

# DESARROLLO DE UN PROGRAMA DE CÁLCULO PARA PROPIEDADES FÍSICAS DEL AIRE RELACIONADAS CON LA HUMEDAD

<sup>1</sup>Enrique Martines López, <sup>2</sup>Israel E. Alvarado Ramírez  
<sup>1</sup>Centro Nacional de Metrología, División de Termometría  
km 4,5 Carretera a los Cués, El Marqués, Qro., México.  
2110500 ext. 3420, [emartine@cenam.mx](mailto:emartine@cenam.mx)  
<sup>2</sup> Instituto Tecnológico Regional de Querétaro  
[iear123@yahoo.com.mx](mailto:iear123@yahoo.com.mx)

**Resumen:** La humedad en gases se puede expresar en términos de distintas propiedades del aire, las cuales se encuentran relacionadas.

En numerosas aplicaciones es necesario expresar el valor de una propiedad en términos de otra, por ejemplo la humedad relativa en términos de temperatura de punto de rocío, o la temperatura de bulbo húmedo en términos de humedad específica, etc.; para realizar la conversión, en algunos casos, es necesario aplicar métodos numéricos.

En el laboratorio de humedad del CENAM se desarrolló un programa que permite calcular el valor de catorce propiedades del aire relacionadas con la humedad, para apoyar a los diferentes usuarios en el cálculo de éstas propiedades.

En el presente trabajo se describe la metodología usada en el programa, su validación y los resultados obtenidos en la comparación contra un programa comercial.

## 1. INTRODUCCIÓN

La humedad expresa el contenido de vapor de agua que contiene un gas o una mezcla de gases. Existen varias propiedades físicas que permiten expresar el contenido de vapor de agua de una muestra, las cuales se encuentran relacionadas entre sí.

Entre las propiedades con mayor aplicación, se encuentran: la humedad relativa, la temperatura de bulbo húmedo, la temperatura de punto de rocío, la razón de masas por peso, la fracción molar de vapor de agua, entre otras.

En numerosas aplicaciones se requiere expresar la humedad en términos de otra propiedad, lo cual resulta complicado debido a que, en la mayoría de los casos, no existe una relación matemática directa para realizar el cálculo.

Existen programas comerciales para realizar algunas de las conversiones, pero en la mayoría de los casos se desconoce la metodología y las ecuaciones usadas para realizar la conversión, lo cual puede generar diferencias en los resultados.

Para tener una herramienta para calcular los valores de humedad con distintas propiedades del aire en términos de un valor conocido, en el laboratorio de humedad del CENAM se desarrolló un programa

para realizar la conversión de catorce propiedades relacionadas con la humedad.

El programa fue realizado con plataforma de programación LabView versión 7.0.

En este trabajo se describe la metodología usada para el desarrollo del programa y la validación del mismo.

## 2. DESARROLLO

### 2.1 Propiedades físicas relacionadas con la humedad

La humedad del ambiente o de una muestra de gas se puede expresar con al menos catorce propiedades físicas.

En la tabla 1 se presentan las propiedades usadas en el desarrollo de este programa de cálculo.

En este trabajo se usa  $t$  para representar la temperatura en grados celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) y  $T$  la temperatura en kelvin (K).

Tabla 1. Lista de propiedades físicas de los gases relacionadas con la humedad.

Magnitud	Símbolo
Humedad relativa	%HR
Temperatura de punto de rocío	$t_d$
Temperatura de punto de escarcha	$t_f$
Temperatura de bulbo húmedo	$t_w$
Razón de masas por peso	$r_w$
Razón de masas por volumen	$r_v$
Humedad específica	-
Humedad absoluta	-
Fracción molar de gas seco	$X_a$
Fracción molar de gas húmedo	$X_v$
Presión de saturación de vapor de agua	$e(T)$
Partes por millón por peso	$PPM_w$
Partes por millón por volumen	$PPM_v$
Entalpía	-

2.2 Ecuaciones

Las propiedades de la tabla 1 se pueden expresar, de acuerdo a sus definiciones, en términos de temperatura ( $T$ ), presión de la muestra ( $P$ ) y presión de vapor de agua  $e(T)$  [1].

