

EVALUACIÓN DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR RADIAL POR EL ESPACIO ANULAR DE LA PLACA CALIENTE DE UN APARATO PARA MEDIR CONDUCTIVIDAD TÉRMICA

Leonel Lira Cortés, Edgar Méndez Lango
 División de Termometría; Laboratorio de Propiedades Termofísicas
 Centro Nacional de Metrología (CENAM)
 km 4,5 Carretera a los Cués, el Marqués, Querétaro, México.
 Tel. (442) 2110500, fax 2110548, llira@cenam.mx, emendez@cenam.mx

Resumen

El método primario, que se emplea en el Centro Nacional de Metrología (CENAM) para la medición de conductividad térmica de sólidos aislantes usa un aparato de placa caliente con guarda (APCG). La placa caliente es circular y está compuesta de dos secciones concéntricas; la zona interior es el área de medición y la exterior es la guarda. Entre ellas existe una separación llamada espacio anular. La transferencia de calor entre la sección de medición y la guarda puede afectar el rendimiento del APCG. Se presenta una solución analítica del campo de temperatura en el espacio anular. Se estudian las contribuciones por conducción por los pernos, por los alambres de los termopares y por los cables de alimentación de la resistencia del calefactor, así como por radiación en ese espacio.

1. INTRODUCCIÓN

En el CENAM se ha desarrollado un método primario para la medición de la conductividad térmica de materiales sólidos aislantes. El método usa un aparato de placa caliente con guarda (APCG). El APCG tiene tres placas circulares colocadas horizontalmente y apiladas una sobre la otra. Dos muestras del material bajo medición se colocan en el espacio entre ellas. Se controla la temperatura de cada placa; la placa central (placa caliente) tiene una temperatura mayor que las otras dos (placas frías). La placa caliente, a su vez, está compuesta por dos secciones: área de medición (central) y de guarda (exterior). Existe un espacio anular entre estas secciones para reducir la interacción térmica por conducción entre ellas.

El objetivo de este trabajo es estimar el flujo de calor en el espacio anular. Se realiza un estudio de los procesos de transferencia de energía debido a que generalmente existe una diferencia de temperatura entre el área de medición y la guarda del APCG.

Este estudio comprende los principales mecanismos de transferencia de calor: a) Conducción en el aire, vía los pernos de los soportes, los termopares y los cables de alimentación de potencia eléctrica; b) convección y c) radiación. Los resultados caracterizan el aparato y permiten mejorar su operación

2. FLUJO TÉRMICO EN LA REGIÓN ANULAR

En la figura 1 se muestra un esquema de las principales partes de un APCG. La placa caliente formada por el área de medición y su guarda. El espesor de la muestra L , el flujo de calor axial Q_e , el flujo de calor del borde de la muestra Q_b , y el flujo de calor entre el área de medición y la guarda Q_g . En la figura sólo se muestra una placa fría; existe otra muestra y otra placa fría en la parte superior.

En el caso ideal, el flujo de calor es unidimensional a través de la muestra Q_e , de la placa caliente a la placa fría en la dirección z (normal a la superficie de las placas). Bajo estas condiciones, el cálculo de la conductividad térmica aparente K_z , o la resistencia térmica, $R = L / K_z$, se determina vía el calor generado en la placa caliente $Q_0=Q_e$, la temperatura de las placas caliente y frías, T_c y T_f , el espesor de la muestra L , y el área efectiva A [1,4].

$$Q_e = AK_z(T_c - T_f)/L = A(T_c - T_f)/R_0 \quad (1)$$

En la práctica, existe un flujo de calor radial en el espacio anular del área de medición y la guarda, el que se representa por Q_g [5] y entre la muestra y el exterior, que se representa por Q_b en la figura 1.

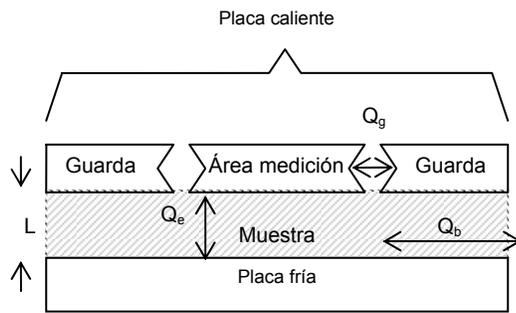


Figura 1. Componentes principales del APCG para medir la conductividad térmica de materiales sólidos aislantes.

El estudio que se presenta es sobre el valor de Q_g , los estudios correspondientes a Q_e y Q_b se encuentran reportados en [4].

