

ESCALAMIENTO DE 1,018 V A 10 V POR MEDIO DE UN DIVISOR RESISTIVO

D. Avilés, C. Sánchez, G. Durán y D. Hernández
 Centro Nacional de Metrología
 km 4,5 carretera a Los Cués, 76241 El Marqués, Qro.
 Tel. (442) 211 0500, fax (442) 211 0548 caviles@cenam.mx

Resumen: En el laboratorio de tensión en c.c. del CENAM, el volt se mantiene con un conjunto de pilas patrón en el nivel de 1,018 V debido a su gran estabilidad y a que presentan una deriva lineal que permite predecir su valor con gran exactitud en base a mediciones previas. Las pilas patrón son calibradas periódicamente con el patrón nacional basado en el efecto Josephson. Los laboratorios de calibración, sin embargo, tienen como referencias de tensión, referencias Zener con niveles de salida de 1,018 V ó 1 V y 10 V. Para calibrar las salidas de los Zeners a nivel de 10 V a partir de referencias de 1,018 V es importante contar con un método de escalamiento confiable. En este trabajo se presenta la técnica de escalamiento de 1,018 V a 10 V basada en un divisor resistivo, así como la estimación de la incertidumbre de calibración incluyendo los efectos de correlación derivados del método de escalamiento.

1. INTRODUCCION

En 1985, Bruce Field [1] (del National Institute of Standards and Technology, NIST) desarrolló un método de escalamiento de 1 V a 10 V empleando un divisor de tensión de 10 resistores de igual valor, mismo que se retoma en este trabajo.

En este artículo se aborda el diseño eléctrico y mecánico del divisor resistivo, la técnica de medición empleada y el análisis de incertidumbre, haciendo énfasis en las consideraciones metrológicas que se consideran pertinentes.

2. PRINCIPIO DEL MÉTODO DE ESCALAMIENTO

El escalamiento de 1,018 V a 10 V se hace por medio de un divisor resistivo formado por 10 resistores iguales.

El divisor resistivo se conecta a una referencia estable de 10 V con lo cual en cada paso del divisor se obtiene una tensión en corriente continua de aproximadamente 1 V. La tensión de cada paso del divisor es medida por el método de serie oposición usando una referencia de 1,018 V calibrada y un detector de nulos (DN) como se muestra en la fig. 1 a). Posteriormente el Zener de 10 V que se desea calibrar se mide por serie oposición contra todo el divisor como muestra la Fig. 1 b). La suma de la tensión de cada paso del divisor mas la diferencia medida por el detector de nulos da el valor de la referencia Zener a calibrar.

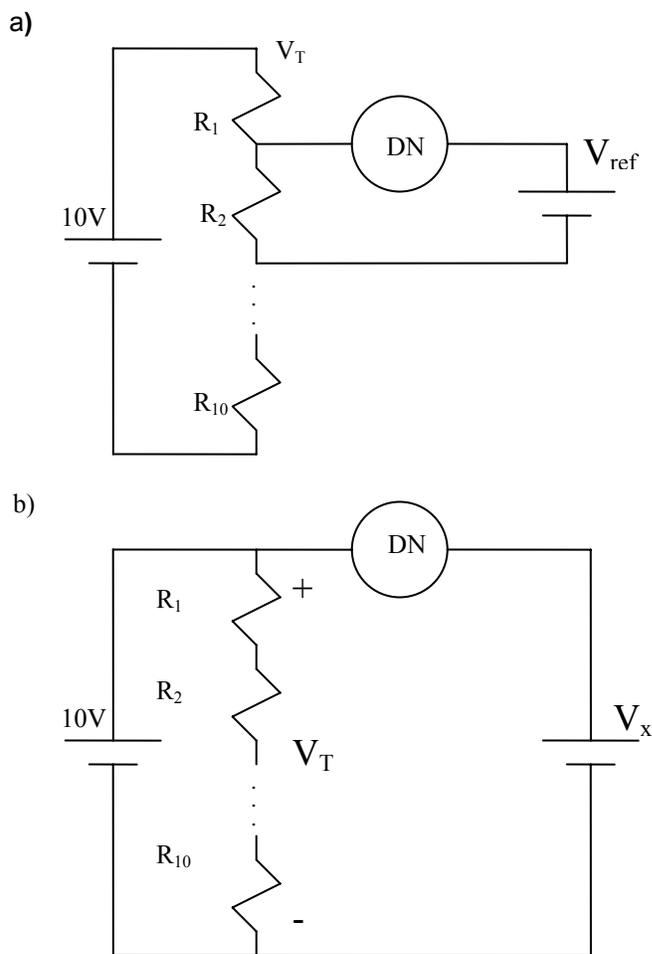


Fig. 1 Diagrama eléctrico del método de escalamiento. Medición de: a) un paso del divisor, b) todo el divisor.

