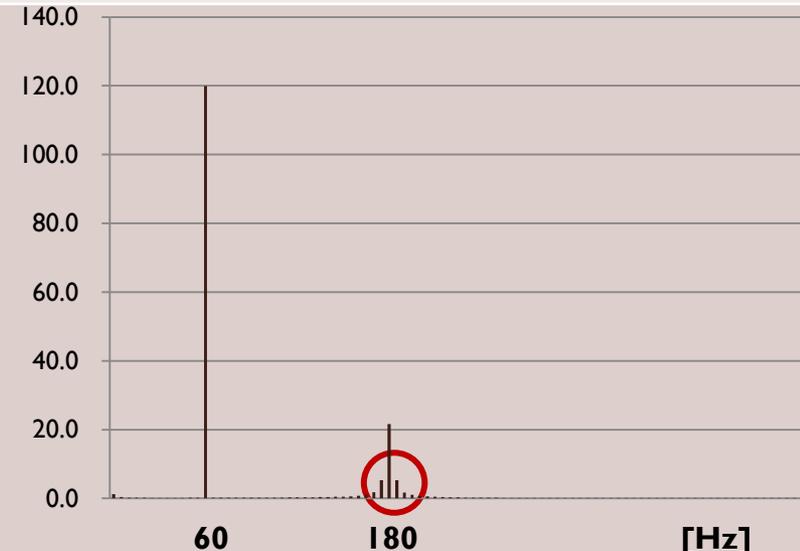
4.1 Characteristics of the signal to be measured

Stricktly speaking, harmonic measurements can be performed only on a stationary signal; fluctuating signals (signals varying with time) cannot be described correctly by their harmonics only. However, in order to obtain results that are inter-comparable, a simplified and reproducible approach is given for fluctuating signals.

Dominio del tiempo

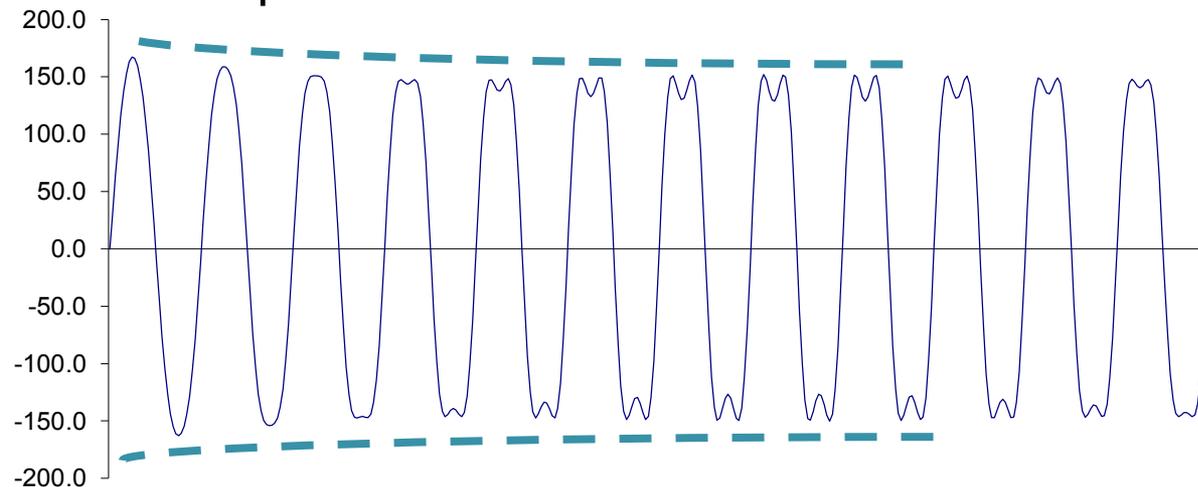


Dominio de la frecuencia

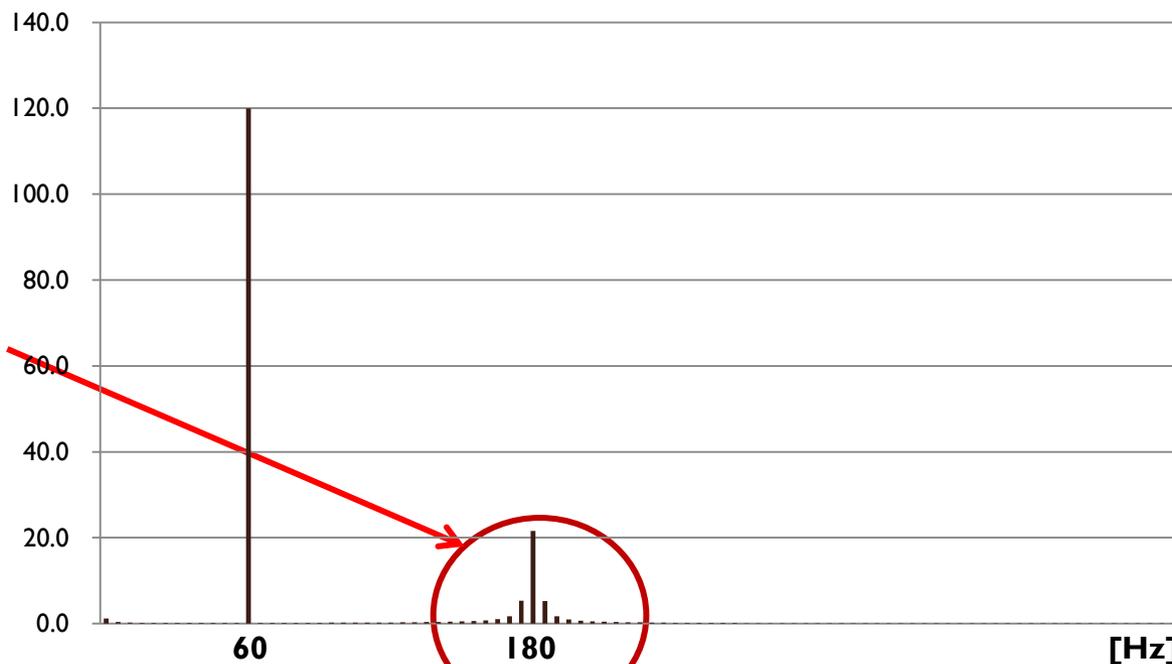


Condiciones No-estacionarias: las señales que NO son periódicas dentro del tiempo de observación

$$\begin{aligned} f_1 &= 60 \text{ Hz} & V_1 &= 120 \text{ V} \\ f_3 &= 180 \text{ Hz} & V_3 &= 30 \text{ V} \end{aligned}$$



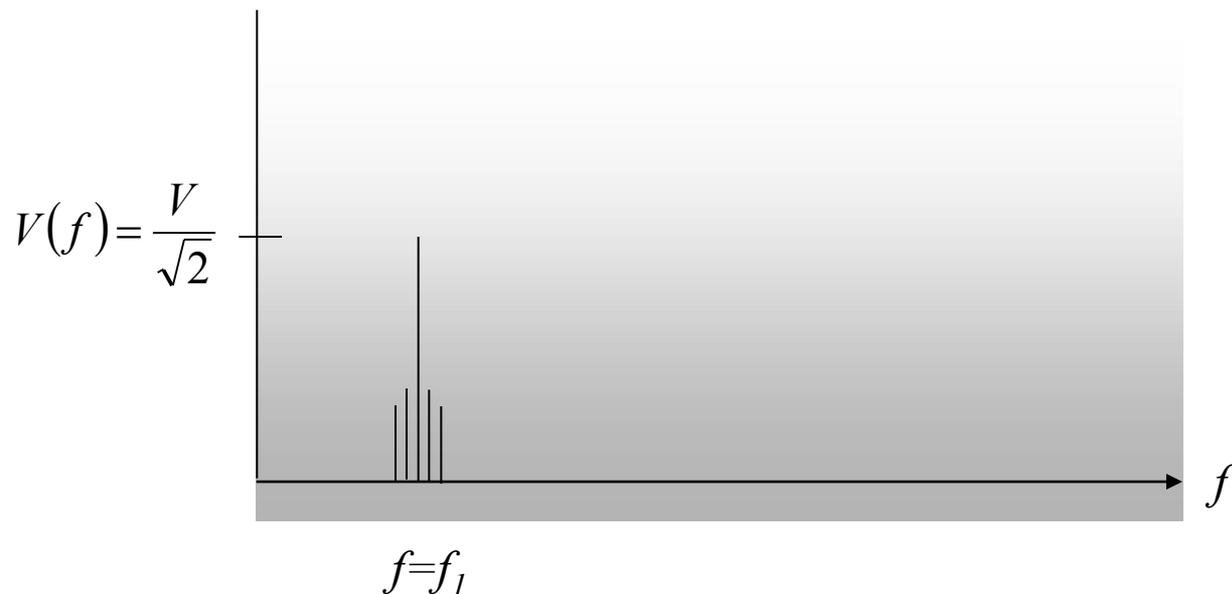
Error del sistema de medición: la fluctuación de tensión es interpretada por la Transformada de Fourier como energía de la señal dispersa a frecuencias adyacentes a las armónicas



Medición digital del valor eficaz (RMS) en señales periódicas

Si el tiempo de integración no es número entero de T , se produce un error (FUGA ESPECTRAL) en la medición de V_{eficaz}

FUGA ESPECTRAL: aparición de otras componentes de frecuencia que no están presentes en la señal bajo medición



- 
- Trazabilidad de mediciones de componentes espectrales.



Trazabilidad

1. Sistema de digitalización

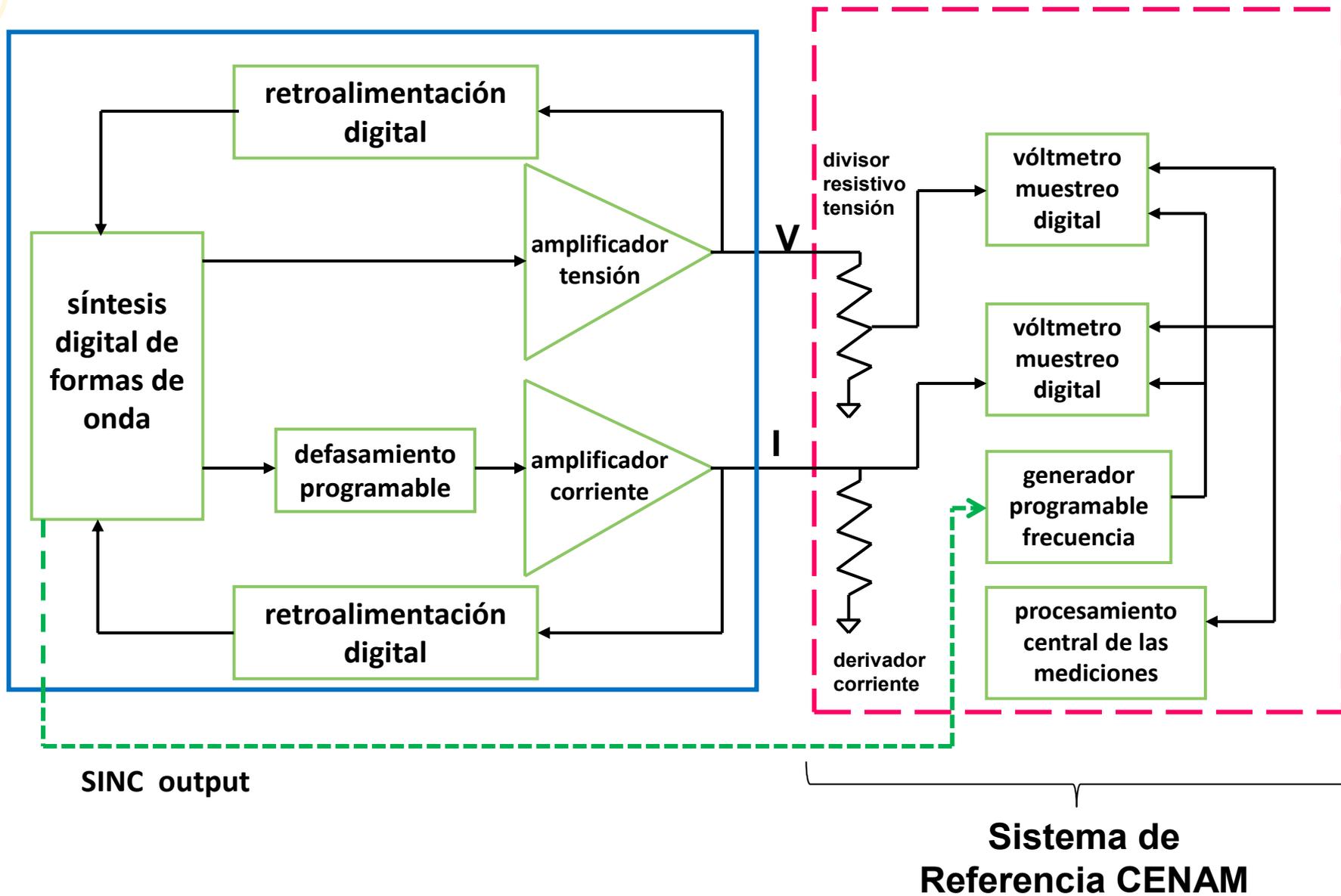
- Resolución de conversión analógica-digital
- Respuesta en frecuencia: ancho de banda
- Capacidades de digitalización: sincronización, ruido, velocidad de muestreo