3. FENÓMENOS DE TRANSFERENCIA

Los principales fenómenos de transferencia de calor que ocurren en el espacio anular son:

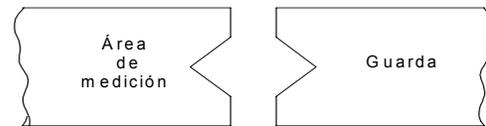
- Transferencia de calor por conducción a través del aire atrapado.
- Transferencia de calor por conducción a través de los pernos que fijan la guarda al área de medición.
- Transferencia de calor por conducción a través de los alambres de los termopares que cruzan.
- Transferencia de calor por conducción a través de los alambres que alimentan el calefactor del área de medición.
- Transferencia de calor por convección.
- Transferencia de calor por radiación.

En el cálculo de cada contribución se usaron las dimensiones del aparato.

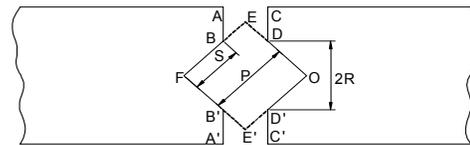
a) Espacio Anular

El espacio anular es la región que separa en la placa caliente, el área de medición y la guarda. Es un espacio con aire donde se localizan los pernos que unen las dos secciones, atraviesan los alambres que alimentan al calefactor y los alambres de los termopares. Su sección trasversal se muestra en la figura 2 (a). Si se extienden las diagonales se forma un rombo. Para simplificar los cálculos se supuso que el flujo de calor entre la superficie DOD' y la superficie B'FB es el mismo (figura 2 (b)). Así mismo, entre las porciones OE' y FE, además existe un flujo de calor unidimensional a través de las

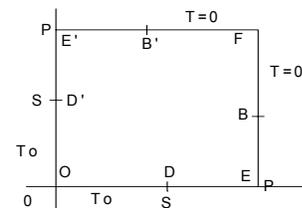
porciones lineales del espacio anular (AB-CD y A'B'-C'D'). La figura 2 (c) muestra el rombo bajo una rotación para aplicar la ecuación de conducción en coordenadas cartesianas.



(a)



(b)



(c)

Figura 2. Diagrama de la forma del espacio anular: a) Forma real, b) Modelo para realizar el análisis y c) Modelo para el espacio anular en forma de rombo.

Para calcular el campo de temperaturas de la figura 2 (c), se utiliza la ecuación diferencial parcial de conducción de calor en 2-D, en estado permanente y con propiedades constantes:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0, \tag{2}$$

con las condiciones a la frontera:

$$\begin{aligned} x=0, 0 \leq y \leq p; T &= T_0, \\ y=0, 0 \leq x \leq p; T &= T_0, \\ x=p, 0 \leq y \leq p; T &= 0 \text{ y} \\ y=p, 0 \leq x \leq p; T &= 0, \end{aligned}$$

donde la temperatura del área de medición se considera como referencia u con valor cero; la temperatura de la guarda es T_0 . Es decir, la diferencia de temperaturas entre el área de medición y la guarda es T_0 .

La ecuación (2) se resolvió con el método de separación de variables y se obtuvo el siguiente campo de temperaturas:

$$T(x,y) = \frac{4T_0}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n \operatorname{sen}(n\pi)} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{p} \operatorname{senh} \frac{n\pi(p-y)}{p} + \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{p} \operatorname{senh} \frac{n\pi(p-x)}{p} \quad (3)$$

El flujo total Q_0 sobre la superficie DOD', está dado por:

$$Q_0 = 2\pi b K_g \int_0^s \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=L} dx \quad (4)$$

Si se deriva la ecuación (3) y el resultado se sustituye en la ecuación (4), se obtiene

$$Q_0 = 16b K_g T_0 \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{\operatorname{csch}(n\pi) \cosh \frac{n\pi(p-s)}{p}}{\operatorname{coth}(n\pi) \cos \frac{n\pi s}{p}} \quad (5)$$

Si se suman las contribuciones a través de las porciones planas del espacio anular, el flujo de calor a través del espacio anular es:

$$Q_{ea} = \frac{2\pi b m K_g T_0}{w} \frac{m-2R}{m} + \frac{8w}{\pi m} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{csch}(n\pi) \cosh \left(\frac{n\pi w}{2R+w} \right) \operatorname{coth}(n\pi) \cos \frac{2n\pi R}{2R+w} \quad (6)$$

donde b es el radio del área de medición, w el ancho del espacio anular, m el espesor de la placa y $2R$ es la longitud indicada en la figura 2 (b).

