

# LA ESCALA DE TIEMPO PROMEDIADA DEL CENAM: IMPLEMENTACIÓN DE UN NUEVO ESQUEMA EN LA GENERACIÓN DEL UTC(CNM)

Eric R. Marquina C., José M. López R.  
Centro Nacional de Metrología  
km 4.5 Carr. a Los Cués, El Marqués, 76241, Qro., México  
Tel. (01 442) 2 11 05 00 Ext. 3216, e-mail: emarquin@cenam.mx

**Resumen:** En este trabajo se presentan los avances en la implementación de la Escala de Tiempo Promediada (ETP-1) del Centro Nacional de Metrología (CENAM) que tiene por objeto mejorar las características metroológicas de la Escala de Tiempo Universal Coordinado del CENAM, el UTC(CNM). Se discute la dinámica del algoritmo utilizado para la definición de la ETP-1 así como el esquema de su implementación. Se analiza el desempeño general de la ETP-1 haciendo énfasis en la evaluación de la estabilidad en frecuencia. Así mismo, se presenta el esquema que la División de Tiempo y Frecuencia del CENAM implementará en corto tiempo para generar el UTC(CNM) en base a la operación de la ETP-1.

## 1. INTRODUCCIÓN

El Centro Nacional de Metrología (CENAM), a través de la División de Tiempo y Frecuencia (DTyF), genera la Escala de Tiempo que es por mucho la de mayor calidad en el país, denominada Escala de Tiempo Universal Coordinado del CENAM, denotada por UTC(CNM). Se trata de una Escala de Tiempo que ha sido generada hasta ahora fundamentalmente en base a la operación de un reloj atómico de Cesio [1]. La Escala de Tiempo UTC(CNM) constituye la realización nacional de la referencia internacional de tiempo, a saber, la Escala de Tiempo Universal Coordinado (UTC) mantenida por el Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). La Escala de Tiempo UTC está a su vez definida en términos del Tiempo Atómico Internacional (TAI), también generado por el BIPM, y del tiempo astronómico UT1 [2]. La DTyF mantiene en operación un conjunto de relojes atómicos con el fin de asegurar la calidad metroológica del UTC(CNM), entre cuyas características más importantes están la alta exactitud, alta estabilidad y continuidad en su generación. La coincidencia de la frecuencia que define al UTC(CNM) con la frecuencia del UTC es mejor que 1 parte en  $10^{14}$  para tiempos de promediación de 1 mes, mientras que su estabilidad es del orden de partes en  $10^{15}$  para tiempos de promediación de dos meses. Sin embargo, dada la rápida incorporación de nuevos avances en la tecnología y en la ingeniería, sobre todo en el sector de las telecomunicaciones, se contempla que en los próximos años las características metroológicas actuales del UTC(CNM) no serán suficientes para satisfacer las demandas nacionales en cuanto a exactitud y sincronía. En esta dirección, la DTyF ha iniciado un proyecto que tiene por objeto

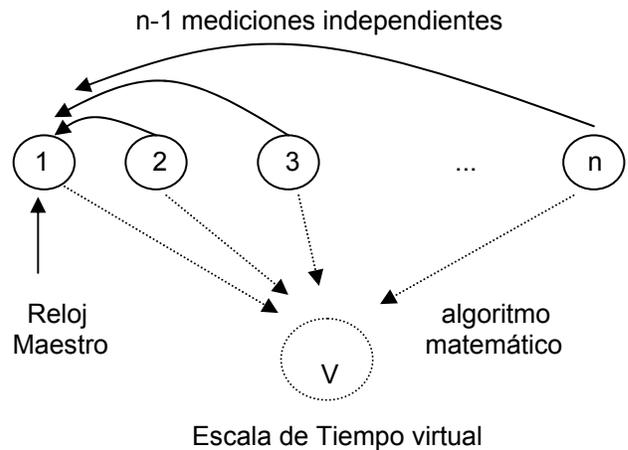
implementar una Escala de Tiempo Promediada que permita la generación del UTC(CNM) con mejores características de exactitud y estabilidad. Dicha Escala de Tiempo Promediada es denotada como ETP-1 y es generada a partir de la operación de un conjunto de relojes atómicos del CENAM. La ETP-1 aprovecha de la mejor manera los recursos del CENAM, ya que al igual que otros laboratorios primarios de metrología de tiempo y frecuencia alrededor del mundo, mantiene en operación un conjunto de relojes atómicos para proveer de la redundancia necesaria en la realización local del UTC. La ETP-1 es una Escala de Tiempo virtual en el sentido de que es el resultado de un proceso matemático de naturaleza estadística que combina de la mejor manera el desempeño de un conjunto de relojes atómicos reales. En este orden de ideas, la ETP-1 está soportada en la operación de un reloj virtual. En el caso ideal, las propiedades de estabilidad, exactitud y confiabilidad de una Escala de Tiempo virtual se espera que estén por arriba del nivel de esas mismas características de cada uno de los relojes reales que intervienen en su generación [3-5]. Con la implementación de la ETP-1 se estima que el UTC(CNM) mejorará tanto en exactitud como en estabilidad por un orden de magnitud, fortaleciendo así esta importante Escala de Tiempo para hacer frente a las necesidades presentes y futuras del país en cuanto a sincronía y medición de frecuencia.

