

# DETERMINACIÓN DEL VALOR DE REFERENCIA DE COMPARACIONES CLAVE PONDERANDO LA MEDIA POR LOS INVERSOS DE AISLAMIENTO<sup>i</sup>

Miguel Viliesid  
 Metrología Dimensional  
 Centro Nacional de Metrología, CENAM  
 km 4,5 Carretera a Los Cués El Marqués, Querétaro 76241  
 Tel.: (442) 211-0574, FAX: (442) 211-0579  
 C. Electrónico: [miguel.viliesid@cenam.mx](mailto:miguel.viliesid@cenam.mx)

La firma del Arreglo de Reconocimiento Mutuo, *MRA*<sup>ii</sup>, entre los Institutos Nacionales de Metrología, (*NMI*<sup>iii</sup>) ha puesto en evidencia la importancia de los grados de equivalencia obtenidos entre los resultados de los laboratorios participantes en una Comparación Clave (*KC*<sup>iv</sup>). Desde entonces, se han publicado varios trabajos sobre el tema o sobre temas indirectamente relacionados con los grados de equivalencia. Se reseñan estas publicaciones y se hace hincapié en la importancia de cómo se selecciona el Valor de Referencia de la Comparación (*KCRV*<sup>v</sup>). Se describen brevemente los métodos más comúnmente aplicados, comentando sus ventajas y desventajas para finalmente, presentar un método original para calcular el *KCRV*. Tras mencionar algunas propiedades matemáticas de este valor, se introduce la ponderación por los Inversos de *Aislamiento*<sup>1</sup>. Se muestra un ejemplo con datos reales de una comparación en la que se aplica el método y se compara con el método de la media aritmética. Las diferencias son discutidas y comentadas. Posteriormente, se agregan valores de participantes hipotéticos adicionales a los del ejemplo anterior con valores deliberadamente *aislados* y los efectos ocasionados al *KCRV* son analizados. Como conclusión, el autor recomienda la adopción de este método para el cálculo del *KCRV* dadas la ventajas que menciona.

<sup>i</sup> Adoptado para la palabra inglesa *outlying*.

<sup>ii</sup> Del inglés, *Mutual Recognition Arrangement*.

<sup>iii</sup> Del inglés, *National Metrology Institute*

<sup>iv</sup> Del inglés, *Key Comparison*.

<sup>v</sup> Del inglés, *Key Comparison Reference Value*.

## 1. INTRODUCCION

Desde que se firmó el Arreglo de Reconocimiento Mutuo (*MRA*<sup>1</sup>) [1] en 1999 se han organizado una gran cantidad de Comparaciones Clave (*KC*<sup>2</sup>) con el fin de acreditar la competencia técnica de los *NMIs* participantes en sus Capacidades de Calibración y Medición (*CMCs*<sup>3</sup>). El procesamiento de los resultados de éstas es un asunto crítico ya que existen diversas alternativas y, dependiendo del método seleccionado para cada comparación específica, los resultados obtenidos por un laboratorio en particular pueden ser considerados como “buenos” o “malos”, problema que ha despertado gran preocupación en el mundo de los *NMIs*.

Debido a la relevancia del problema, varios autores han publicado abundantemente sobre el tema [4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15]. Algunos han fijado su atención en el procesamiento de la información por estadística clásica [7, 8], el

método de la *Mediana Esperada* [8] el método de Mínimos Cuadrados [13] o el *Modelo de Efectos Sistemáticos de Laboratorio*. Otros autores han publicado sobre la evaluación del grado de equivalencia [6, 8, 9], sobre la evaluación de la incertidumbre de los grados de equivalencia [9], sobre criterios de rechazo de *resultados aislados*<sup>4</sup> [6, 12], sobre pruebas de consistencia y correlación [4, 12], así como sobre la puesta a prueba de los diversos métodos propuestos [14]. En el Taller sobre *KC* llevado a cabo en septiembre de 2005 en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (*BIPM*<sup>5</sup>) el tema central fue el procesamiento de los resultados de las comparaciones. Se presentaron algunas de las ideas ya publicadas [17, 18] así como otras, incluyendo la de este autor [16], que no habían sido publicadas. De cualquier forma, el método seleccionado para el procesamiento puede tener consecuencias críticas para cada participante. De igual forma, la inclusión o exclusión del resultado de un laboratorio en el procesamiento tendrá consecuencias relevantes. En opinión del autor,

<sup>1</sup> Del inglés, *Mutual Recognition Arrangement*.