3. DIVISOR RESISTIVO: DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y PROCEDIMIENTO DE MEDICIÓN.

3.1 Equipo de medición empleado

El sistema de medición está integrado por un voltmetro de 8 ½ dígitos como detector de nulos, un scanner de bajas fems térmicas, una fuente estable de tensión en el nivel de 10 V para alimentar el divisor, una referencia Zener de 10 V a calibrar y, una referencia zener calibrada en 1,018 V por medio de pilas patrón. Los equipos son controlados a través de su puerto GPIB por una PC.

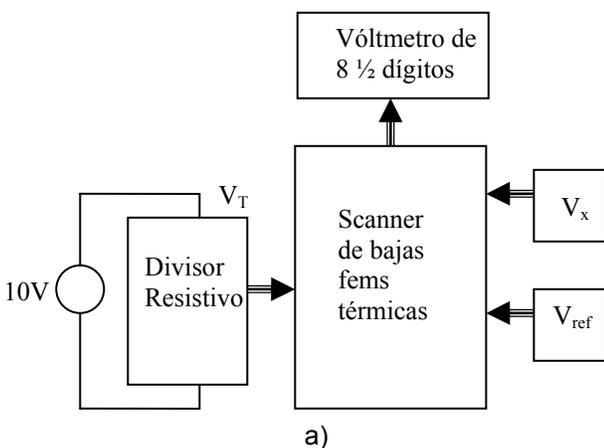


Fig. 2 Sistema de medición empleado para el escalamiento de 1,018 V a 10 V. a) Diagrama eléctrico y b) Equipo de medición.

3.2 Consideraciones de diseño y detalles de construcción

En este diseño se emplea un zener de 10 V como fuente estable para alimentar al divisor resistivo. Usando resistores de 1 kΩ se obtiene una corriente de salida del Zener de 1 mA lo que está por debajo de su límite de corriente máxima que es de 12 mA. El método de medición diferencial proporciona resultados óptimos cuando se comparan dos fuentes de tensión de igual valor nominal ya que de esta forma la corriente en el circuito de medición es cercana a cero y los requerimientos de exactitud del detector de nulos (DN) no son muy exigentes. En este caso la lectura del detector de nulos en la medición diferencial de cada derivación del divisor contra la tensión de referencia es de aproximadamente 18 mV. A pesar de esto, la incertidumbre con la que el voltmetro mide 18 mV es suficiente para esta aplicación. Por otro lado, debido a que no se tiene un nulo perfecto se tiene una corriente parásita de 1,8 pA en el circuito de medición, como muestra la Fig. 3. Esta corriente parásita es limitada por la impedancia de entrada del voltmetro (10 GΩ en el intervalo de medición seleccionado). Esta corriente parásita al circular por un resistor de 1 kΩ decremanta la caída de tensión en el resistor en 1,8 nV lo cual para los niveles de incertidumbre esperados es irrelevante.

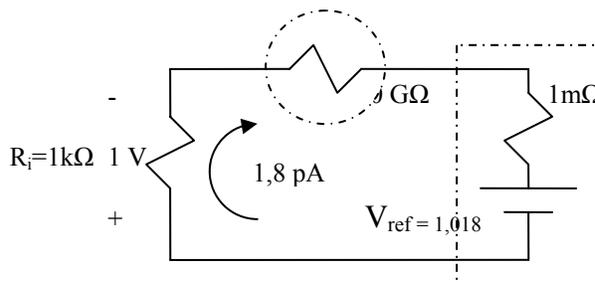


Fig. 3 Análisis del error introducido en la medición de tensión en cada derivación del divisor por efecto de la corriente parásita.

Las consideraciones térmicas son de gran importancia en el diseño de este divisor. Es necesario usar resistores de muy bajo coeficiente térmico y además asegurar que las variaciones térmicas de los resistores sean mínimas durante el tiempo en el que se hace el escalamiento que es de algunos minutos. Para lograr esto, los resistores se montaron en una barra cuadrada de cobre haciendo 10 cavidades para alojar los 10 resistores. La barra de cobre se aísla térmicamente con unisol y se coloca dentro de una caja de aluminio. Los resistores se eligieron del tipo Vishay ya que son

muy estables en el tiempo y tienen un coeficiente de variación de resistencia con la temperatura muy bajo.