2. Transductores de potencial y de corriente

- Impedancia de entrada
- Respuesta en frecuencia

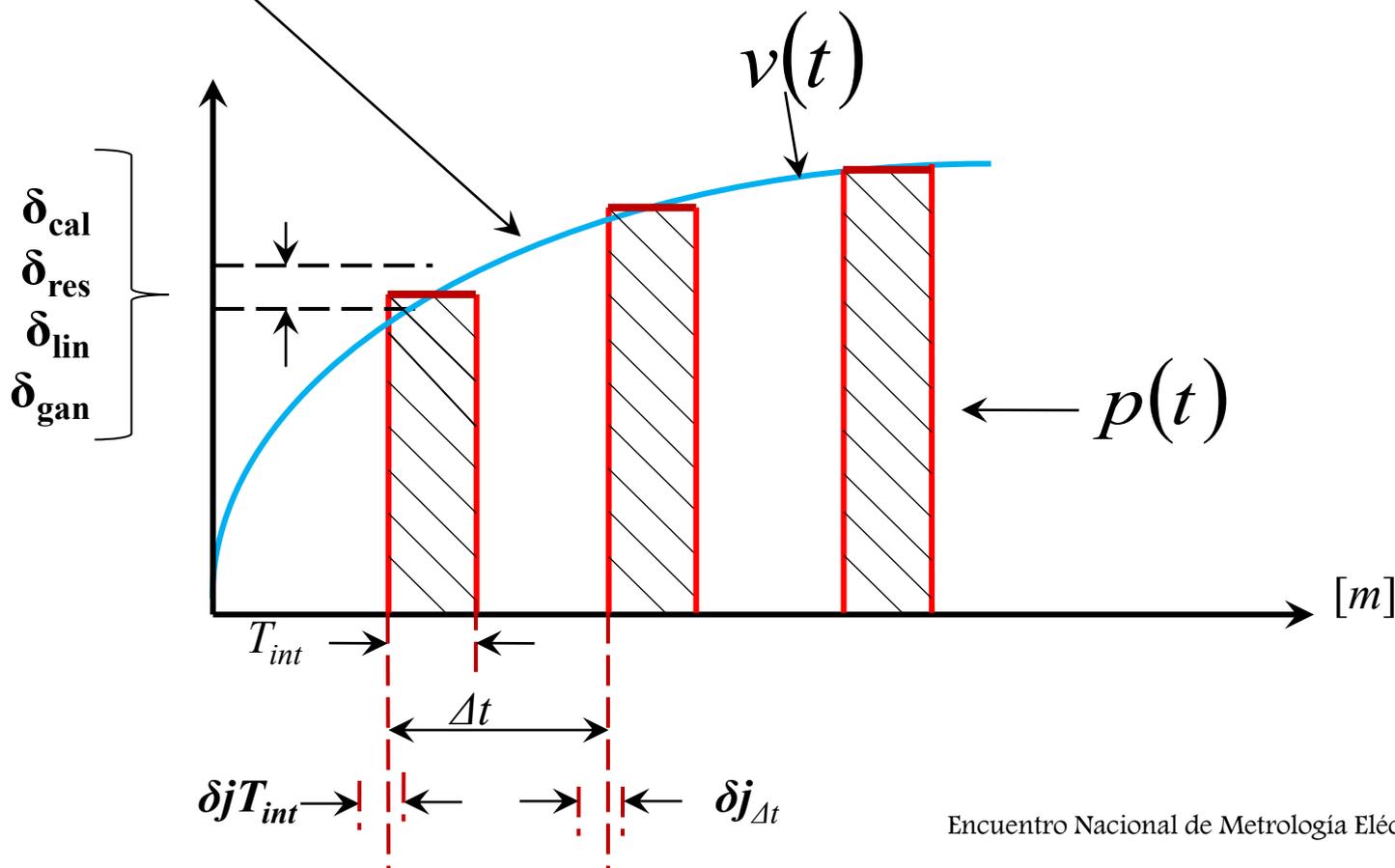
3. Técnicas de medición: transformada discreta de Fourier; corrección de limitaciones

Trazabilidad : Fluke 6105A



El proceso de digitalización

$$v[m\Delta t] = \frac{V_{\text{amplitud}} AB(f)}{T_{\text{int}} + \delta j_{T_{\text{int}}}} \int_{m\Delta t + \delta j_{\Delta t}}^{m\Delta t + \delta j_{\Delta t} + T_{\text{int}} + \delta j_{T_{\text{int}}}} v(t) p(t) dt + v_{\text{ruido}}(t)$$



Divisor resistivo de tensión: respuesta en frecuencia amplitud/fase

- diseño para uso en metrología para frecuencias hasta 100 kHz
- problemas con acoplamiento de impedancias de medidores de tensión a la salida del divisor resistivo;
- mínimo coeficiente térmico
- se calibran en corriente continua; se estima su amplitud y fase en la frecuencia de medición

$$Amplitud\ divisor(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{Ancho\ banda}\right)^2}}$$

$$Fase\ divisor(f) = \tan^{-1}\left(\frac{f}{Ancho\ banda}\right)$$

Transductores de tensión: respuesta en frecuencia amplitud/fase

Transformadores de tensión:

- se comportan como filtro paso bajo;
- diseño industrial es apropiado para mediciones para frecuencias menores a 1 kHz
- diseño metrología para frecuencias hasta algunos kHz

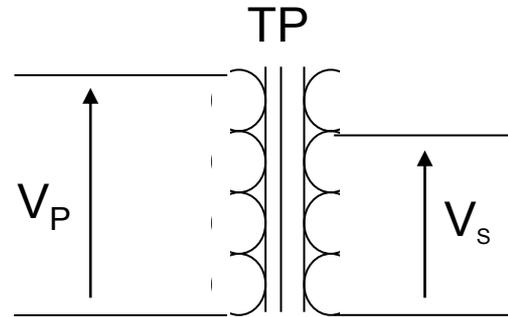
Divisores capacitivos de tensión:

- diseño metrología para frecuencias hasta algunos cientos de kHz

Divisores resistivos de tensión:

- diseño metrología para frecuencias hasta algunos cientos de kHz
- problemas con acoplamiento de impedancias de medidores de tensión a la salida del divisor resistivo.

Transformadores de potencial

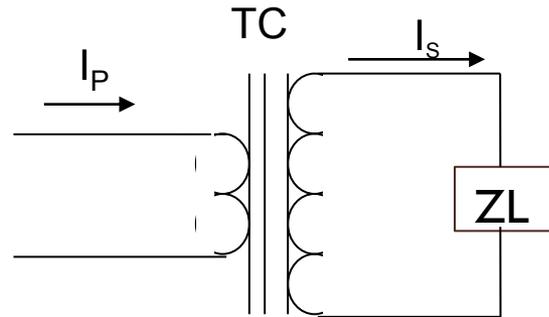


$$V_S = \left(V_P \frac{N_S}{N_P} \right) + e_{\text{amplitud}} \angle \theta_{TP}$$

$$V_S = 13000(10/1083) - 0.13 \% \quad \text{y fase} = -30^\circ$$

$$V_S = 119.88 / \theta_{TP} = -30^\circ$$

Transformadores de corriente



$$I_S = \left(I_P \frac{N_P}{N_S} \right) + e_{\text{amplitud}} \angle \theta_{TC}$$

$$I_S = 50(1/10) + 0.01 \% \quad \text{y fase} = 0.01^\circ$$

$$I_S = 5.005 \text{ A} / \theta_{TC} = 0.01^\circ$$



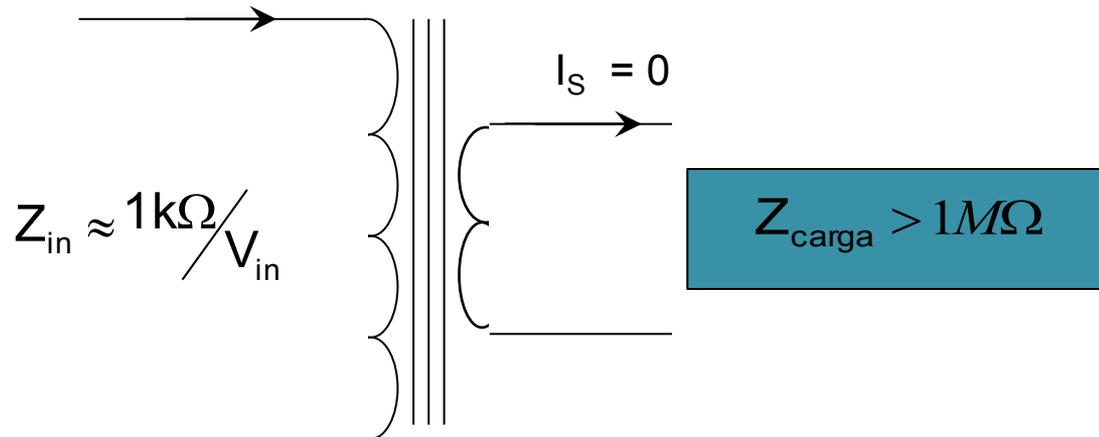
Transformadores de potencial

Puntos críticos:

- la relación de fuerzas magneto-motrices en el núcleo del transformador
- la corriente de magnetización en el primario y el número de vueltas en el primario
- si hay carga en el secundario: la corriente de carga por el número de vueltas en el secundario
- la impedancia del secundario vista desde el primario
- la impedancia del primario depende de:
 - área y material magnético número de vueltas primario,
 - frecuencia de la tensión aplicada
 - corriente en el secundario
 - punto de operación en la curva H vs B: pérdidas en el núcleo, saturación (clipping)

Transformadores de potencial

$$I_P = I_{\text{mag}} < 1 \text{ mA}/V_{\text{in}}$$



Transductores de corriente: respuesta en frecuencia amplitud/fase

Los transitorios de corriente son más violentos que los de tensión: comportamiento aleatorio de conexión-desconexión de cargas

Transformadores de corriente:

- se comportan como filtro paso bajo;
- trabajan con flujo magnético muy pequeño (sin pérdidas apreciables en el núcleo)
- diseño metrología para frecuencias hasta algunos kHz
- Transitorios de corriente: **producto corriente-tiempo**

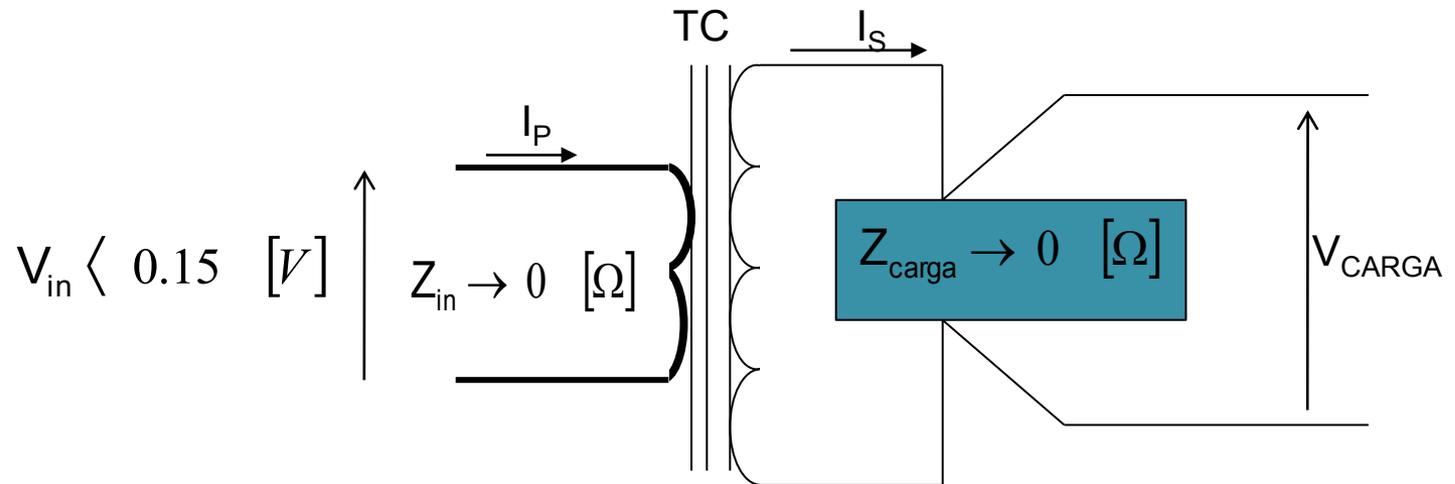
Derivadores resistivos de corriente

- diseño metrología para frecuencias hasta algunos cientos de kHz
- problemas con acoplamiento de impedancias de medidores de tensión a la salida del divisor resistivo.
- Transitorios de corriente: **constante de tiempo**