<sup>2</sup> Del inglés, *Key Comparison*.

<sup>3</sup> Del inglés, *Calibration and Measurement Capabilities*.

<sup>4</sup> Adoptado para la palabra inglesa *outlier*.

<sup>5</sup> Del francés, *Bureau International des Poids et Mesures*.

carece de sentido hablar del valor verdadero o correcto, sino más bien hay que buscar el procesamiento más razonable en función del desempeño de los participantes en el ejercicio de comparación. A continuación se reseñan los métodos utilizados y después se presenta la nueva propuesta para establecer el Valor de Referencia de la Comparación Clave (*KCRV*).

## 2. EL VALOR DE REFERENCIA DE LA COMPARACIÓN CLAVE (*KCRV*)

El suplemento técnico del *MRA* [1] requiere del establecimiento de los grados de equivalencia entre los valores obtenidos por cada participante en una *KC* y el correspondiente *KCRV*<sup>6</sup>. El grado de equivalencia se establece en términos de la desviación del resultado individual del laboratorio correspondiente respecto del *KCRV* y de la incertidumbre de dicha desviación. Sin embargo, el *MRA* no establece cómo determinar el *KCRV* y el asunto ha quedado en manos de los Comités Consultivos (*CCs*) de cada magnitud lo decidan.

En comparaciones que no son del más alto nivel como es el caso de las *KC*, siempre existe una técnica metrológicamente superior a la que recurrir para determinar el valor de referencia en forma independiente de los resultados de los participantes de la comparación. Es el caso de las comparaciones de bloques patrón (*bp*) medidos por comparación mecánica, por ejemplo, donde los valores de referencia pueden establecerse como las longitudes de los *bps* medidos por interferometría, dado que esta técnica es más exacta que la primera. Sin embargo, la mayor parte de los *CMCs* que ofrecen los *NMIs* están al más alto nivel y, en consecuencia, no cuentan con una técnica superior que sirva para establecer un valor de referencia independiente. La única alternativa para fijar el *KCRV* es por medios estadísticos a partir de los resultados obtenidos en la propia comparación y de las incertidumbres enunciadas por los participantes. En la siguiente sección se describen brevemente los métodos de este tipo utilizados.

## 3. MÉTODOS DE CÁLCULO DEL *KCRV*

- **La Media Aritmética,  $\bar{x}$ .**- Es el método natural para establecer el *KCRV* y está dado por:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

Donde  $x_i$  es el resultado reportado por el laboratorio  $i$  y  $n$  es el número de participantes en la comparación.

Este método da igual importancia a todos los participantes. Si se cree que hay *valores aislados*<sup>7</sup>, estos pueden desecharse para el cálculo de la media.

- **Ponderación por el Inverso de la Varianza,  $\bar{x}_{IVW}$ .**<sup>8</sup>- Este método utiliza las incertidumbres estimadas por cada laboratorio para ponderar los resultados correspondientes, dándole mayor peso a aquellos laboratorios que reportan menores incertidumbres y viceversa.

$$\bar{x}_{IVW} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i / u_i^2}{\sum_{i=1}^n 1 / u_i^2} \quad (2)$$

Donde  $u_i$  es la incertidumbre del laboratorio  $i$ .

Se han presentado otros métodos como la **Mediana Esperada** [8] y la **Media Ponderada del Subconjunto más Grande de Resultados Consistentes** [17] ambos propuestos por Cox; la **Prueba de Consistencia entre Pares de Laboratorios** [18] de A. Steele; y el **Nuevo Método para Determinar el *KCRV*** [15] de Brown. Sin embargo, todos ellos presentan algún problema: el valor no representa lo que se desea, no estiman un *KCRV*; requieren de una simulación numérica engorrosa; se aplican únicamente a comparaciones de varios artefactos y hacen hipótesis muy restrictivas; o son iterativos y la existencia y unicidad no está demostrada. Adicionalmente, en opinión del autor, algunos otros se basan en información subjetiva lo que se discute en la siguiente sección.