## 2. ESCALAS DE TIEMPO PROMEDIADAS

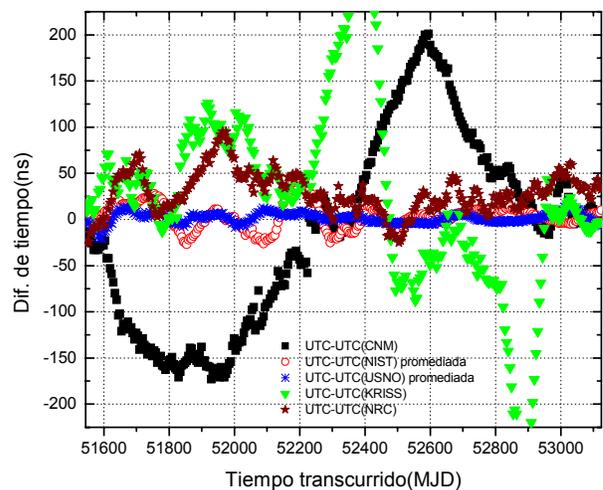
La unidad de tiempo del Sistema Internacional de unidades (SI) está definida como "La duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación asociada a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado base del átomo de Cesio-133" [6]. El UTC(CNM) es

en buena medida el resultado de un proceso de integración de segundos definidos por el SI. En términos generales, se puede observar que en la generación de Escalas de Tiempo se han desarrollado diferentes técnicas. Dicha variedad tiene su origen en las características metroológicas requeridas para dichas Escalas, entre ellas: exactitud, estabilidad, confiabilidad, y las aplicaciones mismas para las cuales son destinadas. Las Escalas de Tiempo Promediadas forman parte de dicha diversidad de técnicas. La generación de Escalas de Tiempo Promediadas se basa en un ensamble (conjunto) de relojes atómicos y un algoritmo matemático que combina de manera óptima sus características metroológicas dando como resultado que tales Escalas de Tiempo Promediadas tengan mejores características en cuanto a confiabilidad, estabilidad y exactitud que cualquiera de los relojes participantes en el ensamble. La Figura 1 muestra un arreglo experimental típico para la generación de Escalas de Tiempo Promediadas. El algoritmo matemático detrás de cada Escala de Tiempo Promediada calcula a un tiempo  $t$ , la diferencia de tiempo entre cada uno de los relojes atómicos miembros del ensamble y el reloj virtual  $V$ . El tiempo-generado por el reloj virtual  $V$ , que es el tiempo de la Escala, se obtiene aplicando la corrección apropiada al tiempo de cualquiera de los relojes miembros del ensamble. La participación de cada uno de los relojes atómicos se realiza mediante la medición de la diferencia de tiempo respecto a un reloj común, denominado usualmente Reloj Maestro. Cabe hacer mención que es muy importante el número de relojes atómicos participantes ya que esto permite obtener una Escala de Tiempo Promediada con propiedades de estabilidad más equilibradas entre cortos y largos periodos de tiempo. Las principales diferencias entre las diversas Escalas de Tiempo Promediadas estriban básicamente en los siguientes aspectos: i) procedimiento de asignación de pesos estadísticos para cada reloj participante, ii) definición del filtro de frecuencias para cada reloj, iii) tiempo de cómputo, y iv) las aplicaciones de la Escala [7]. Como ejemplos de algoritmos para la generación de Escalas de Tiempo Promediadas se pueden citar los siguientes: el ALGOS, que es utilizado por el BIPM para generar el UTC [8], el AT1 del National Institute of Standards and Technology, NIST, [9], el KAS-1 utilizado por el Observatorio Naval de los Estados Unidos, USNO, [5] el cual utiliza filtros de Kalman. En todos los casos, las Escalas de Tiempo son el resultado de un promedio ponderado de las diferencias de tiempo de los relojes miembros del ensamble respecto a un reloj común, el Reloj

Maestro. La asignación de pesos y la predicción de la diferencia de frecuencia son diferentes respondiendo también a los diferentes propósitos que cada una de ellas tiene.