Circuito de entrada de corriente: Transformador Corriente

- **absorción de potencia (impedancia de entrada)**

- clase 1: caída de tensión de entrada del transductor MENOR a 0.15 V
- clase 2: potencia disipada en circuito de entrada MENOR a 3 VA

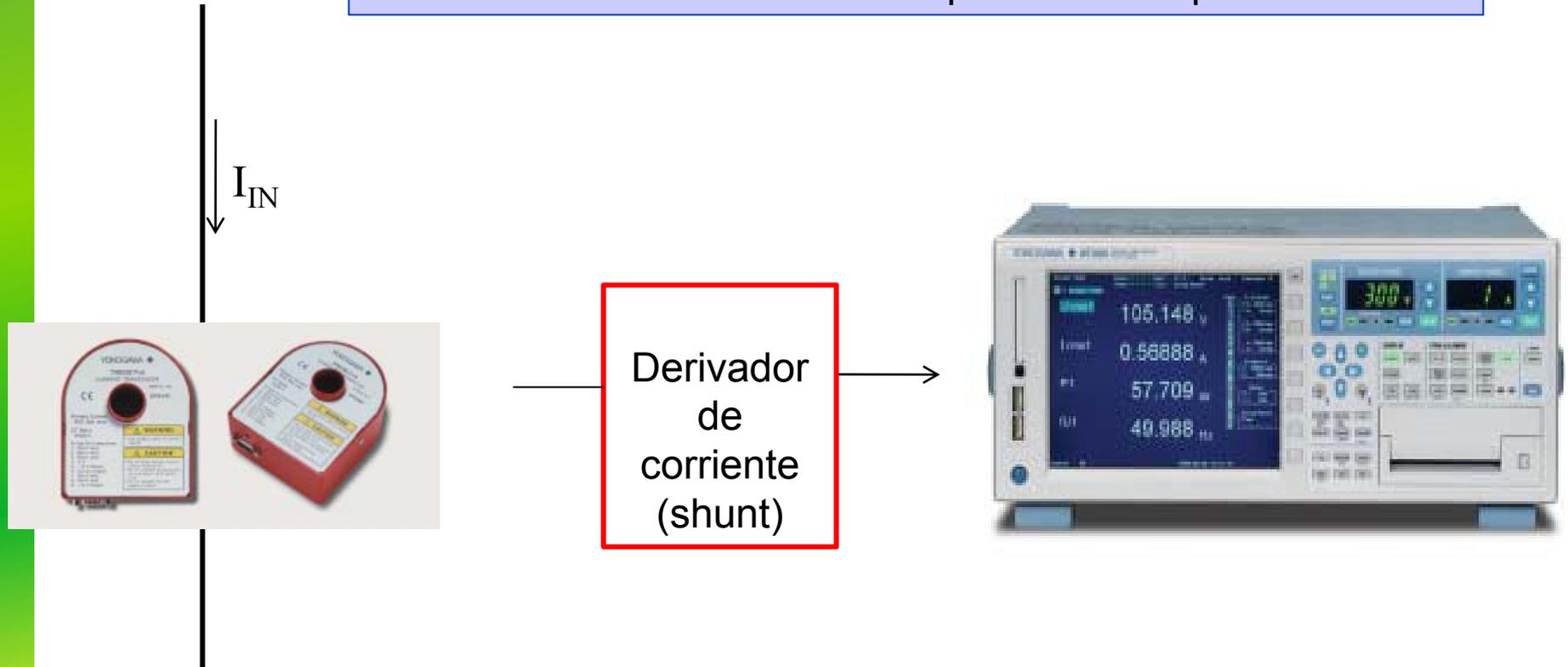


Transformador de corriente:

- aislamiento galvánica; no auto calentamiento; relaciones muy altas de corriente primario a secundario
- ancho de banda $< 3 \text{ kHz}$

Circuito de entrada de corriente: Transformador Corriente

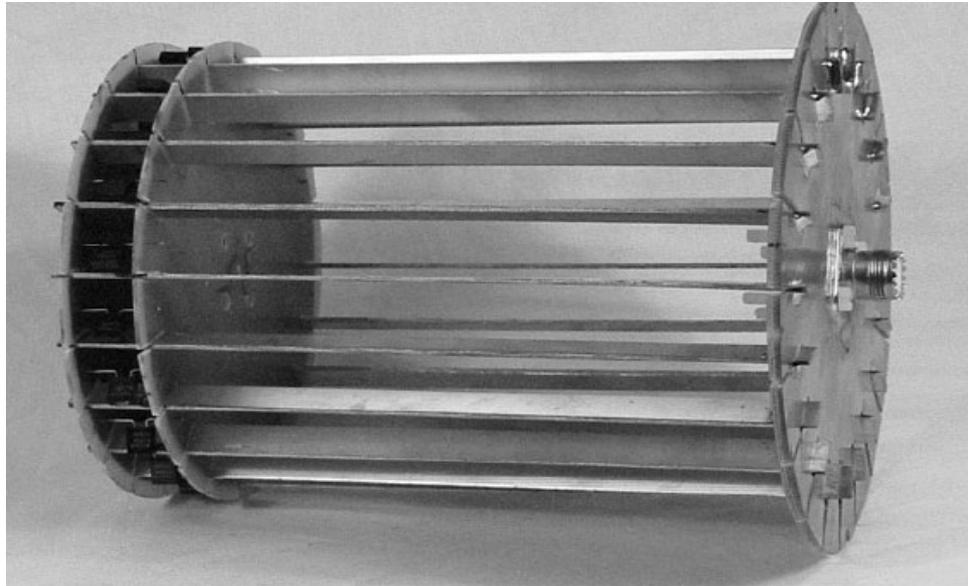
TC en medidor de calidad de la potencia de tipo comercial



Current Transducer DC to 100 kHz/600 Apk

- Wide measurement frequency range: DC and up to 100 kHz (-3 dB)
- High-precision fundamental accuracy $\pm(0.05\% + 40 \mu\text{A})$
- Wide dynamic range 0 – 600 A(DC) 600 A peak (AC)
- $\pm 15\text{V}$ DC power supply, connector and load resistor required

Shunt coaxial



Shunt coaxial:

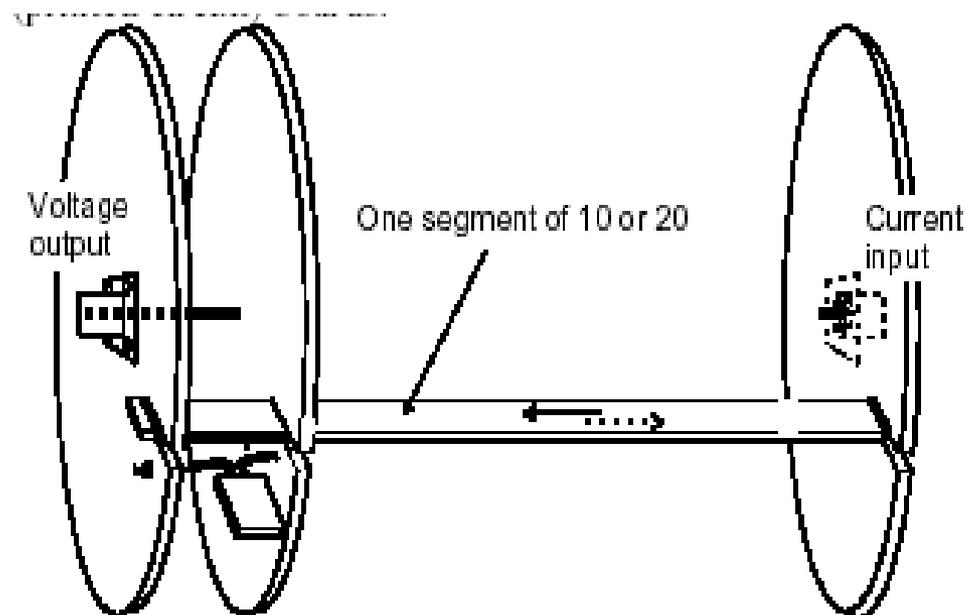
- ancho de banda 100 kHz; adecuados para análisis de armónicos
- muy apropiados para carga de secundario en Transformador de Corriente
- auto calentamiento considerable; diseño específico para cada corriente

Shunt coaxial

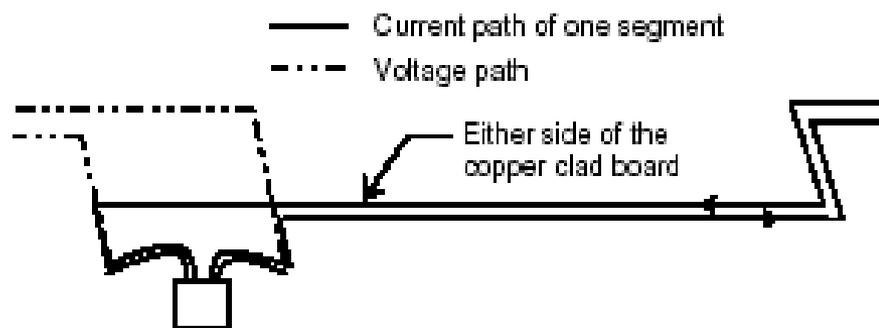
Transforman corrientes en tensiones no mayores a 1 V rms

Diseño coaxial:

- minimización de la inducción mutua entre el circuito de corriente y el circuito de tensión del shunt
- la conexión en paralelo de los resistores permite una disipación más eficiente de calor, previniendo el auto-calentamiento



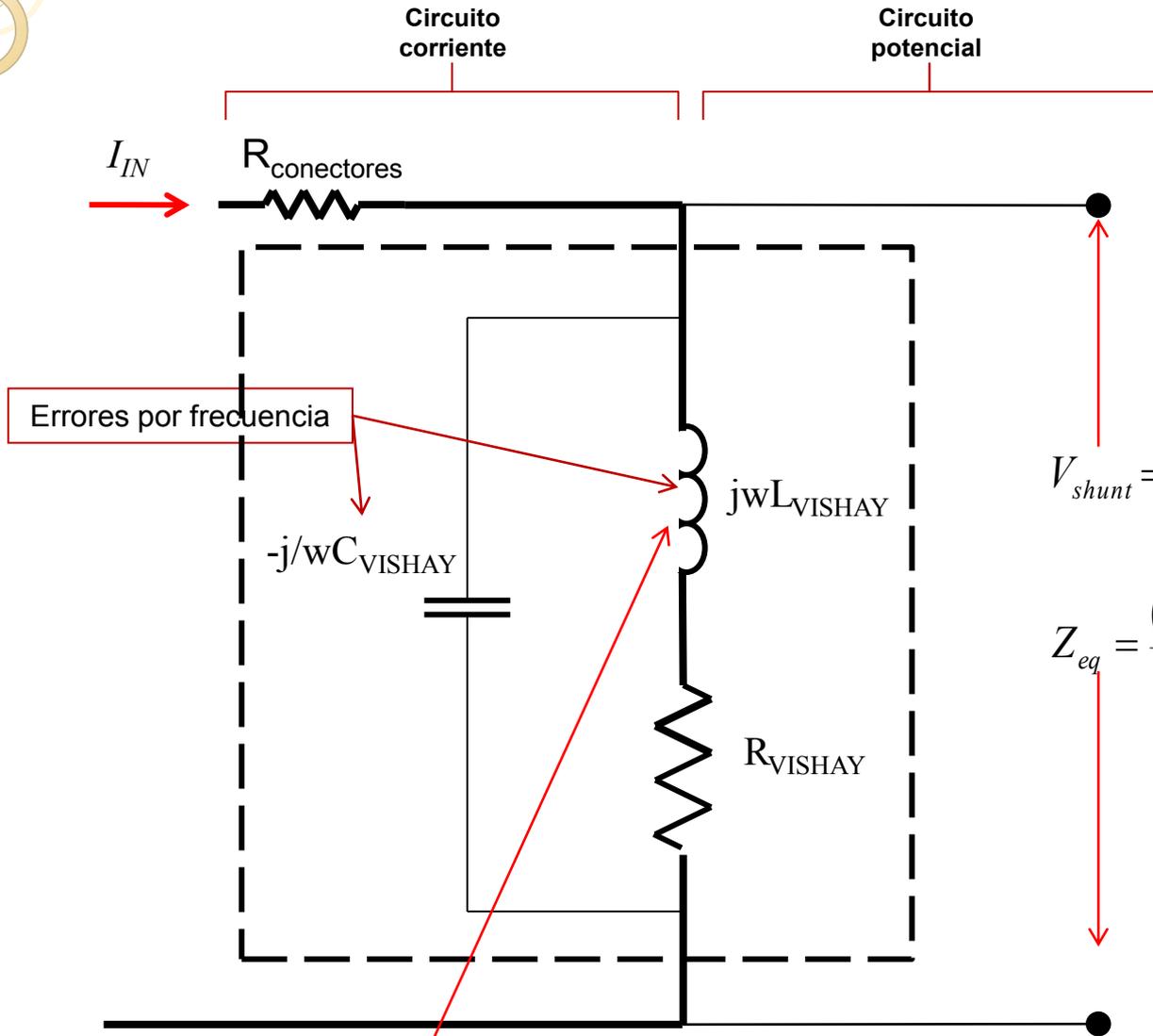
a) Shunt resistor structure, entirely made of copper clad boards for printed circuits.