<sup>6</sup> El suplemento técnico del *MRA* sí prevé que, en casos excepcionales, este valor no sea fijado. Sin embargo, no dice cuales podrían ser dichos casos excepcionales.

<sup>7</sup> El autor no ha encontrado una definición objetiva de *valor aislado*. Sin embargo, se percibe empíricamente como un valor que está fuera de la "nube" del resto de los valores.

<sup>8</sup>  $\bar{x}_{IVW}$ , en inglés, *Inverse-Variance Weighted-Mean*.

#### 4. SENSIBILIDAD A RESULTADOS AISLADOS Y OTRAS DESVENTAJAS

La **media aritmética** parece el método lógico para establecer el *KCRV*. Si todos los valores de entrada son consistentes, será el mejor estimador del mismo, en opinión del autor. Sin embargo, es muy sensible a la presencia de *resultados aislados*. Si existe uno, el *KCRV* será “jalado” apreciablemente hacia ese valor. Esta es una desventaja importante que impide la aplicación generalizada de este método. Si se retira al *resultado aislado* de los cálculos de la media entonces aparentemente se llega a un valor razonable del *KCRV*. Sin embargo, si el correspondiente laboratorio no reconoce haber cometido ningún error y no se identifica la causa de la desviación, entonces no hay ninguna justificación para retirarlo de los cálculos. En cualquiera de las dos alternativas, la duda prevalece: si se retira por haber eliminado un valor que podría haber sido “bueno” (o suficientemente “bueno” como para no retirarlo) y en el segundo caso por no haber retirado un valor que podría ser “malo”.

La **media ponderada de b)** es un método muy bueno cuando, por ejemplo, los diversos participantes emplean técnicas que tienen incertidumbres sabidamente diferentes. Será un mejor estimador del *KCRV* que la *media aritmética* siempre y cuando los laboratorios que obtengan los mejores resultados sean efectivamente los laboratorios que declaren las incertidumbres más pequeñas. Aunque esta premisa parece razonable desgraciadamente no siempre se cumple. Y, aún cuando esta hipótesis se cumpla grosso modo, es muy difícil que haya una correspondencia exacta entre el desempeño de los laboratorios y las incertidumbres que enuncian. Esto es una desventaja que en opinión del autor, lo hace poco recomendable en muchos casos.

Por último, este método es tan sensible a los *resultados aislados* como la *media aritmética*; la única diferencia es que le da un peso a los laboratorios en función de las incertidumbres que declaran la cual es independiente del resultado obtenido. Si por ejemplo, un laboratorio envía un resultado estadísticamente “malo” pero declara una incertidumbre inconsistentemente pequeña, esta media se vera más drásticamente afectada que la *media aritmética*, dado que su contribución será “amplificada” por la ponderación relativamente grande obtenida para ese laboratorio. En opinión del autor, este es un segundo punto importante en contra de su aplicación generalizada.

#### 5. SUBJETIVIDAD DE LAS INCERTIDUMBRES DECLARADAS

Cuando se aplica el método de la *media ponderada por el inverso de las varianzas*, las incertidumbres son tomadas como si se tratara de las incertidumbres “reales”, no de una estimación. Sin embargo, recordemos que no son más que declaraciones sin ninguna evidencia experimental de los participantes<sup>9</sup>. Como bien se menciona en [11]: “En la práctica, las incertidumbres estándar enviadas por los laboratorios de los *NMIs* son estimados estadísticos de las desviaciones estándar verdaderas. Por lo tanto, las incertidumbres son inciertas.”

Habiendo admitido que las incertidumbres declaradas son subjetivas, no recomendamos utilizarlas para calcular el *KCRV* y, por lo tanto, se prefiere utilizar la *media aritmética* en vez de la *media ponderada por el inverso de la varianza*. Si no hay *resultados aislados*, éste estadístico debe ser el mejor estimador del *KCRV*. Sin embargo, el hecho de que pueda haber *resultados aislados* impide su aplicación en forma generalizada. En la siguiente sección proponemos una nueva forma de ponderar la media para definir el *KCRV* que no hace uso de las incertidumbres declaradas y que tiende hacia la *media aritmética* si los valores de entrada son estadísticamente “buenos”. Más aún, el método propuesto no requiriere decidir si el resultado de un participante es un *resultado aislado* o no y, en consecuencia, incluirlo o eliminarlo de los cálculos del *KCRV*. Por lo tanto, el método es universal y se puede aplicar tanto a datos que sean estadísticamente “buenos” como “malos”. Si un resultado particular pudiera considerarse como un *resultado aislado*, la media sugerida mostrará poca sensibilidad hacia el mismo.