Dado que el comportamiento del vapor de agua presenta desviaciones respecto de los gases ideales, el valor de  $e(T)$  debe ser corregido con un factor de corrección  $f(P,t)$  [2], lo cual mejora la determinación del valor de interés.

Para calcular  $e(T)$  y  $f(P,t)$ , existen varias aproximaciones, que dependen de la exactitud requerida.

2.2.1 Presión de saturación de vapor de agua,  $e(T)$

La aproximación mas usada para calcular  $e(T)$  para agua en equilibrio en su fase sólida o líquida, fue propuesta por Wexler [3, 4]; Hardy [5] actualizó el valor de las constantes de la ecuación (1) de acuerdo a la escala de temperatura de 1990.

$$e(T) = \exp\left(\sum_{i=0}^6 a_i T^{i-2}\right) + a_7 \ln T. \tag{1}$$

Los valores de las constantes  $a_i$  están en la tabla 2.

La incertidumbre relativa  $u_r(e)$  de la aproximación de Wexler-Hardy es menor que 0,005% del valor de  $e(T)$  para agua en su fase líquida ( $0^\circ\text{C} \leq t \leq 100^\circ\text{C}$ ), y  $u_r(e) \leq (0,01-0,005t)\%$  del valor de  $e(T)$  en la fase sólida ( $-100^\circ\text{C} \leq t \leq 0,01^\circ\text{C}$ )[3, 4].

Tabla 2. Valores de las constantes para calcular la presión de vapor de agua para la fase sólida y líquida [5].

$a_i$	Agua (fase líquida)	Agua (fase sólida)
$a_0$	$-2,8365744 \cdot 10^3$	0
$a_1$	$-6,028076559 \cdot 10^3$	$-5,8666426 \cdot 10^3$
$a_2$	$1,954263612 \cdot 10^1$	$2,232870244 \cdot 10^1$
$a_3$	$-2,737830188 \cdot 10^{-2}$	$1,39387003 \cdot 10^{-2}$
$a_4$	$1,6261698 \cdot 10^{-5}$	$-3,4262402 \cdot 10^{-5}$
$a_5$	$7,0229056 \cdot 10^{-10}$	$2,7040955 \cdot 10^{-8}$
$a_6$	$-1,8680009 \cdot 10^{-13}$	0
$a_7$	2,7150305	$6,7063522 \cdot 10^{-1}$

2.2.2. Factor de corrección

Una aproximación para calcular  $f(P,t)$  fue dada por Greenspan [2] y se expresa como:

$$f(P,t) = \exp\left[\alpha\left(1 - \frac{e}{P}\right) + \beta\left(\frac{P}{e} - 1\right)\right], \tag{2}$$

donde  $e=e(T)$  es la presión de vapor de agua;  $P$  es la presión de la muestra de aire. En la ecuación (2)  $P$  y  $e$  tienen las mismas unidades, además

$$\alpha = \sum_{i=0}^3 A_i t^i, \tag{3}$$

y

$$\beta = \sum_{i=0}^3 B_i t^i. \tag{4}$$

Los valores de las constantes  $A_i$ , y  $B_i$  están en las tablas 3, 4 y 5.

Tabla 3. Valores de las constantes para estimar  $f(P,t)$  en la fase líquida en el intervalo de  $-50^\circ\text{C}$  a  $0^\circ\text{C}$  [5].

$i$	$A_i$	$B_i$
0	$3,62183 \times 10^{-4}$	-10,7604
1	$2,6061244 \times 10^{-5}$	$6,3987441 \times 10^{-2}$
2	$3,8667770 \times 10^{-7}$	$-2,6351566 \times 10^{-4}$
3	$3,8268958 \times 10^{-9}$	$1,6725084 \times 10^{-6}$

Tabla 4. Valores de las constantes para estimar  $f(P,t)$  en la fase líquida en el intervalo de  $0^\circ\text{C}$  a  $100^\circ\text{C}$  [5].

$i$	$A_i$	$B_i$
0	$3,53624 \times 10^{-4}$	-10,7588
1	$2,9328363 \times 10^{-5}$	$6,3268134 \times 10^{-2}$
2	$2,6168979 \times 10^{-7}$	$-2,5368934 \times 10^{-4}$
3	$8,5813609 \times 10^{-9}$	$6,3405286 \times 10^{-7}$

Tabla 5. Valores de las constantes para estimar  $f(P,t)$  en la fase de hielo en el intervalo de  $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  [5].