b) current and voltage path in one segment of the coaxial shunt

Diseño Shunt Coaxial del
Instituto Mendelejev, Rusia

Shunt coaxial: medición a cuatro terminales



$$V_{shunt} = I_{IN} Z_{eq}$$

$$Z_{eq} = \frac{(R_{VISHAY} + jwL_{VISHAY})(-j/wC_{VISHAY})}{R_{VISHAY} + j\left(wL_{VISHAY} - \frac{1}{wC_{VISHAY}}\right)}$$

En bajas frecuencias, la inductancia mutua L_{VISHAY} resulta en un divisor de tensión respecto de R_{VISHAY} . Opera como filtro paso bajo

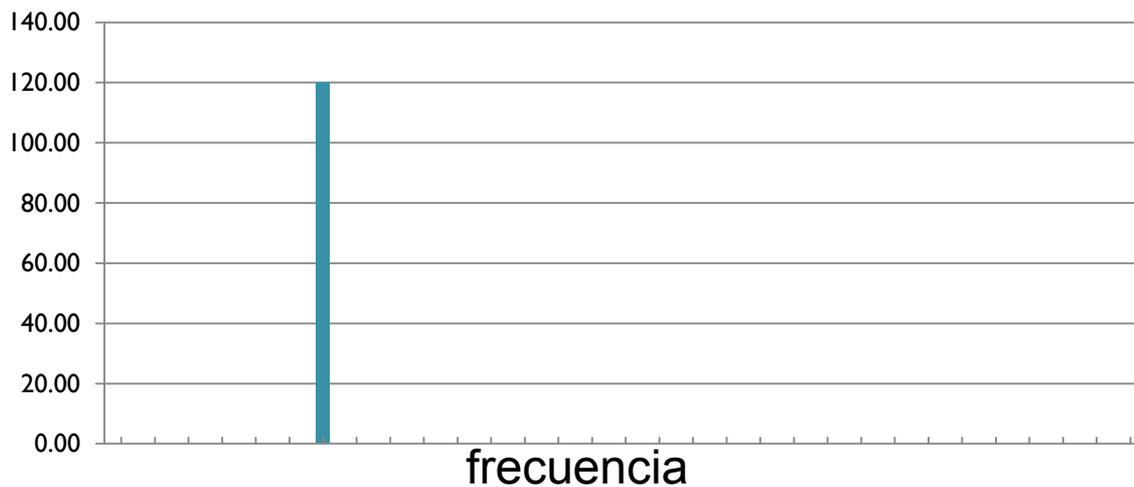
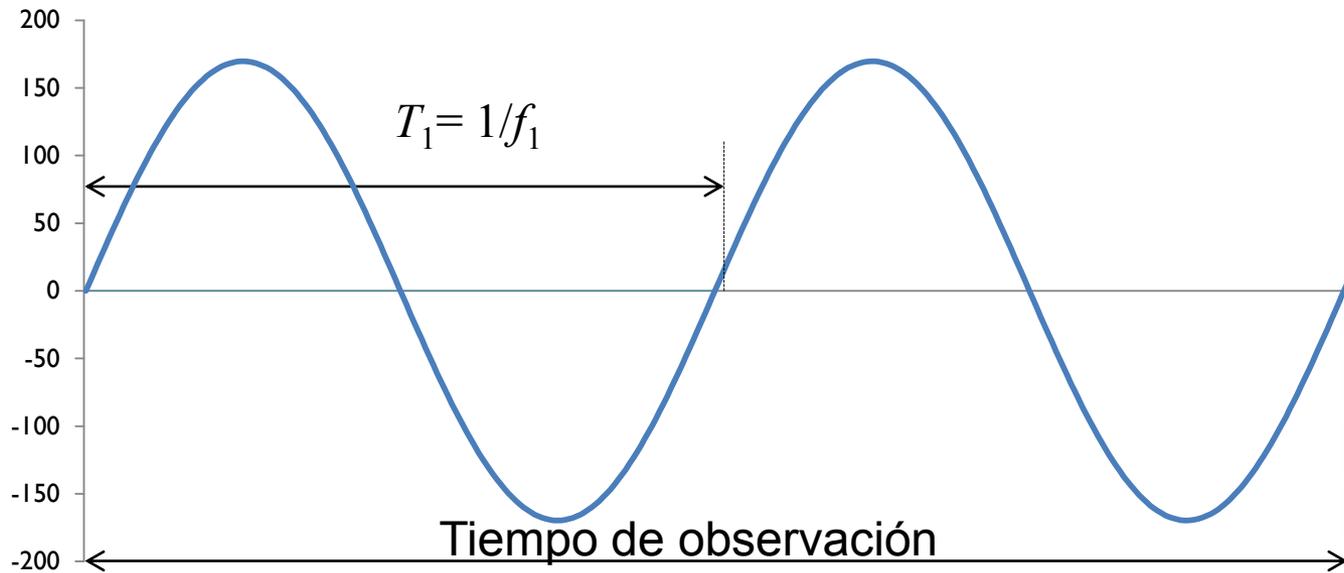
Inductancia mutua entre circuitos de corriente y potencial

Diferencia CC - CA

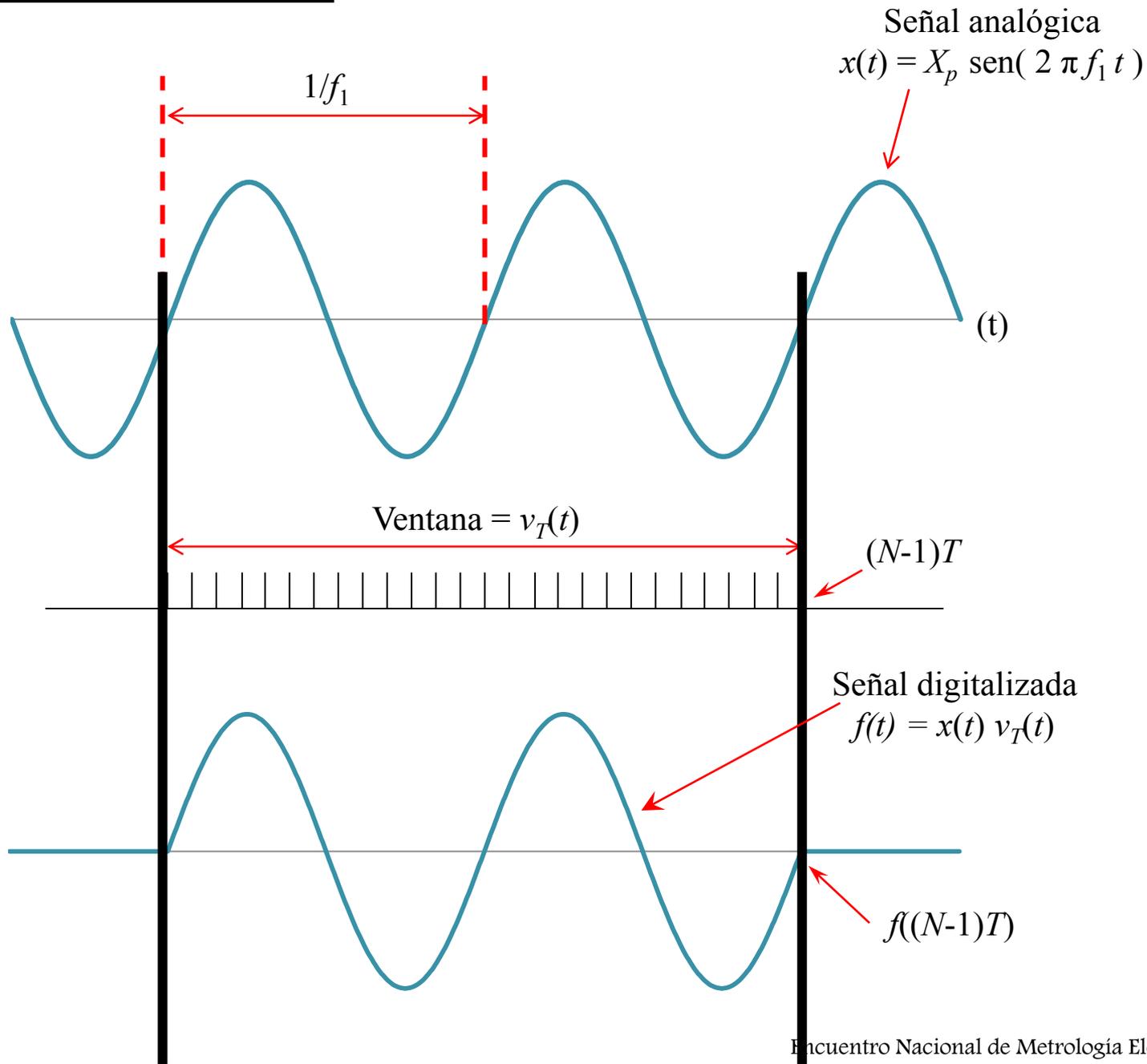


2. Superando las limitaciones de la Transformada Discreta de Fourier

Condiciones Estacionarias: que las señales sean periódicas dentro del tiempo de observación