#### 6. PROPUESTA DE PONDERACION DE LA MEDIA POR INVERSOS DE AISLAMIENTO

- a) **La Media Exclusiva**,  $\bar{x}_i$ .- Steele et al. [4] acuñaron el término de *estadística exclusiva* para designar a los cálculos estadísticos que comparan a cada laboratorio (*i*) con el resto de los laboratorios participantes en un ejercicio de comparación. En este sentido, la

<sup>9</sup> Aquellos familiarizados con estimación de incertidumbres, que han efectuado varias veces un mismo balance bajo distintos estados de ánimo se habrán percatado que, aunque se aplique rigurosamente [3], las incertidumbres resultantes pueden ser bastante diferentes.

media aritmética exclusiva<sup>10</sup> del laboratorio  $i$  está dada por:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1, j \neq i}^n x_j \quad (3)$$

**b) Definición de una Medida del Aislamiento,  $d_i$ .** Definimos el valor de aislamiento del laboratorio  $i$  como la distancia entre su valor y su media exclusiva, es decir:

$$d_i = x_i - \bar{x}_i \quad (4)$$

**c) Definición de la Ponderación por Inverso de Aislamiento,  $\bar{x}_{IOW}$ .** Ahora definimos el coeficiente de ponderación  $w_i$  de  $x_i$  en función del aislamiento:

$$w_i = 1/d_i^2 / \sum_{j=1}^n 1/d_j^2 \quad (5)$$

Nótese que  $w_i$  es un valor normalizado que también da un significado objetivo al concepto, hasta ahora subjetivo, de *valor aislado*<sup>11</sup>. Finalmente calculamos la media ponderada,  $\bar{x}_{IOW}$ <sup>12</sup>, por medio de este coeficiente de ponderación:

$$\bar{x}_{IOW} = \sum_{i=1}^n w_i x_i \quad (6)$$

**7. ALGUNAS PROPIEDADES DE  $\bar{x}_{IOW}$**

Cuando algún valor de aislamiento,  $d_i$  tiende a cero, el peso atribuido a este valor, que está muy cercano al de su media exclusiva  $x_i$ ,  $w_i$  tiende a 1 mientras que los coeficientes del resto de los valores  $w_{j, j \neq i}$  tienden a cero. El efecto de esto es que los tres valores  $\bar{x}_{IOW}$ ,  $x_i$  y  $\bar{x}$  tienden a un mismo valor. Por otro lado, los coeficientes de peso son inversamente proporcionales al cuadrado de las distancias  $d_i$  y en consecuencia tienden rápidamente a cero, es decir, el método da mucho más peso a los valores “buenos” y muy poco a los “malos” y la disminución al pasar del a uno al otro no es lineal.

<sup>10</sup> Este concepto también fue introducido por Jerónimo Altschuler (INTI, Argentina) durante la segunda reunión del Grupo de Trabajo en Longitud del SIM (SIM-LWG) en Concepción, Chile en abril de 2000.

<sup>11</sup> Si  $w_i \rightarrow 0$  el valor está completamente aislado, mientras que si  $w_i = 1$  el resultado está perfectamente integrado dentro de la “nube” de los demás valores.

<sup>12</sup>  $\bar{x}_{IOW}$ , en inglés, *Inverse-Outlying Weighted-Mean*.

De lo anterior deducimos que no es necesario excluir ningún valor de los cálculos de  $\bar{x}_{IOW}$  por aislado que se encuentre dado que su peso será de cualquier forma pequeño y tendrá poca influencia. Por otro lado, si todos los valores están distribuidos homogéneamente,  $\bar{x}_{IOW}$  será sensiblemente el mismo valor que la media aritmética  $\bar{x}$  dado que el método les atribuirá más o menos el mismo peso a todos. En casos en los que no se vea claramente si un valor es un resultado aislado o no, el método se encargará en forma automática de esto al darle el peso que le corresponda sin necesidad de eliminarlo.