$i$	$A_i$	$B_i$
0	$3,64449 \times 10^{-4}$	-10,7271
1	$2,9367585 \times 10^{-5}$	$7,6215115 \times 10^{-2}$
2	$4,8874766 \times 10^{-7}$	$-1,7490155 \times 10^{-4}$
3	$4,3669918 \times 10^{-9}$	$2,4668279 \times 10^{-6}$

### 2.3 Método

Para calcular el valor de cualquiera de las propiedades físicas relacionadas con la humedad se requiere contar con tres datos de entrada: la temperatura  $t$ , la presión de la muestra de gas  $P$  y el valor de una propiedad conocida  $\psi$ .

A partir de los datos de entrada se calculan los valores de otras propiedades (ver figura 1).

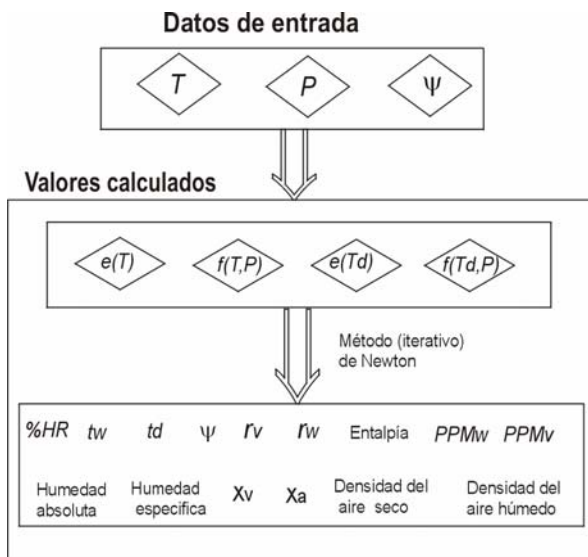


Figura 1. Diagrama para calcular las propiedades físicas relacionadas con la humedad.

Para los casos donde no es posible calcular de manera directa el valor de la propiedad de interés, es necesario usar un método iterativo. En este trabajo se usó el método de Newton con el cual se pueden tener aproximaciones de  $1 \times 10^{-10}$  [6].

### 2.4 Plataforma de programación.

El programa cálculo fue realizado usando como plataforma de programación LabView versión 7.0, el cual usa un lenguaje gráfico, fácil de programar.

Esta plataforma cuenta con las funciones matemáticas necesarias para realizar los cálculos.

### 3. RESULTADOS

Se obtuvo un programa con las siguientes características

- Permite calcular los valores de catorce propiedades del aire relacionadas con la humedad, así como de la presión de vapor de agua y el factor de corrección (por desviaciones de su comportamiento respecto de los gases ideales).
- Cuenta con opciones para ingresar valores de temperatura en unidades  $^{\circ}\text{C}$ , K,  $^{\circ}\text{F}$  o  $^{\circ}\text{R}$ .
- Cuenta con opciones para ingresar datos de presión para nueve diferentes unidades.
- Cuenta con una opción para guardar los datos de los valores calculados.
- Es fácil de operar.
- Es posible cambiar las ecuaciones de aproximación usadas.

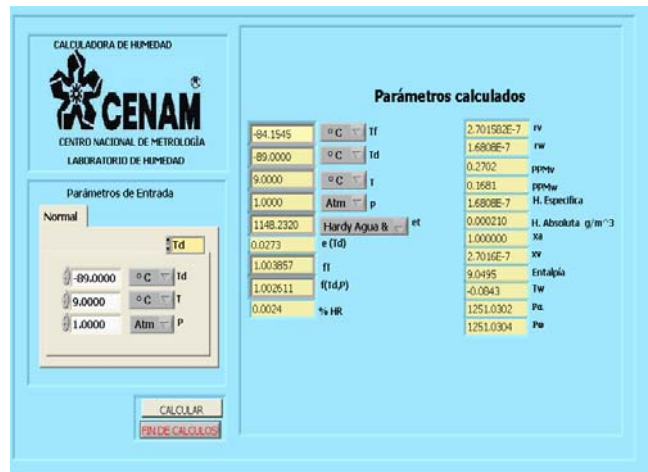


Figura 2. Pantalla de acceso a los resultados del programa para calcular valores de diferentes propiedades del aire.