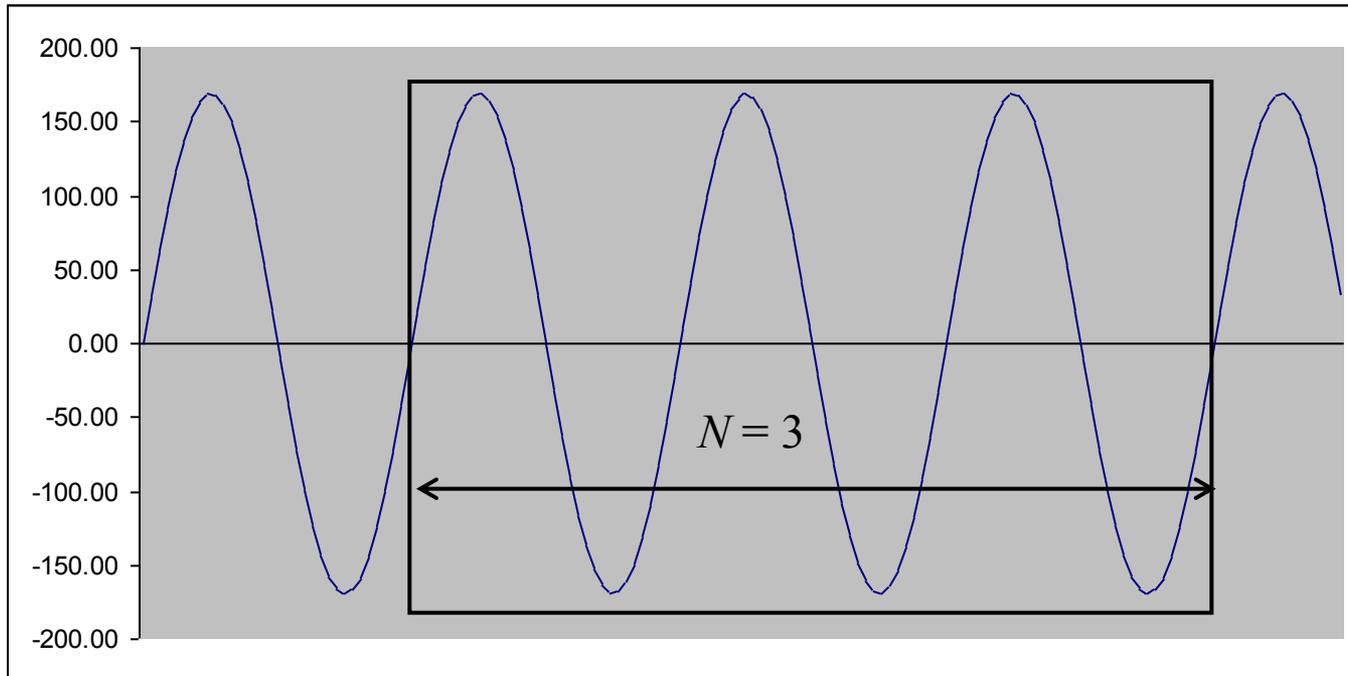


Digitalización coherente

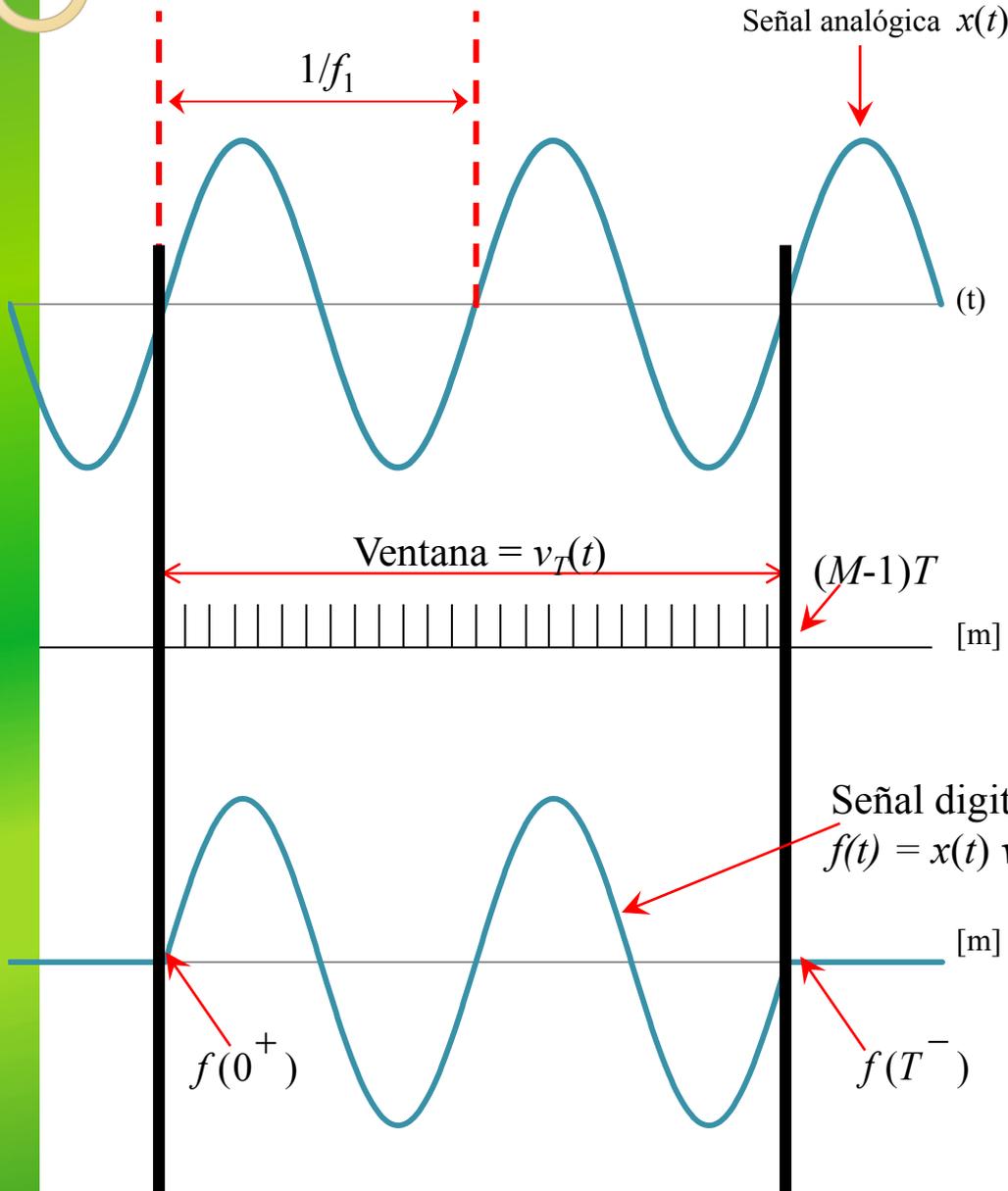


Medición digital del valor eficaz (RMS) en señales periódicas

En la medición digital de V_{eficaz} resulta indispensable medir un número entero N de periodos T_1



Digitalización coherente



Transformada de Fourier de una señal digitalizada:

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

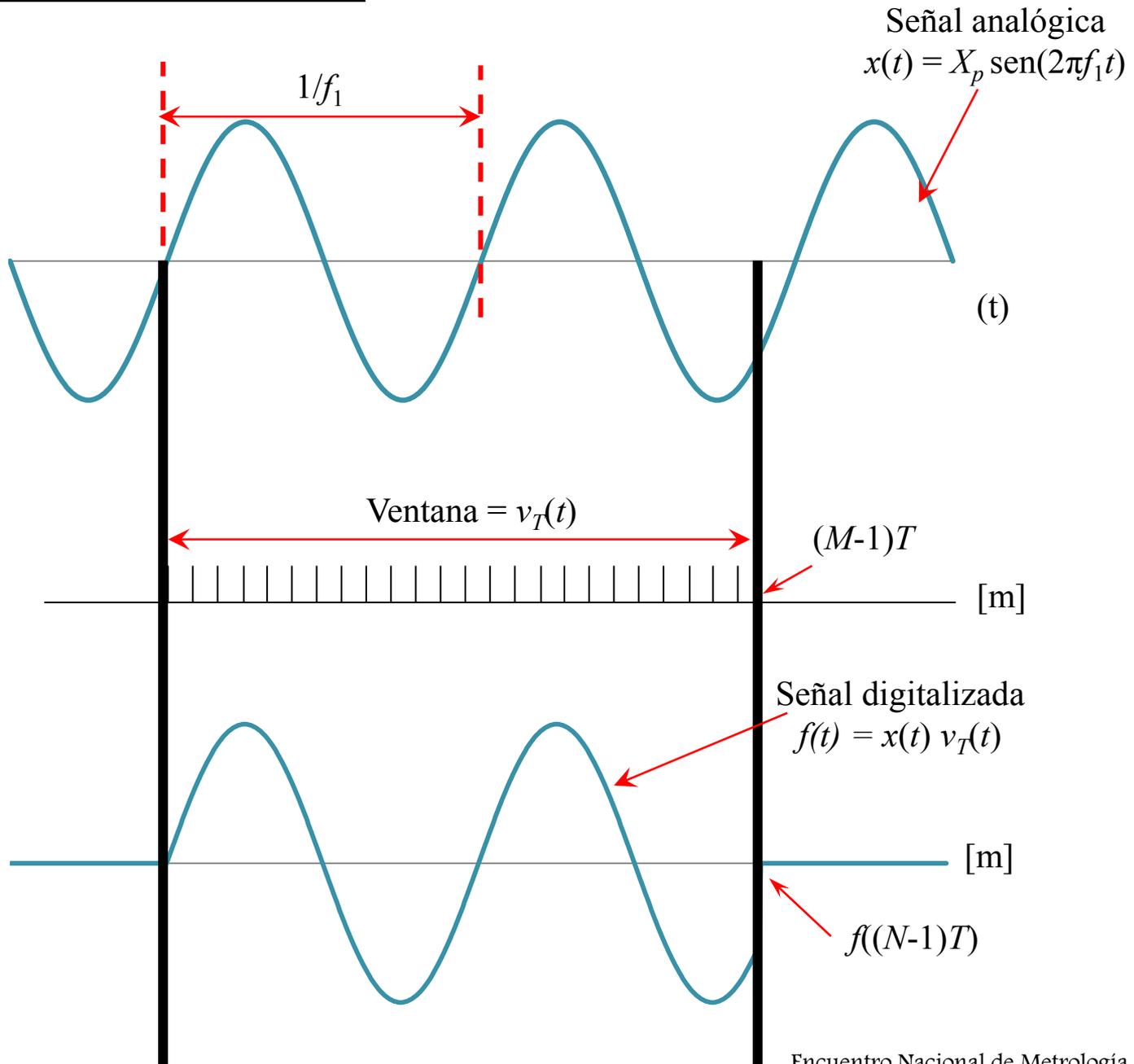
$$A(f) = \int_0^T f(t) e^{-j2\pi ft} dt +$$

$$+ \frac{1}{2} \left[f(0^+) - f(T^-) e^{-j2\pi fT} \right] dt$$

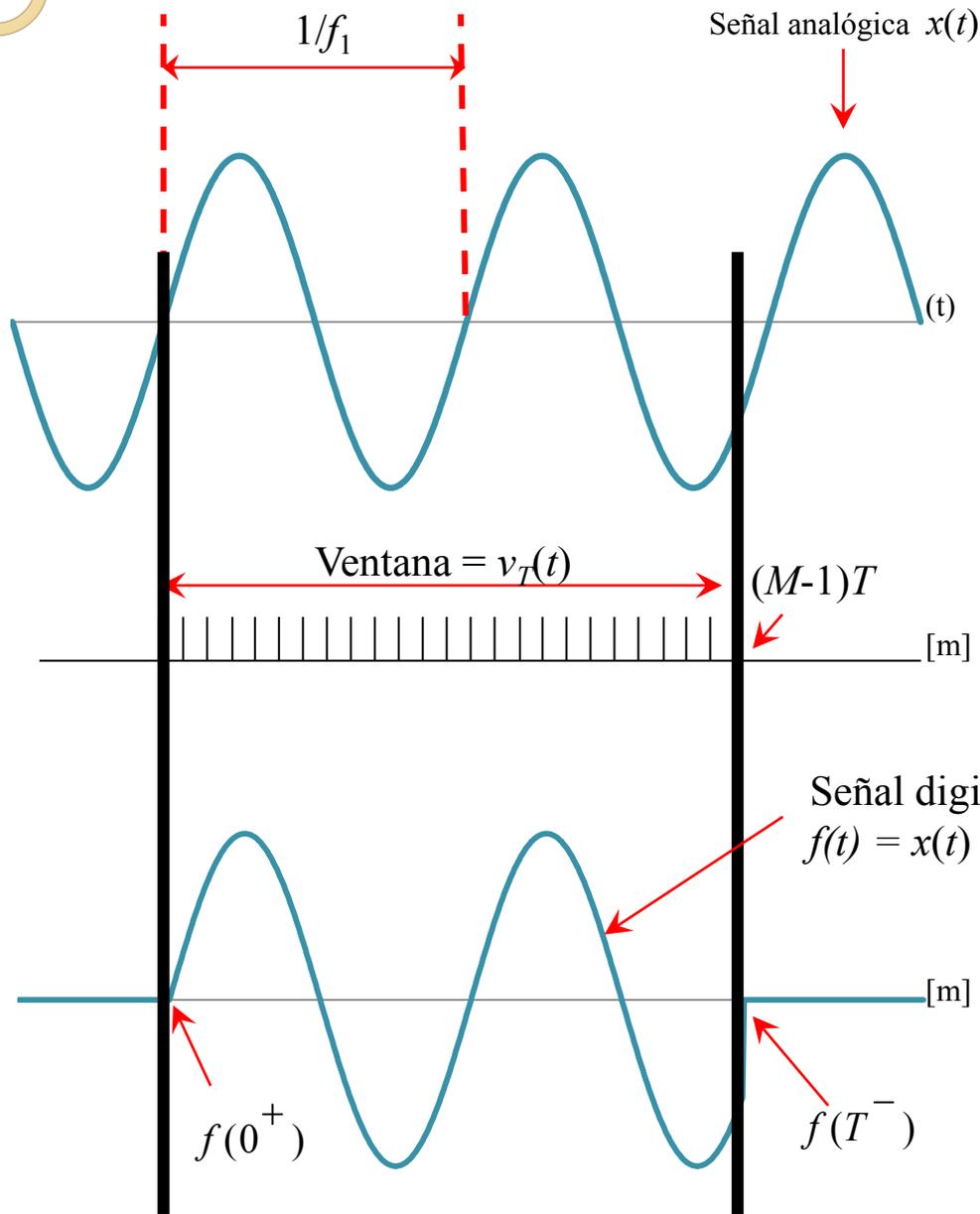
$$f(0^+) = f(T^-)$$

No hay Fuga Espectral

Digitalización incoherente



Digitalización incoherente



Transformada de Fourier de una señal digitalizada:

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

$$A(f) = \int_0^T f(t) e^{-j2\pi ft} dt + \frac{1}{2} \left[f(0^+) - f(T^-) e^{-j2\pi fT} \right] dt$$