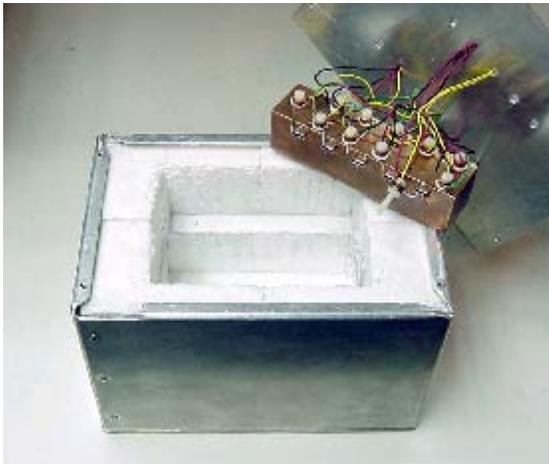


Fig. 4 Vista del divisor resistivo terminado.

Con este arreglo se logra una gran inercia térmica y buena estabilidad térmica durante el tiempo de medición. En la Fig. 4 se muestra el divisor ya ensamblado, con el aislante y la caja metálica que lo contiene.

Otra consideración importante de diseño es la estabilidad de las fems térmicas en el sistema. Para lo cual se utiliza un scanner de bajas fems térmicas (< 50 nV), además de conexiones especiales que permiten lograr esta estabilidad.

La conexión eléctrica se hizo apretando la terminal de un resistor contra otro y contra la terminal de un canal del scanner a través de un par de rondanas de cobre, aisladas de la barra con una rondana de Berilio, material que provee una mínima conducción eléctrica y buena conducción térmica. Esta conexión mecánica y eléctrica es muy utilizada en mediciones eléctricas de alta exactitud ya que garantiza que las conexiones que involucran cables de diferente naturaleza sean estables térmicamente con lo cual se asegura que las fems térmicas generadas por efecto termopar sean estables y sea posible eliminar sus efectos con la técnica de cambio de polaridad.

Debido a la alta resistividad de las rondanas de berilio se tienen muy bajas corrientes de fuga hacia el bloque de cobre. El detalle de estas conexiones se ilustra en la Fig. 5.

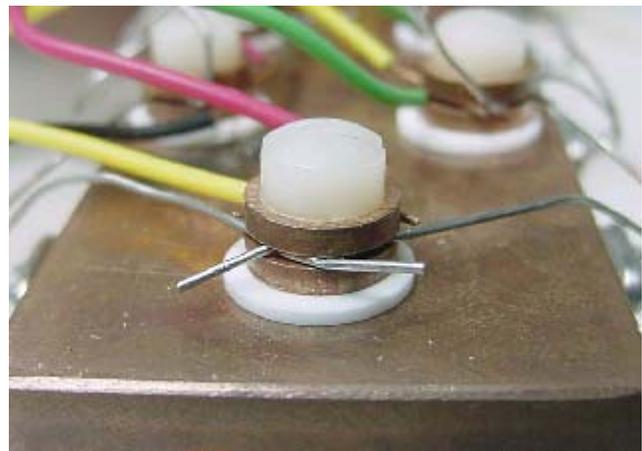


Fig. 5 Detalle de las conexiones de resistores y canales del scanner.

Para disminuir en lo posible efectos de ruido eléctrico el sistema se blindó introduciendo el divisor en una caja metálica y se usaron cables blindados para conectar el scanner y demás elementos del sistema. Para que el blindaje sea efectivo se evitaron los lazos de tierra y el blindaje se conectó a un punto del circuito de medición.

4. PROCEDIMIENTO DE MEDICIÓN

Se utilizó la técnica de serie oposición con inversión de polaridad para eliminar las fems térmicas en las configuraciones a) y b) de la Fig. 1. A manera de ejemplo se analiza el circuito de medición a). Se toma primero una medición del detector de nulos en polaridad positiva V_{Di+} , luego se invierten la polaridad de la tensión de referencia y la polaridad del Zener que alimenta el divisor y se mide la diferencia V_{Di-} con lo que se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} V_{Di+} &= V_{Ri} - V_{ref} + fem + offset \\ V_{Di-} &= -V_{Ri} + V_{ref} + fem + offset \end{aligned} \tag{1}$$

Donde fem es la tensión de origen termoeléctrico (fem térmica) generada en el circuito de medición y $offset$ es el offset del voltmetro. Estas dos ecuaciones se restan y se dividen entre dos obteniéndose la siguiente ecuación donde se ha cancelado el efecto de las fems térmicas y el offset del voltmetro.

$$V_{Di} = V_{Ri} - V_{ref} \tag{2}$$

Esta técnica de cancelación de fems térmicas y offset es utilizada en todas las mediciones diferenciales hechas en este trabajo.