b) Conducción de calor a través de los pernos

Los pernos que unen el área de medición y la guarda son tres de acero inoxidable tipo 304 de 1.59×10^{-3} m de diámetro y una longitud 1.6×10^{-3} m. La conducción de calor por los pernos se calcula con

$$Q_p = n K_p A_p \frac{T_0}{L_p} \quad (7)$$

donde n es el número de pernos, K_p es la conductividad térmica, A_p el área, T_0 es la diferencia de temperatura y L_p la longitud de cada perno. Debido a que los extremos de los pernos terminan en punta, su sección trasversal efectiva A_e es mucho menor que A_p , sin embargo se usó la ecuación (7) con el valor de A_p para estimar el valor máximo de conducción por esta vía.

c) Conducción de calor por los alambres de los termopares

Los termopares son de tipo T de calibre 32 que equivale a un diámetro de 0,2 mm y una longitud efectiva de 7.5 cm y por el espacio anular atraviesan 3 termopares de dos hilos (6 alambres) La conducción por cada alambre está dada por:

$$Q_T = K_T A_T \frac{T_0}{L_T} \quad (8)$$

donde, K_T , A_T , T_0 y L_T , son la conductividad, área y longitud de cada alambre del termopar y T_0 es la diferencia de temperatura.

d) La conducción de calor por los alambres que alimentan al calefactor.

Los alambres que alimentan al calefactor de la placa caliente son de cobre de calibre 14, que equivalen a un diámetro 1.63 mm, recubiertos de fibra de vidrio. La conducción a través de ellos se calcula con

$$Q_i = 2K_a A_a \frac{T_0}{l_a} \quad (9)$$

donde K_a , A_a , T_0 y l_a , son la conductividad, área y longitud de los alambres del calefactor y T_0 es la diferencia de temperatura.

e) Transferencia de calor por convección en el espacio anular

Para evaluar la transferencia de calor por convección natural en el espacio anular, se supone como una cavidad cerrada en 2 dimensiones. En el estudio de cavidades con flujo laminar para números de Grashof (Gr) de 10^3 - 10^6 y un número de Prandtl (Pr) de 0.71 (aire) se ha encontrado el campo de temperaturas y la estructura del flujo dentro de la cavidad [6,7]. En estos estudios se encontró que el efecto la transferencia de calor por convección es significativo para números de Gr mayores de 10^3 ; para $Gr < 10^3$ la transferencia de calor predominante en el interior de la cavidad es por conducción [6-8]. Se calculó el número de Grashof para los valores de temperatura considerados en este estudio con

$$G_r = \frac{g\beta T_0 \delta^3}{\nu^2} \quad (10)$$

donde g es la aceleración debida a la gravedad en $m s^{-2}$, β es el coeficiente de dilatación volumétrica del fluido en K^{-1} , T_0 es la diferencia de temperatura entre el área de medición y la guarda en K , δ es la distancia entre las paredes en m y ν es la viscosidad

cinemática del fluido en m²/s. Se encontró que el valor del número de Grashof cuando la diferencia de temperatura es de 100 K es igual a 103.5, por lo tanto sólo se consideró la transferencia por conducción para esa cavidad.

f) Transferencia de calor por radiación en el espacio anular

Si se considera que las superficies de la cavidad son grises y difusas, el intercambio radiativo entre las superficies se puede aproximar por [9]

$$Q_r = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)}, \quad (11)$$

donde Q_r es el intercambio radiativo entre las superficies interior y exterior A_1 es el área de la superficie interior en m², σ , es la constante de Stefan- Boltzman, T_1 y T_2 son la temperatura de la superficie interior y exterior, ϵ_1 y ϵ_2 son las emisividades de las superficies y r_1 y r_2 son el radio interior y exterior respectivamente.

Dado que la temperatura máxima de operación del aparato es de 80 °C y sí se considera una diferencia de temperatura de 1 k entre el área de medición y la guarda, entonces el valor de Q_r es de 0,3 mW.

4. RESULTADOS

En la tabla 1 y 2 se presenta la contribución de cada término para dos diferencias de temperatura y de forma gráfica en la figura 3.

Tabla 1. Transferencia de calor a través del espacio anular.

$\Delta T / K$	Q_{ea}/W	Q_p/W	Q_T/W	Q_l/W	$\Sigma Q/W$
1	0,065	0,0055	0,00032	0,0087	0,07944
5	0,327	0,0252	0,0016	0,043	0,3968

Tabla 2. Contribución porcentual de cada componente en el espacio anular.