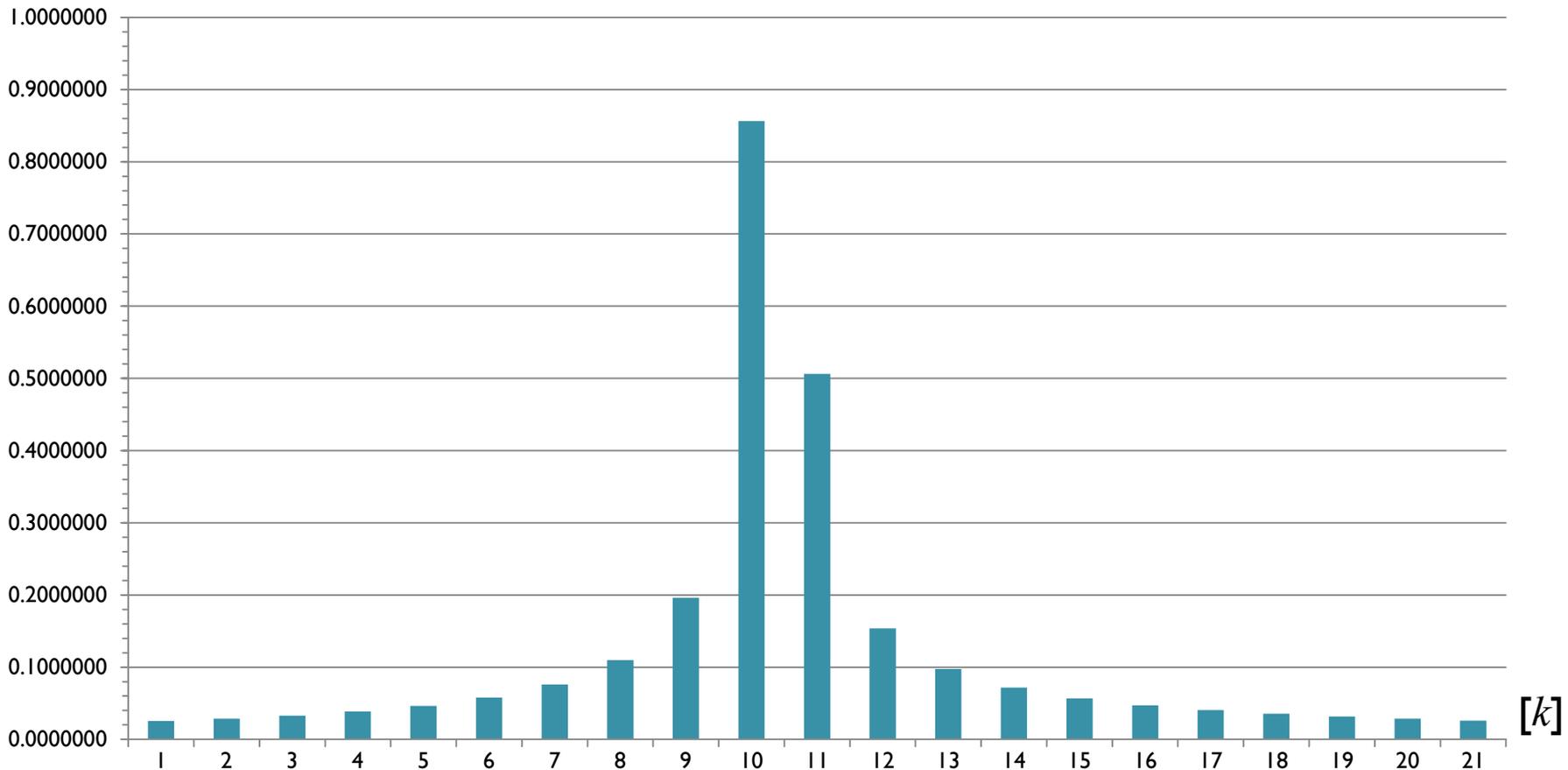
$f(0^+) \neq f(T^-)$
resulta la Fuga Espectral

Transformada Discreta de Fourier

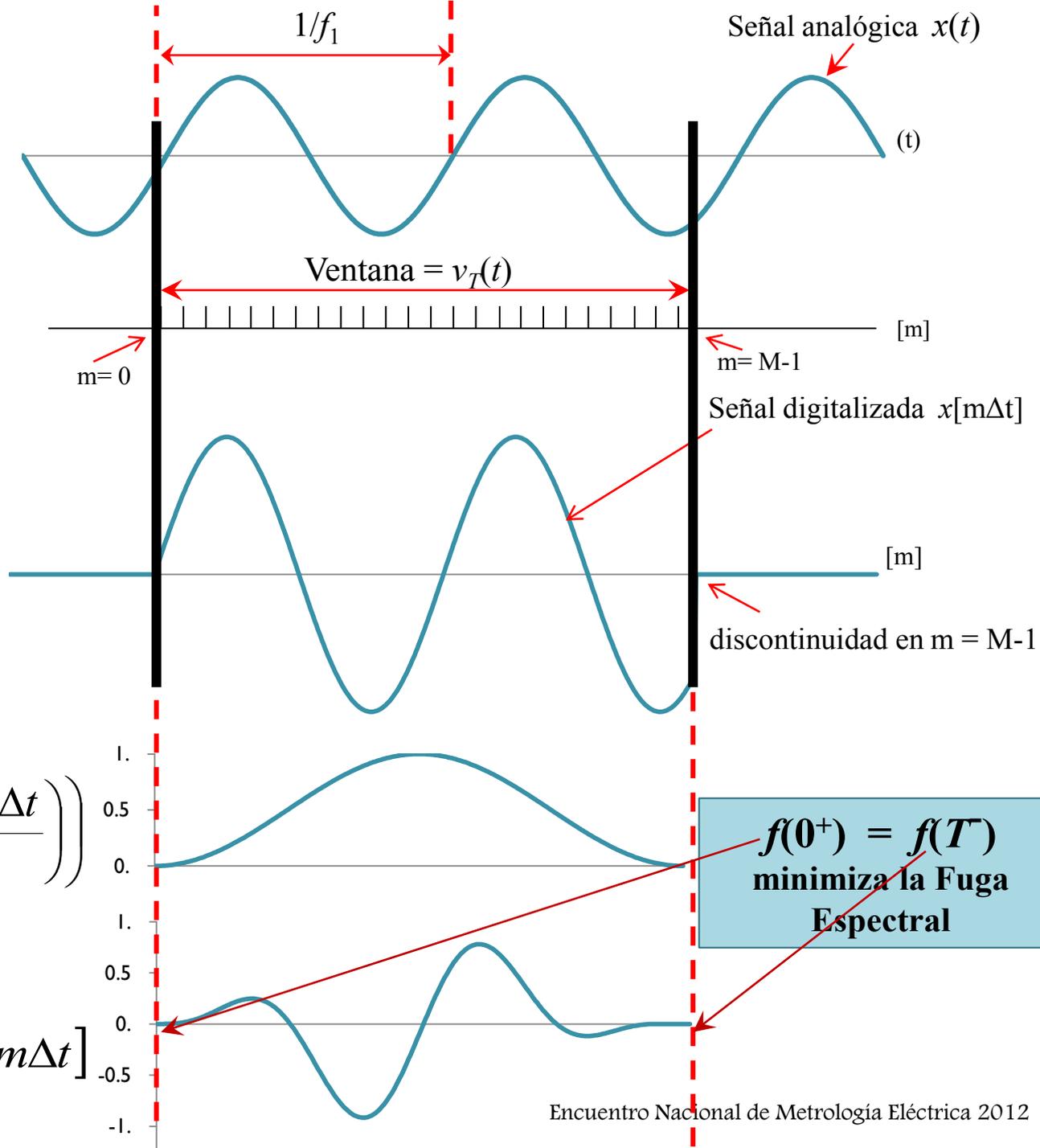
$$V[k] = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} v[m\Delta t] \exp\left(-j \frac{2\pi km}{M}\right)$$

para $m = 0, 1, 2, \dots, M-1$

$k = 0, 1, 2, \dots, M-1$



Mitigación de la Fuga Espectral



Mitigación de la Fuga Espectral de **LARGO ALCANCE**

Señal a medir ya digitalizada:

$$f[m\Delta t] = \sum_{k=0}^K A_k \sin(2\pi f_k m\Delta t + \phi_k)$$

T. Discreta de Fourier de señal y Hanning:

$$F_{Han}(n\Delta f) = \sum_{k=0}^K A_k H_M((n\Delta f - f_k)T)$$

T. Discreta de Fourier de Hanning:

$$H_M(\beta) = \frac{1}{2} \left[D_M(\beta) - \frac{1}{2} (D_M(\beta+1) + D_M(\beta-1)) \right]$$

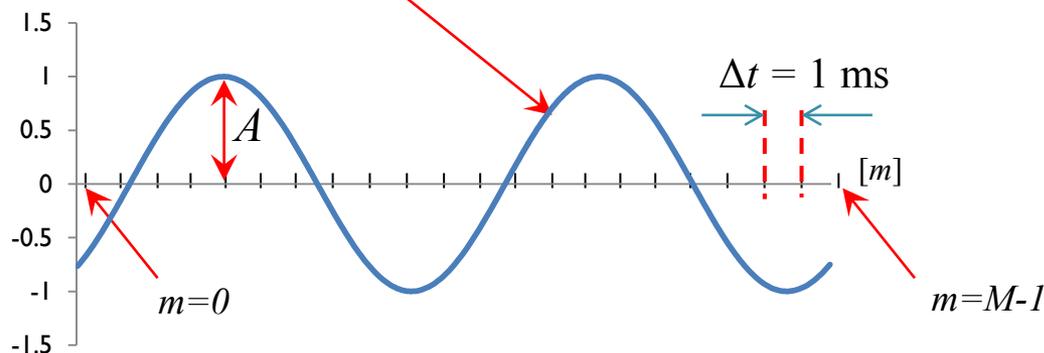
kernel de Dirichlet:

$$D_M(\beta) = \frac{\sin(\pi\beta)}{M \sin\left(\frac{\pi\beta}{M}\right)} e^{-j\pi\beta\frac{M-1}{M}}$$

$$\beta = (n\Delta f - f_k)T$$

Mitigación de la Fuga Espectral de **LARGO ALCANCE**

$$x[m\Delta t] = A \text{seno}(2\pi f_1 m\Delta t + \phi) \quad m = 0, 1, \dots, M-1 \quad \text{muestras}$$



Producto en el tiempo de la señal y Hanning:

$$f[m\Delta t] = x[m\Delta t]h[m\Delta t] = A \text{seno}(2\pi f_1 m\Delta t + \phi) \bullet \frac{1}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi m\Delta t}{M}\right) \right)$$

Transformada discreta de Fourier de $f[k\Delta t]$:

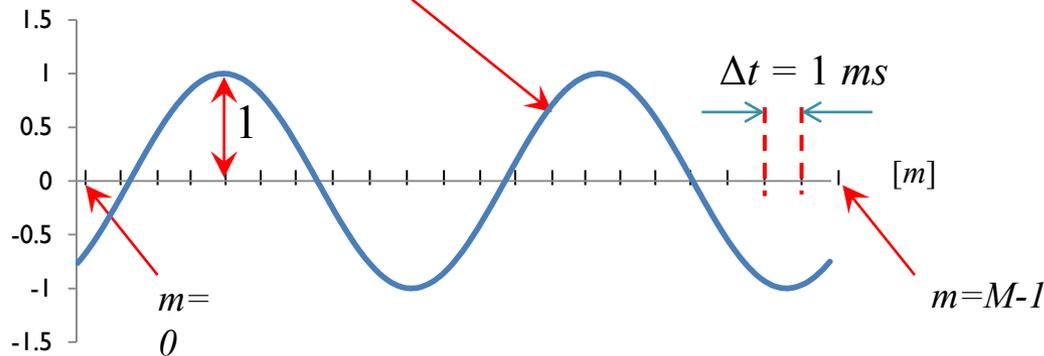
$$F[k\Omega] = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} f[m\Delta t] \exp\left(-j \frac{2\pi}{M} km\right) \quad \begin{array}{l} m = 0, 1, \dots, M-1 \quad \text{muestras} \\ k = 0, 1, \dots, M-1 \quad \text{frecuencias} \end{array}$$