4.1 Calibración de un Zener de 10 V a partir de 1,018V

Se mide la diferencia de tensión entre las caídas en cada resistor (≈ 1 V) y la referencia ($\approx 1,018$ V) de acuerdo a la relación (2).

Por lo que la tensión calibrada en cada resistor es:

$$V_{Ri} = V_{Di} + V_{ref} \tag{3}$$

La tensión total del divisor es:

$$V_T = \sum_{i=1}^{10} V_{Ri} \tag{4}$$

Comparando la tensión total del divisor (V_T) contra la tensión del Zener bajo calibración (V_x), por serie oposición, la tensión del Zener bajo calibración es:

$$V_x = V_T + V_{DD} \tag{5}$$

Donde V_{DD} es la diferencia de tensión entre V_x y V_T una vez que V_T ha sido calculada.

Este procedimiento es repetido varias veces para asegurarse de que no hay un corrimiento en los valores de V_x durante el tiempo de medición.

5. ESTIMACIÓN DE INCERTIDUMBRE

De la ecuación (3) se observa que las tensiones de calibración de los resistores V_{Ri} están correlacionados, ya que todas las ecuaciones comparten el término V_{ref} .

Para calcular el coeficiente de correlación entre pares de valores V_{Ri} se usa la ecuación siguiente:

$$r(V_{Ri}, V_{Rj}) = \frac{u(V_{Ri}, V_{Rj})}{u(V_{Ri}) u(V_{Rj})} \tag{6}$$

Donde:

$$i = 1,2,3...10; j = 1,2,3...10; i \neq j$$

Cálculo de la varianza:

De la ecuación (3), las varianzas de V_{Ri} son:

$$u^2(V_{Ri}) = u^2(V_{ref}) + u^2(V_{Di}) \tag{7}$$

Cálculo de la covarianza

La covarianza entre funciones puede ser calculada de acuerdo a la siguiente fórmula general:

$$u(X_i, X_j) = \sum_{k=1}^N \frac{\partial F}{\partial q_k} \frac{\partial G}{\partial q_k} u^2(q_k) \tag{8}$$

Para este caso:

$$\begin{aligned} X_i &= V_{Ri} \\ X_j &= V_{Rj} \\ F &= V_{ref} + V_{Di} \\ G &= V_{ref} + V_{Dj} \end{aligned}$$

q_k son las variables que aparecen en ambas funciones, en F y en G . Usando la ecuación (8) se tiene que:

$$u(V_{Ri}, V_{Rj}) = u^2(V_{ref}) \tag{9}$$

Sustituyendo (7) y (9) en (6) se llega a:

$$r(V_{Ri}, V_{Rj}) = \frac{u^2(V_{ref})}{\sqrt{u^2(V_{ref}) + u^2(V_{Di})} \sqrt{u^2(V_{ref}) + u^2(V_{Dj})}} \tag{10}$$

Si se cumple la siguiente relación:

$$u^2(V_{Di}) \ll u^2(V_{ref})$$

Entonces

$$r(V_{Ri}, V_{Rj}) \approx 1 \tag{11}$$

Esto confirma que hay una fuerte correlación entre las tensiones medidas de los resistores del divisor.

Ahora se usa la ecuación general [3], mostrada a continuación, para calcular la incertidumbre total tomando en cuenta las variables correlacionadas.

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) + \dots \tag{12}$$

De la ecuación (4) se puede calcular:

$$\frac{\partial V_T}{\partial R_i} = 1 ; \frac{\partial V_T}{\partial R_i} \frac{\partial V_T}{\partial R_j} = 1 \quad (13)$$

Entonces la ecuación (12) se simplifica a:

$$u_c^2(V_T) = \sum_{i=1}^N u^2(V_{R_i}) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N u(V_{R_i}, V_{R_j}) \quad (14)$$