**8. APLICACIÓN A RESULTADOS DE UNA COMPARACIÓN REAL**

Hemos seleccionado 4 de 12 bps de la comparación SIM 4.2 que representan distintos casos con respecto a las diferencias entre  $\bar{x}$  y  $\bar{x}_{IOW}$ . Participaron 6 laboratorios. La tabla 1 muestra  $\bar{x}$  y  $\bar{x}_{IOW}$  para los 4 casos junto con la diferencia entre ambos valores.

No se muestra el análisis exhaustivo para los 12 bps pero cabe mencionar que en todos ellos la diferencia entre  $\bar{x}_{IOW}$  y  $\bar{x}$  nunca fue grande dado que los datos están bien distribuidos lo que nos permite calificarlos como estadísticamente “buenos”. Como ya mencionamos, en estos casos el mejor estimador del KCRV es la media aritmética la cual coincide sensiblemente con el valor propuesto.

| Bloque Patrón     | $\bar{x}$<br>(nm) | $\bar{x}_{IOW}$<br>(nm) | Dif.<br>(nm) |
|-------------------|-------------------|-------------------------|--------------|
| C. Tungst., 50 mm | -28,33            | -27,90                  | 0,48         |
| Acero, 5 mm       | -51,50            | -51,68                  | -0,18        |
| Acero, 8 mm       | 49,33             | 45,35                   | -3,98        |
| C.Tungst., 5 mm   | 18,17             | 18,73                   | 0,56         |

**Tabla 1.-** Valores de  $\bar{x}$  y de  $\bar{x}_{IOW}$  de los resultados de una selección de 4 artefactos de la comparación SIM 4.2 de bps medidos por interferometría. Participaron 6 NMIs.

La tabla 2 muestra los coeficientes de ponderación,  $w_i$ ,  $i=1, \dots, 6$ , para cada uno de los resultados. Teniendo en cuenta que la media no ponderada da a cada uno de los valores un coeficiente de  $1/6$  ( $\cong 0,17$ ), podemos observar a qué resultados les da más o menos peso.

De la tabla 2 se puede ver que mientras en los casos del bloque de CT de 50 mm, y el de acero de 8 mm todos los participantes contribuyen más

o menos en la determinación de  $\bar{x}_{IOW}$ ; el cálculo está completamente dominado por los tres “mejores” valores en el bp de acero de 5 mm (laboratorios 1, 2 y 6) y prácticamente por dos (laboratorios 1 y 6) en el bp de CT de 5 mm.

| Laboratorio | Coeficiente de Ponderación, $w_i$ |         |         |          |
|-------------|-----------------------------------|---------|---------|----------|
|             | CT, 50 mm                         | A, 5 mm | A, 8 mm | CT, 5 mm |
| 1           | 0.37                              | 0.33    | 0.02    | 0.46     |
| 2           | 0.02                              | 0.33    | 0.55    | 0.00     |
| 3           | 0.22                              | 0.00    | 0.01    | 0.07     |
| 4           | 0.03                              | 0.00    | 0.19    | 0.00     |
| 5           | 0.07                              | 0.00    | 0.12    | 0.00     |
| 6           | 0.30                              | 0.33    | 0.11    | 0.46     |

Tabla 2.- Coeficientes  $w_i$  de los 4 bloques patrón del ejemplo presentando para cada uno de los 6 participantes.

La figura 1 muestra gráficamente los valores obtenidos para el bloque de acero de 8 mm de la tabla 1. Este es el caso que mayor diferencia presentó entre ambas medias de entre los 12 bps de esta comparación, siendo ésta de -3,98 nm. En primera instancia podemos ver que el valor más cercano a su *media exclusiva* es el número 2 por lo que el cálculo le da mayor peso. Todos los demás valores contribuyen en mayor o menor medida, excepción hecha del valor número 3 el cual podría ser considerado un *valor aislado*. De la tabla 2 se puede ver que en consecuencia el método le atribuye un coeficiente casi nulo. Por último véase cómo, mientras la *media aritmética* es “jalada” hacia ese valor, el valor propuesto de *KCRV* no lo es. En la siguiente sección se ilustra esto aún con mayor claridad.