Resolución en frecuencia : $TDF_{bin} = \frac{1}{M\Delta t}$

Frecuencia digitalización: $f_{dig} = \frac{1}{\Delta t}$

Ventana de Hanning: fuga espectral de **CORTO ALCANCE**

$$x[m\Delta t] = 1 \cdot \text{seno}(2\pi f_1 m\Delta t + \phi)$$

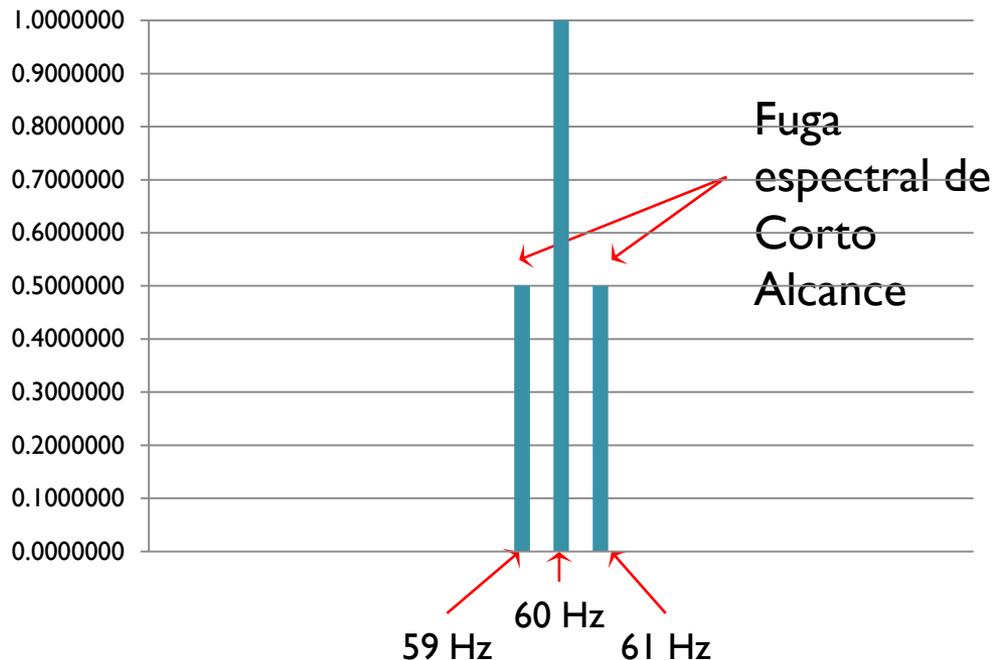


$$f_1 = 60 \text{ Hz}$$

$$M = 1\,000 \text{ muestras}$$

$$f_{\text{dig}} = 1\,000 \text{ muestras/s}$$

$$TDF_{\text{bin}} = M/f_{\text{dig}} = 1 \text{ Hz}$$



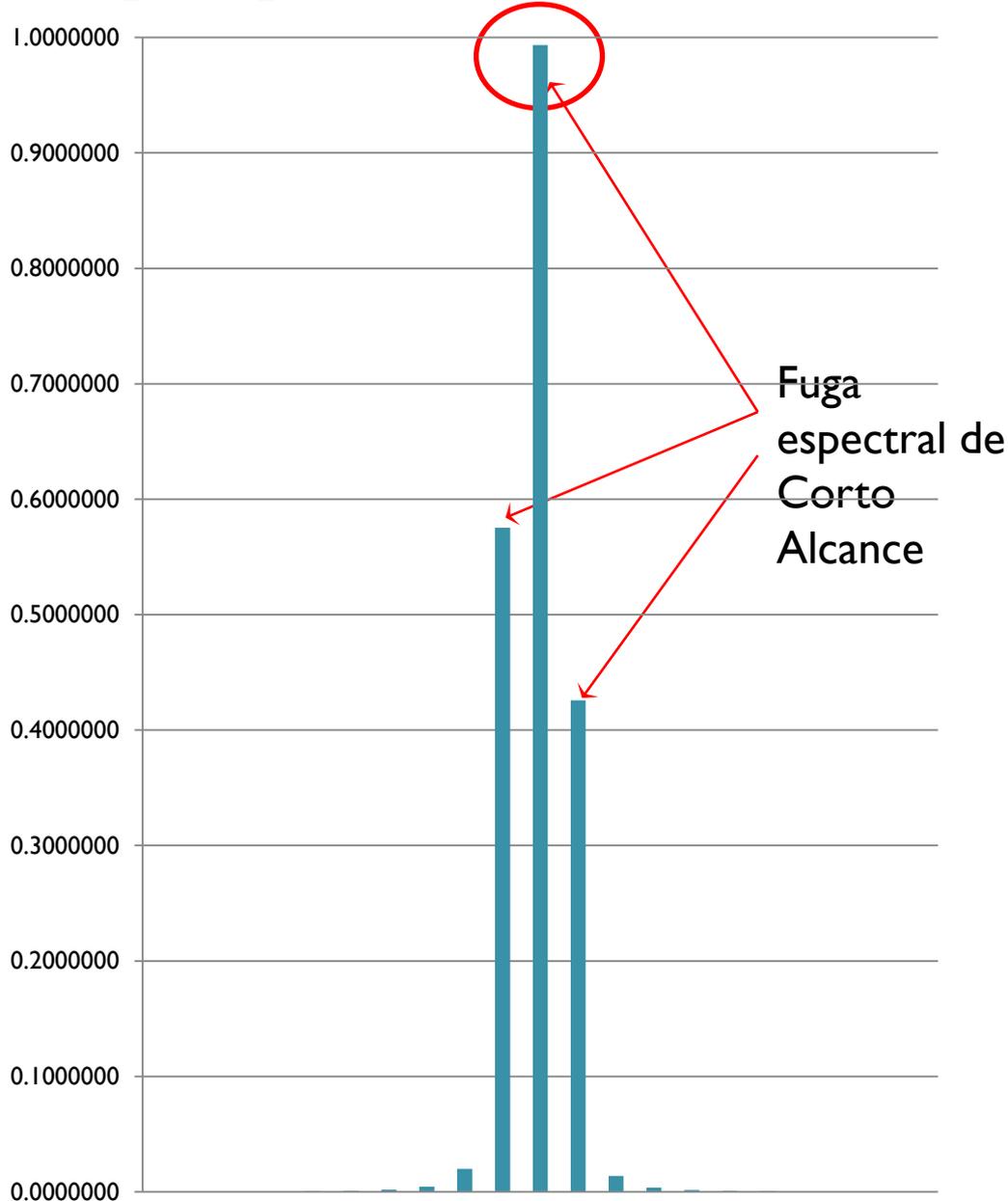
Observaciones:

Aunque la ventana de Hanning corrige fuga espectral de Largo Alcance, se crean dos componentes en 59 Hz y 61 Hz, las cuales no existían en la señal original

Fuga Espectral de Corto Alcance debida al uso de la ventana de Hanning

Ventana de Hanning: fuga espectral de **CORTO ALCANCE**

$$x[m\Delta t] = 1 \cdot \text{seno}(2\pi f_1 m\Delta t + \phi)$$



$$f_1 = 59.9 \text{ Hz}$$

$$M = 1\,000 \text{ muestras}$$

$$f_{dig} = 1\,000 \text{ muestras/s}$$

$$TDF_{bin} = 1 \text{ Hz}$$

Observaciones:

Hanning mitigó **Fuga Largo Alcance**,

pero generó **Fuga Corto Alcance**

Interpolación espectral: mitigación de **CORTO ALCANCE**

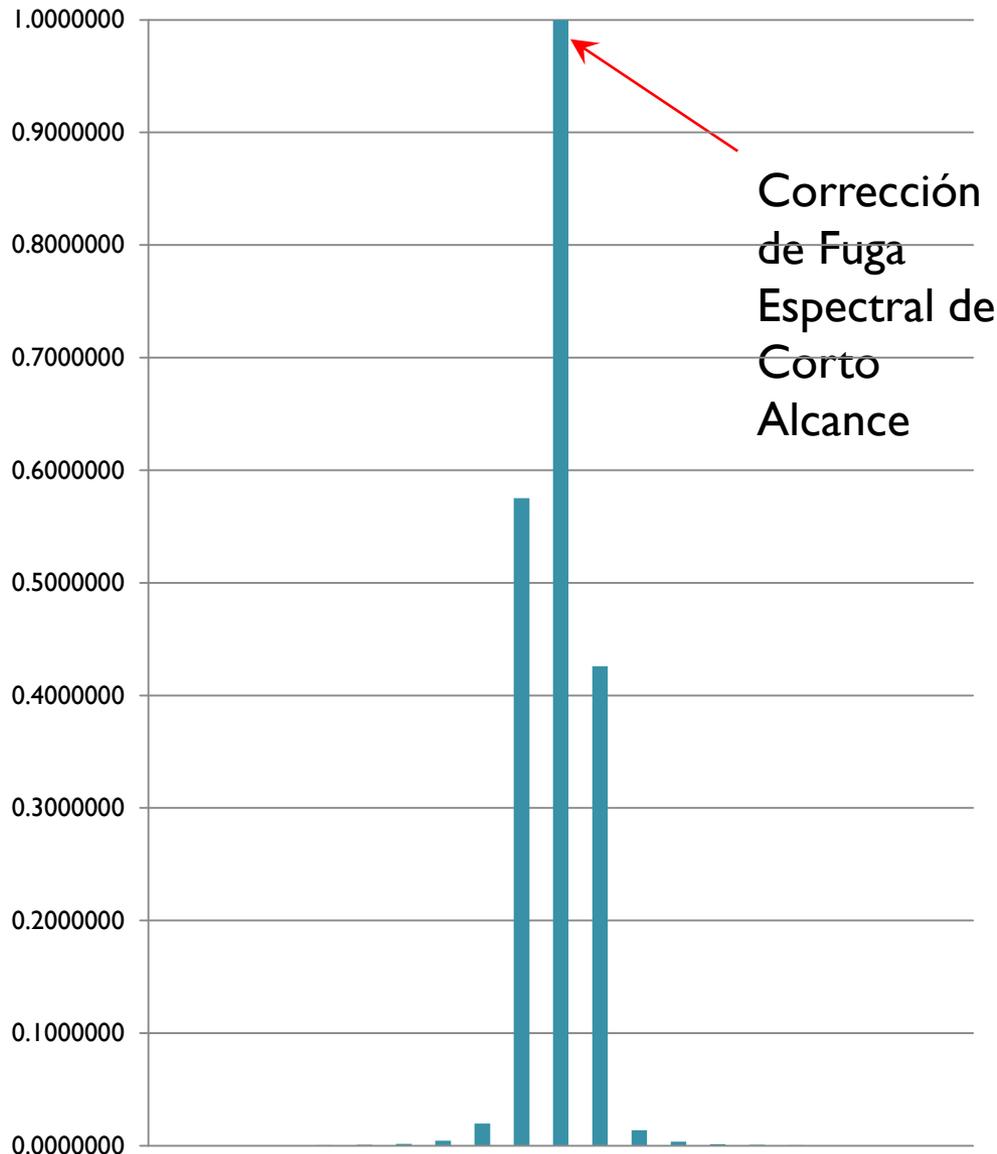
$$x[m\Delta t] = 1 \cdot \text{seno}(2\pi f_1 m\Delta t + \phi)$$

$$f_1 = 59.9 \text{ Hz}$$

$$M = 1\,000 \text{ muestras}$$

$$f_{\text{dig}} = 1\,000 \text{ muestras/s}$$

$$TDF_{\text{bin}} = 1 \text{ Hz}$$



Observaciones:

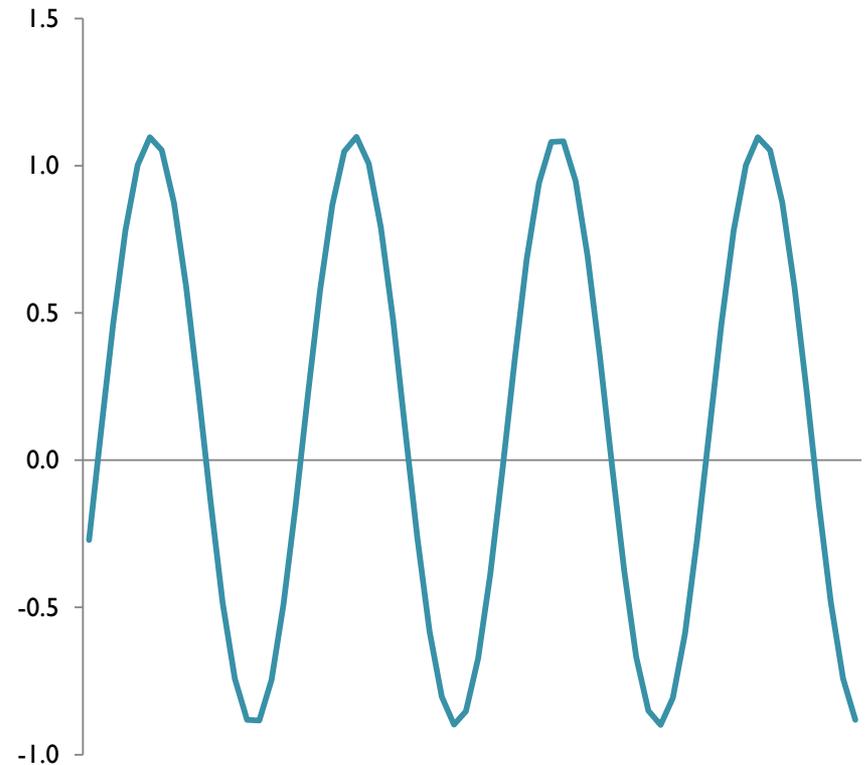
La interpolación espectral corrige los efectos de la Fuga Espectral de Corto Alcance