En el lado izquierdo de la pantalla del programa (figura 2) el usuario primero selecciona el tipo de unidad que conoce: punto de rocío, humedad relativa, etc. El programa en forma automática

despliega las 14 opciones. El caso que presentamos corresponde a la temperatura de punto de rocío ( $t_d$ ). Posteriormente ingresa los valores de temperatura y presión y se escogen las unidades correspondientes.

#### 4. VALIDACIÓN Y COMPARACIÓN CONTRA UN PROGRAMA COMERCIAL

##### 4.1 Validación

La validación de los valores numéricos del programa desarrollado en CENAM se realizó con hojas de cálculo elaboradas en Excel para cada una de las catorce propiedades de entrada.

El programa se validó en el intervalo de temperatura de -50 °C a 100 °C, en presiones desde 50 kPa hasta 2 MPa y en humedad relativa (y valores equivalentes de propiedades relacionadas) desde 0 % a 100 %.

##### 4.2 Comparación contra un programa comercial

Se realizó una comparación de resultados contra un programa comercial desarrollado por Thunder Scientific [7].

La comparación se realizó para nueve valores distintos de cada una de las propiedades de entrada.

Se evaluó el error relativo ( $E_r$ ) de los valores calculados del programa desarrollado en CENAM respecto a los obtenidos con el programa comercial.

La ecuación del error relativo se expresa como:

$$E_r = \frac{(\psi_{CENAM} - \psi_{Thunder})}{\psi_{Thunder}} \quad (6)$$

Donde:  $\psi_{Thunder}$  es el valor calculado con el programa de Thunder Scientific y  $\psi_{CENAM}$ , es el valor calculado con el programa desarrollado en el CENAM.

El valor del error relativo entre ambos programas fue menor que  $1 \times 10^{-2}$ .

#### 5. CONCLUSIONES

En el laboratorio de humedad del CENAM se desarrolló un programa para calcular valores de

catorce propiedades físicas relacionadas con humedad en gases.

El programa es fácil de usar y tiene la capacidad para guardar datos de valores calculados, cuenta con opciones para ingresar valores de distintas unidades de temperatura y presión. Adicionalmente tiene la ventaja de poder actualizar las ecuaciones de aproximación de la presión de vapor de agua, de acuerdo a las nuevas propuestas que se presenten.

Se validaron los valores numéricos del programa con una hoja de cálculo comercial para cada una de las catorce propiedades del aire.

Finalmente, se realizó una comparación contra un programa comercial encontrándose errores relativos menores a  $1 \times 10^{-2}$ , con buenos resultados.

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen los valiosos comentarios del Dr. Edgar Méndez L. (División de Termometría del CENAM) para la elaboración de este artículo.

#### REFERENCIAS

- [1] Quinn, F., "The most common problem of moisture/humidity measurement and control". Proceedings of 2<sup>nd</sup> international symposium of humidity and moisture; Washington, ISA, 1985.
- [2] Greenspan, L., "Functional Equations for the Enhancement Factors for CO<sub>2</sub>-free Moist air". Journal of Research of NBS; 80A, 1975, pp.41-44.
- [3] Wexler, A. Greenspan, L., "Vapour pressure formulation for water in the range 0 to 100 degrees C". Journal of Research of NBS; 80A, 1976, pp.775-785.
- [4] Wexler, A., "Vapour pressure formulation for ice". Journal of Research of NBS; 81A, 1977 pp. 5-20.
- [5] R. Hardy, "ITS-90 formulations for vapour pressure, frost point temperature, dewpoint temperature and enhancement factors in the ranged -100 to +100 C". Third International Symposium of Humidity and Moisture; 1, 1998, pp.214-222.

- [6] J. Mathews, "Numerical methods for mathematics, science, and engineering". Prentice Hall; 1992, 2<sup>nd</sup> edition.
- [7] Thunder Scientific, HumiCalc, version 2.7.2., 2002, Thunder Scientific Corporation.