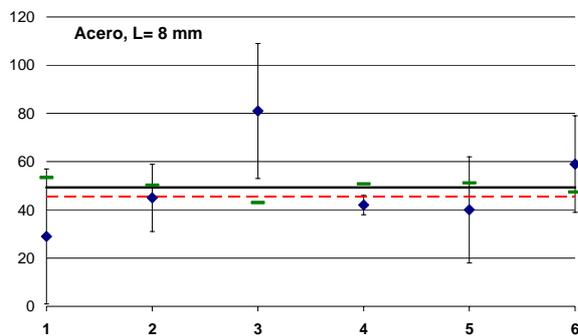
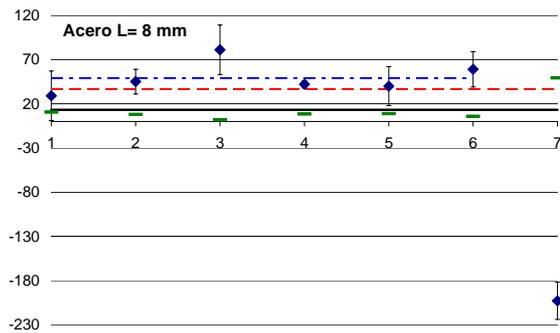


Figura 1.- Resultados de la comparación SIM 4.2 para el bp de acero de 8 mm. Desviaciones en nm. Los rombos representan los resultados de cada laboratorio  $x_i$  junto con la correspondiente barra de incertidumbre  $U_i$  (a  $k = 2$ ). Las pequeñas rayas gruesas representan las *medias exclusivas*  $\bar{x}_i$  que les corresponden. La línea continua representa  $\bar{x}$  y la línea punteada  $\bar{x}_{IOW}$ .

### 9. ADICIÓN DELIBERADA DE UN VALOR AISLADO

La figura 2 presenta el mismo caso del bloque de acero de 8 mm pero ahora se le añadió el *resultado* deliberadamente *aislado* ( $x_7 = -203$  nm) de un hipotético laboratorio número 7.

Se muestran tres medias sobre la gráfica: la *media aritmética*,  $\bar{x}_{(n=7)}$  de todos los datos,  $\bar{x}_{IOW(n=7)}$  también de todos los datos y la *media aritmética*,  $\bar{x}_{(n=6)}$  de solamente los valores experimentales originales. Cada valor representa 1/7 (14 %) de toda la información de entrada. Se observa que la *media aritmética* ( $\bar{x}_{(n=7)} = 13,3$  nm) es “jalada” fuertemente hacia el *valor aislado* número 7 con respecto a la *media aritmética* de los de los valores originales ( $\bar{x}_{(n=6)} = 49,3$  nm), toda vez que la *media ponderada por inversos de aislamiento* lo es tan solo ligeramente ( $\bar{x}_{IOW(n=7)} = 37,1$  nm).



Figuras 2.- Adición del laboratorio hipotético 7 con un *resultado* deliberadamente *aislado* a los 6 datos originales del bp de acero de 8 mm de la figura 1. Los rombos muestran los resultados de los laboratorios  $x_i$  con sus barras de incertidumbre  $U_i$  ( $k = 2$ ); La pequeña raya gruesa representa la correspondiente *media exclusiva*  $\bar{x}_i$ ; La línea continua representa la *media aritmética* de todos los valores  $\bar{x}_{(n=7)}$ ; la línea punteada la *media ponderada por inversos de aislamiento*  $\bar{x}_{IOW(n=7)}$ ; y la línea con punto y guión truncada en el sexto valor representa la *media aritmética* de los 6 primeros valores  $\bar{x}_{(n=6)}$ .

### 10. CONCLUSIONES

El autor estima que la propuesta presentada para el cálculo del *KCRV* arroja un valor “razonable” de este y resuelve los problemas de los otros métodos que mencionamos. Nos gustaría recomendarlo por las siguientes razones:

- Coincide con la *media aritmética* que es el KCRV "natural", cuando los valores de la comparación son estadísticamente "buenos";
- Aprovecha toda la información experimental sin desechar ningún valor para calcular el KCRV;
- No requiere discutir con los participantes ni necesita tomar decisiones difíciles en cuanto a incluir o excluir a ciertos participantes en los cálculos;
- Pondera los resultados de los participantes por medio de una evidencia experimental – la *distancia de aislamiento* - en lugar de utilizar información estimada no verificable – las incertidumbres declaradas;
- Nos parece una forma "justa" de premiar a los laboratorios que tuvieron un buen desempeño en el ejercicio a ojos del resto de los participantes; y
- Los coeficientes de peso son fijados una vez terminado el ejercicio, en contraste con la *ponderación por el inverso de la variación* donde los coeficientes de ponderación son fijados a priori y por los propios interesados.