En la interpolación se usan las magnitudes en 59, 60 y 60 Hz

Superando limitaciones de TDF: resultados experimentales

$$x(t) = A_0 + A_1 \text{seno}(2\pi f_1 t + \phi_1) + A_2 \text{seno}(2\pi f_2 t + \phi_2) + r_{\text{aditivo}}(t)$$

$f_1 = 59.008\ 2\ \text{Hz}$	$f_2 = 119.996\ 4\ \text{Hz}$
$A_0 = 0.1$	
$A_1 = 1.0$	$\Phi_1 = -35^\circ$
$A_2 = 0.000\ 1$	$\Phi_2 = 60^\circ$
Ruido aditivo	0.000 1
f_{dig}	1 000 muestras/s
M	1 000 muestras



Superando limitaciones de TDF: resultados experimentales

$$x(t) = A_0 + A_1 \text{seno}(2\pi f_1 t + \phi_1) + A_2 \text{seno}(2\pi f_2 t + \phi_2) + r_{\text{aditivo}}(t)$$

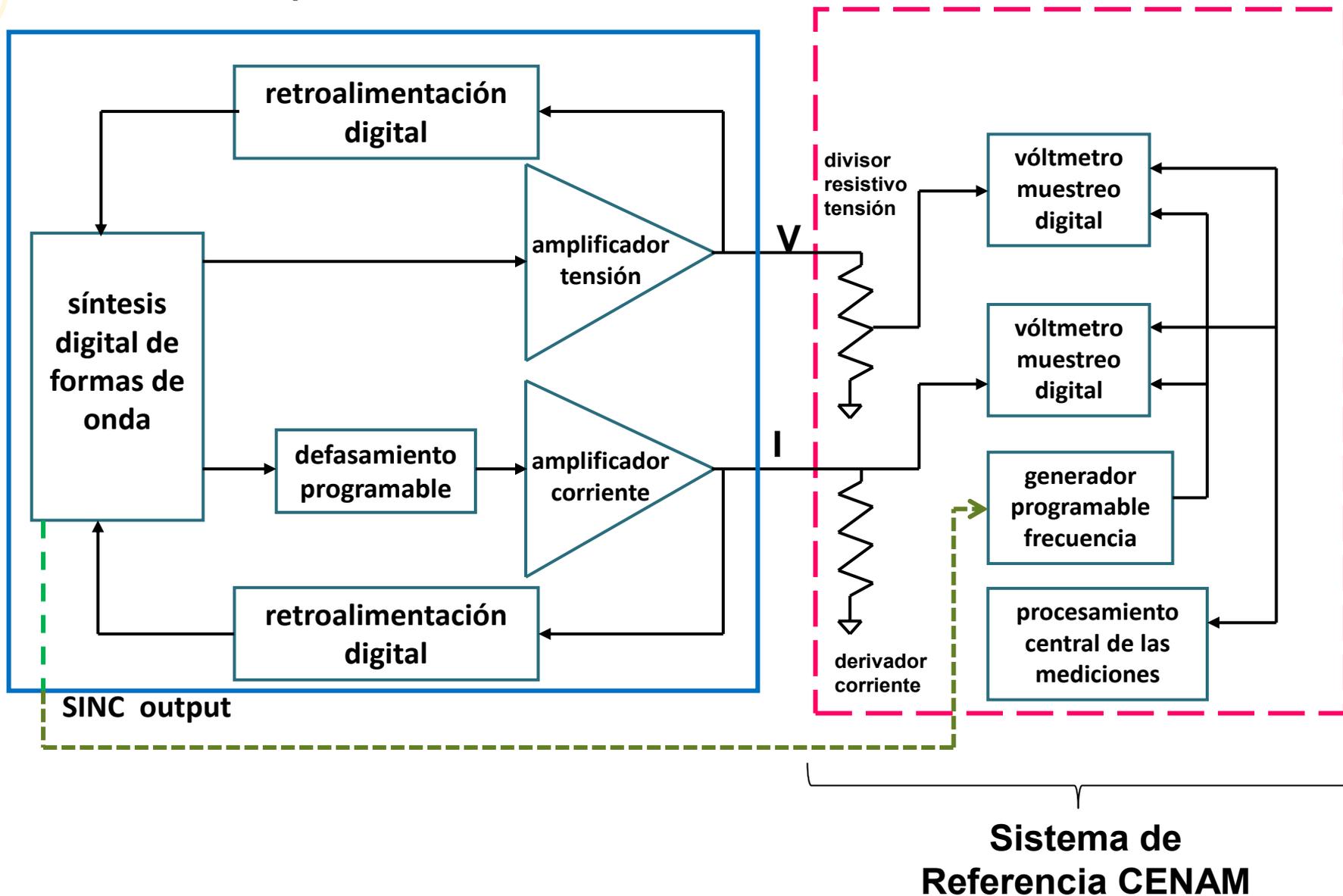
	Método 1 Hanning sin interpolación	Método 2 Hanning e interpolación de Grandke	Método 3 Hanning e interpolación CENAM
A_0	0.100 050 5	0.100 050 1	0.100 050 5
A_1	0.990 172 6	0.999 999 94	1.000 000 039
ϕ_1	-57.263°	-35.000°	-35.000°
A_2	0.000 962	0.001 000 7	0.001 000 92
ϕ_2	15.509 °	59.943	60.031°

Superando limitaciones de TDF: resultados experimentales



¿Cómo asegurar trazabilidad hacia patrones nacionales?

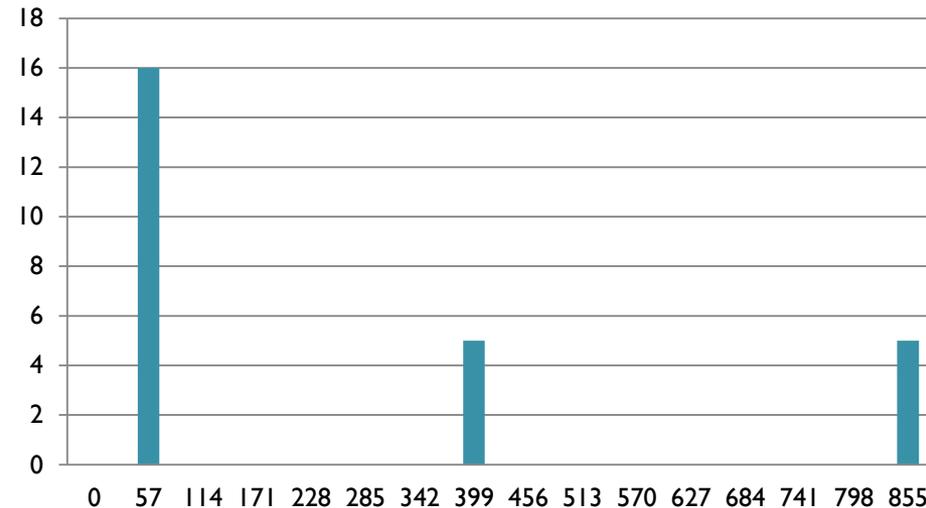
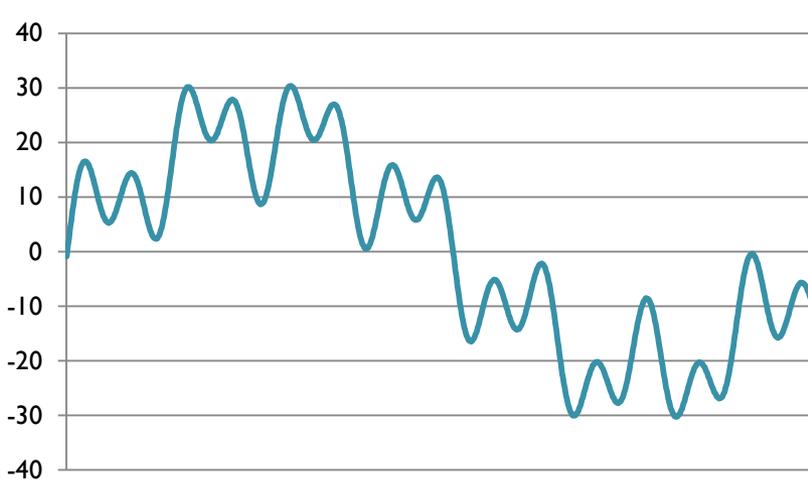
Resultados experimentales: Fluke 6105A



Resultados experimentales: Fluke 6105A

$$x(t) = A_1 \text{seno}(2\pi f_1 t + \phi_1) + A_7 \text{seno}(2\pi f_7 t + \phi_7) + A_{15} \text{seno}(2\pi f_{15} t + \phi_{15})$$

Armónico	Amplitud armónico	Valores medidos Error de amplitud ($\mu\text{V}/\text{V}$) y fase ($^\circ$)	
		Error del algoritmo CENAM	Error del Modo de Sincronía Fluke 6105A
$f_1 = 57 \text{ Hz}$	16 V/0 $^\circ$	0.3 ppm / 0.000 $^\circ$	-2.5 ppm / 0.000 $^\circ$
$f_7 = 399 \text{ Hz}$	5 V/0 $^\circ$	-8.7 ppm / -0.010 $^\circ$	-22.5 ppm / -0.005 $^\circ$
$f_{15} = 855 \text{ Hz}$	5 V/-25 $^\circ$	-78.5 ppm / -25.002 $^\circ$	-90.7 ppm / -25.001 $^\circ$



Presupuesto de incertidumbre de medición:

➤ **DIGITALIZACIÓN**

- Coherencia o Truncamiento
- Cuantización (resolución del ADC; proporcional a n-bits y N-ciclos)
- Jitter del ADC y del reloj patrón (es proporcional al intervalo dinámico, frecuencia de la señal y N-ciclos de observación)
- APER (tiempo de integración del ADC)

➤ **INSTRUMENTACIÓN:** respuesta en frecuencia en amplitud y fase de:

- Conductores (cable coaxial, uniones T, conectores BNC, SMA)
- Transductores (divisores tensión y corriente, TP y TC)
- Amplificadores (RRMC; aislamiento tierra eléctrica)
- Digitalizadores (capacitancia de entrada)
- Deriva en el tiempo (referencias Zener, resistores, amplificadores)

Referencias

1. D. C. Rife y G. A. Vincent, 'Use of the Discrete Fourier Transform in the Measurement of Frequencies and Levels of Tones', The Bell System Tech. Journal, Feb 1970. pp197-228.
2. F. J. Harris, 'On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform', Proc. IEEE, Vol. 66, pp. 51-83, Ene. 1978.
3. V. K. Jain *et al*, 'Highh-Accuracy Analog Measurements via Interpolated FFT', IEEE Trans. on Inst. and Meas., Vol. IM-28, pp. 113-122, Jun 1979.
4. T. Grandke, 'Interpolation Algorithms for Discrete Fourier Transforms of Weighted Signals', IEEE Trans. on Inst. and Meas., Vol. IM-32, No. 2, pp. 350-355, Jun 1983.
5. D. Belega y D. Dallet, 'Amplitude Estimation by a Multipoint Interpolated DFT Approach', IEEE Trans. on Inst. and Meas., Vol. 58, No. 5, 1316-1323, May 2009.
6. A. Ferrero, S. Salicone y S. Toscani, 'A Fast, Simplified Frequency-Domain Interpolation Method for the Evaluation of the Frequency and Amplitude of Spectral Components", IEEE Trans. on Inst. and Meas., Vol. 60, No. 5, pp1579-1587, May 2011.
7. S. Svenson, "A precision wattmeter for non-sinusoidal conditions", Technical Report No 223L, Dept. Electric Power Engineering, 1996, Chalmers University of Technology, Suecia.

Referencias

8. IEC 61000-4-7 Electromagnetic compatibility. Part 4-7: Testing and measurement techniques- General guides on harmonics and interharmonics measurements and instrumentation for power supply systems and equipment connected thereto, 2009-10.
9. R. Carranza, S. Campos, A. Castruita y M. Rodríguez, ' Corrección de fuga espectral al utilizar la Transformada Discreta de Fourier con digitalización incoherente', Simposio de Metrología 2012.
10. M. F. Wagdy, 'Effect of ADC quantization errors on some periodic signal measurements', IEEE Trans. on Inst. and Meas., Vol. IM-36, No. 4, pp. 983-989, Dic 1987.
11. K. Duda, 'DFT interpolation algorithm for Kaiser-Bessel and Dolph-Chebyshev windows', IEEE Trans. on Instr. and Meas., Vol. 60, No. 3, pp 784-790, Mar. 2011.
12. F. J. j. Clarke y R. J. Stockton, 'Principles and theory of wattmeters operating on the basis of regularly spaced sample pairs', J. Phys. E. Sci. Instrumen., Vol. 15, pp. 645-662, 1982.



GRACIAS

rene.carranza@cenam.mx