$\Delta T / K$	Q_{ea}	Q_p	Q_T	Q_l
1	81.8	6.9	0.4	10.9
5	82.4	6.4	0.4	10.8

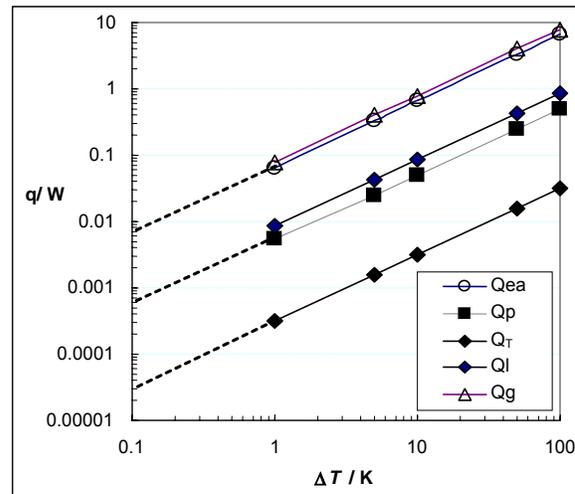


Figura 3. Contribución de cada componente al flujo de calor como función del gradiente ΔT entre el área de medición y la guarda.

Q_{ea} representa el flujo de calor por conducción en el aire del espacio anular, Q_p la contribución de los pernos, Q_T es la contribución de los alambres de termopares, Q_l la contribución de los alambres del calefactor y Q_g la contribución total.

La contribución por radiación es del orden de 0,3 mW en comparación con los valores del primer renglón de la tabla 1.

5. CONCLUSIONES

Se presentó un modelo para estudiar la transferencia de calor en el espacio anular de una placa caliente. El modelo se puede emplear para estimar la magnitud del flujo de calor bajo distintas condiciones de operación entre el área de medición y la guarda de la placa caliente.

En los resultados se observa que la principal contribución al flujo de calor en el espacio anular es la conducción de calor en el aire por el espacio anular y los otros efectos se pueden considerar despreciables para todos fines prácticos.

En la evaluación del modelo se utilizó una diferencia de temperatura máxima de 5 °C, sin embargo en condiciones normales de operación el máximo valor permisible para algunos instrumentos es de un grado de diferencia. El patrón nacional de conductividad térmica se opera con una diferencia de temperatura de 0.01 o menor, lo que significa que es del orden 8×10^{-5} W, para valores típicos de

Qe de 2 W, es decir se puede considera no significativo esta contribución.

REFERENCIAS

- [1] Lira L., "Diseño y Construcción de un Instrumento para Medir la Conductividad Térmica de Materiales Sólidos Aislantes", Memorias del II Congreso de ANIIM, Chihuahua, Chih., pp. 101-105, 1997.
- [2] Lira L., "Estudio del efecto de borde en el diseño de un aparato de plato caliente para medir la conductividad térmica", Memorias del XX Congreso de la Academia Nacional de Ingeniería, A.C., Veracruz, Ver., pp. 310-315, 1995.
- [3] Salazar R., "Diseño, construcción y caracterización de un equipo para medir conductividad térmica de materiales aislantes en el intervalo de temperatura de -75 a 250 °C", Tesis de Maestría, CENIDET , Cuernavaca, Mor., 1995.
- [4] Xamán J., "Análisis de la Transferencia de Calor de un Aparato para Determinar la Conductividad Térmica de Materiales Aislantes", Tesis de Maestría, CENIDET; Cuernavaca, Mor; 1999.
- [5] Woodside W., "Deviations from One-Dimensional Heat Flow in Guarded-Hot-Plate Measurements", Review of Scientific Instruments, Vol. 28, No. 12, pp. 1033, 1957.
- [6] G. De Vahl Davis, "Laminar Natural Convection in an Enclosed Rectangular Cavity", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 11, pp. 1675-1693, 1968.
- [7] Markatos N.C. and K.A. Pericleous, "Laminar and Turbulent Natural Convection in an Enclosed Cavity", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 27, pp. 755-772, 1984.
- [8] Barakos G., E. Mitsoulis and D. Assimacopoulos, "Natural Convection Flow in a Square Cavity Revisited: Laminar and Turbulent Models with Wall Functions", Int. J. Numerical Methods Fluid, Vol. 18, pp. 695-719, 1994.
- [9] Meza, M.A., "Estudio de los procesos de transferencia de calor en el APCG-CENIDET-001". Tesis de Maestría, CENIDET; Cuernavaca, Mor.; 2003.