Sustituyendo (7) y (9) en (14) y simplificando se tiene que:

$$u_c^2(V_T) = 100u^2(V_{ref}) + \sum_{i=1}^{10} u^2(V_{D_i}) \quad (15)$$

Considerando que: $u(V_{D1}) \approx u(V_{D2}) \approx u(V_{D3}) \approx \dots \approx u(V_D)$, es posible simplificar la expresión anterior a:

$$u_c(V_T) = \sqrt{100u^2(V_{ref}) + 10u^2(V_D)} \quad (16)$$

De la ecuación (5):

$$u^2(V_x) = u^2(V_T) + u^2(V_{DD}) \quad (17)$$

Finalmente la incertidumbre del mensurando (V_x) es:

$$u(V_x) = \sqrt{100u^2(V_{ref}) + 10u^2(V_D) + u^2(V_{DD})} \quad (18)$$

Este desarrollo de la estimación de la incertidumbre considerando los términos correlacionados se muestra para fines ilustrativos, ya que, hay una manera mas simple de realizar esta estimación de incertidumbre haciendo un cambio de variable sustituyendo (3) y (4) en (5), pudiéndose escribir V_x como sigue:

$$V_x = 10 V_{ref} + V_{D_1} + \dots + V_{D_{10}} + V_{DD} \quad (19)$$

En la ecuación anterior los términos del lado derecho pueden ser considerados independientes (no-correlacionados).

Usando (12) en (19) es fácil probar que se obtiene el mismo resultado que en (18) sin considerar términos correlacionados.

6. RESULTADOS

Considerando los siguientes valores típicos a 2σ :

$$u(V_{ref} \approx 1,018V) = 0,11\mu V = (0,11\mu V / V)$$

$$u(V_{D_i} \approx 18mV) = 0,10\mu V$$

$$u(V_{DD} \approx 1\mu V) = 0,1\mu V$$

Usando la ecuación (18) con los valores anteriores se llega a la siguiente incertidumbre a 2σ :

$$u(V_x \approx 10V) = 1,2\mu V \quad \text{ó}$$

$$u_{rel}(V_x \approx 10V) = 0,12\mu V / V$$

De aquí se aprecia que la principal fuente de incertidumbre ($0,11 \mu V/V$) es la de la tensión de referencia V_{ref} (referencia Zener de 1,018 V) la cual se calibra normalmente a través del valor mantenido en las pilas patrón y usando un detector de nulos. Las principales componentes de esta incertidumbre son: la incertidumbre del valor de predicción de las pilas patrón, el ruido en baja frecuencia del Zener y la exactitud del detector de nulos. El método de escalamiento usado de esta manera produce un aumento insignificante en la incertidumbre a 10 V.

7. VALIDACIÓN DEL ESCALAMIENTO

Para validar el método usando el patrón de tensión basado en el efecto Josephson, se midieron la referencia Zener de 1,018 V, así como el Zener a calibrar a 10 V y posteriormente se escaló de 1,018 V a 10 V usando el divisor resistivo. Los resultados son:

- a) medición de 10 V directamente con el patrón Josephson: $V = 9,999\ 977\ 5 \pm 0,01 \mu V/V$ ($\sigma = 2$) y
- b) medición del Zener a calibrar usando el divisor resistivo y el Zener calibrado a 1,018 V con el patrón Josephson: $V = 9,999\ 977\ 9 \pm 0,02 \mu V/V$ ($\sigma = 2$).

La diferencia entre las mediciones a) y b) es de 0,04 $\mu V/V$ y la suma de incertidumbre de a) y b) es de 0,03 $\mu V/V$, por lo que se estima una incertidumbre adicional del orden de 0,02 $\mu V/V$ en el método de escalamiento. Habrá que investigar la fuente de esta incertidumbre adicional que posiblemente se deba a fems térmicas no compensadas, corrientes de fuga y cambios en los resistores del divisor durante el tiempo de medición.

8. CONCLUSIONES

La incertidumbre de escalamiento se estima en 0,04 $\mu\text{V/V}$ ($\sigma = 2$), lo cual es suficiente para el trabajo de escalamiento del valor del volt mantenido con pilas patrón hacia referencias Zener de 10 V.

Se obtiene una incertidumbre típica total de 0,12 $\mu\text{V/V}$ ($\sigma = 2$) en la calibración de referencias Zener de 10 V usando el método de escalamiento y tomando como referencia las pilas patrón, siendo la incertidumbre del método de escalamiento (0,04 $\mu\text{V/V}$) una componente menor en la incertidumbre total.

9. REFERENCIAS

- [1] B.F. Field, "A Sub-ppm Automated One-to-Ten Volt DC Measuring System", IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. IM-34, pp 327-330, June 1985.
- [2] Hewlett Packard, "HP 3458A Multimeter Operating, Programing, and Configuration Manual", pp. A-2, October 1992, Edition 2.
- [3] BIPM, " Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement", 1995.