## 11. TRABAJO FUTURO

EL autor está trabajando actualmente en la estimación de la incertidumbre de la *media ponderada por inversos de aislamiento*, por un lado, y en la modulación de los coeficientes de ponderación. Esto deberá completar el método en todos sus aspectos.

## RECONOCIMIENTOS

La inspiración de este trabajo ha surgido del concepto de medias exclusivas que presentó J. Altschuler del INTI de Argentina en una ocasión y de conversaciones sobre KCs con J. Decker del NRC de Canadá y con Jorge Torres del CENAM.

## REFERENCIAS

- [1] *Mutual recognition of national measurement standards and of calibration and measurement certificates issued by national metrology institutes*, International Committee for Weights and Measures, 1999.
- [2] Taylor J. R., *An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurement*, 1<sup>st</sup> ed., Sausalito, University Science Books, 1982, 269 p.
- [3] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, Geneva, International

- Organization for Standardization, 1995, 110p.
- [4] Steele A. G., Wood M. and Douglas R. J., *Exclusive statistics: simple treatment of unavoidable correlations from key comparison reference values*, *Metrologia*, 2001, **38**, 483-488.
  - [5] Decker J. E., Altschuler J., Beladie H., Malinovsky I., Prieto E., Stoup J., Titov A., Viliesid M., Pekelsky J., *Stage One: Calibration of Gauge blocks by Optical Interferometry*, report on SIM 4.2 regional comparison, March, 2005.
  - [6] Milton M. J. T. and Cox M. G., *Evaluating degrees of equivalence using 'exclusive' statistics*, *Metrologia*, **40** (2003), L1-L2.
  - [7] Cox M. G., *The evaluation of key comparison data: an introduction*, *Metrologia*, 2002, **39**, 587-588.
  - [8] Cox M. G., *The evaluation of key comparison data*, *Metrologia*, 2002, **39**, 589-595.
  - [9] Ratel, Guy, *Evaluation of the uncertainty of the degree of equivalence*, *Metrologia*, **42** (2005), 140-144.
  - [10] Steele A. G., Wood M. and Douglas R. J., *Outlier rejection for weighted-mean KCRV*, *Metrologia*, **42** (2005), 32-38.
  - [11] Kacker R. N., Datla R. U., Parr A. C., *Statistical analysis of CIPM key comparison based on the ISO Guide*, *Metrologia*, **41** (2004), 340-352.
  - [12] Iyer H. K., Wang C. M., Vecchia D. F., *Consistency test for key comparison data*, *Metrologia*, **41** (2004), 223-230.
  - [13] Nielsen L., *Evaluation of measurement Intercomparisons by the method of least squares*, Technical Report DFM-99-R39, Danish Institute of Fundamental Metrology, 2000. (Presented at Statistical Analysis of Interlaboratory Comparisons, NPL, 11-12, November 1999).
  - [14] Stone J., *Methods for evaluating the reference value in laboratory intercomparisons of dimensional measurements*. To appear in Proc. of SPIE 5879, *Recent Developments in Traceable Dimensional Measurements*. Presented in San Diego, CA, USA, July 31-August 4, 2005. Copy purveyed by the author.
  - [15] Brown N., *A new approach to determining the key comparison reference value*. To appear in Proc. of SPIE 5879, *Recent Developments in Traceable Dimensional Measurements*. Presented in San Diego, CA, USA, July 31-August 4, 2005. Copy purveyed by the author.
  - [16] Viliesid M., *Power Point Presentation*, <http://www.bipm.org/wg/CCL/WGDM/Restricted/welcome.jsp>.
  - [17] Cox M., *Power Point Presentation*, <http://www.bipm.org/wg/CCL/WGDM/Restricted/welcome.jsp>.
  - [18] Steele, A., *Power Point Presentation*, <http://www.bipm.org/wg/CCL/WGDM/Restricted/welcome.jsp>.