**Figura 1.** Idea básica de una Escala de Tiempo Promediada para un ensamble de  $n$  relojes atómicos.



**Figura 2.** Diferencias de tiempo UTC-UTC(k) del 01 de enero del año 2000 al 29 de abril del mismo año publicadas en la Circular T del BIPM para algunos laboratorios.

La Figura 2 muestra las diferencias de tiempo entre diversas realizaciones locales del UTC, UTC(k), respecto al UTC para el período comprendido entre el 01 de enero del 2000 al 29 de abril del 2004. Particularmente la Figura muestra las diferencias de tiempo UTC-UTC(CNM), UTC-UTC(NIST), UTC-UTC(USNO), UTC-UTC(NRC), UTC-UTC(KRIS). Un

punto interesante de comentar es que tres de ellas se refieren a Escalas de Tiempo que son generadas en base al funcionamiento de un solo reloj atómico de Cesio, tal es el caso del UTC(CNM), UTC(NRC) y el UTC(KRIS). Mientras que dos de ellas se refieren a Escalas de Tiempo Promediadas, tal es el caso del UTC(NIST), integrada por 4 relojes atómicos de Cesio y 5 Másers de Hidrógeno, y del UTC(USNO), integrada por 71 relojes atómicos de Cesio y 16 Másers de Hidrógeno [10]. En la Figura se observa claramente el desempeño superior de las Escalas de Tiempo Promediadas respecto a las no Promediadas. De aquí se desprende el hecho de que las Escalas de Tiempo Promediadas representan una referencia de tiempo de alto valor estratégico para satisfacer las demandas mas exigentes de un país en cuestión de sincronía y medición de frecuencia.

### 3. EL ALGORITMO DE LA ESCALA ETP-1

El algoritmo de la Escala de Tiempo Promediada del CENAM, la ETP-1, es similar al de la Escala de Tiempo Promediada AT1 del NIST [9]. La ETP-1 es una Escala de Tiempo procesada en tiempo real, es decir, genera en tiempo real las diferencias de tiempo y frecuencia de cada uno de los relojes miembros del ensamble respecto al reloj virtual. La ETP-1 es recursiva en el sentido de que el estado del ensamble al tiempo  $t$  es calculado a partir de la disposición de mediciones del estado del ensamble al tiempo  $t-\tau$ . El algoritmo de la ETP-1 realiza estimaciones de la diferencia de tiempo y diferencia de frecuencia entre cada uno de los miembros del ensamble y el reloj virtual en cada ciclo de medición. Dicho ciclo de medición en la ETP-1 es de 1-hora.

1) Con la medición del estado del ensamble al tiempo  $t$ , el algoritmo realiza una predicción del estado del ensamble para un tiempo futuro,  $t+\tau$ , mediante la relación:

$$\hat{X}_i(t+\tau) = X_i(t) + \left[ Y_i(t) + \frac{D_i\tau}{2} \right] \tau \quad \dots(1)$$

En donde  $\hat{X}_i(t+\tau)$  es la predicción de la diferencia de tiempo del reloj  $i$ -ésimo respecto al reloj virtual  $V$  para el tiempo  $t+\tau$ .  $X_i(t)$  es la diferencia de tiempo del reloj  $i$ -ésimo respecto al reloj virtual al tiempo  $t$ ,  $Y_i(t)$  es la frecuencia del reloj  $i$ -ésimo al tiempo  $t$ , la constante  $D_i$  es el corrimiento de frecuencia del reloj  $i$ -ésimo respecto

al reloj virtual  $V$  y  $\tau$  es el ciclo de iteración (para el estado presente de la ETP-1,  $\tau=1$  hora).

2) Llegado el tiempo  $t+\tau$  se realizan las mediciones de diferencia de tiempo entre el reloj  $i$ -ésimo y el reloj  $j$ -ésimo,  $X_{ji}(t+\tau)$ . Dichas mediciones son utilizadas para realizar correcciones a la estimación  $\hat{X}_j(t+\tau)$  de acuerdo con la relación:

$$X_i(t+\tau) = \sum_{j=1}^N w_j [\hat{X}_j(t+\tau) - X_{ji}(t+\tau)] \quad \dots(2)$$

Donde  $X_j(t+\tau)$  es la corrección a la estimación  $\hat{X}_j(t+\tau)$  y  $w_j$  es el peso del reloj  $j$ -ésimo. A la fecha la ETP-1 asume un valor constante para el peso estadístico con el que cada reloj contribuye, privilegiando a aquellos que tienen mayor estabilidad sobre los de menor estabilidad. Está asignación se realiza con la siguiente ecuación:

$$w_j = \frac{\left[ \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_{y_i}} \right]^{-1}}{\sigma_{y_j}} \quad \dots(3)$$

en donde se consideran las propiedades de estabilidad (varianzas de Allan) de cada uno de los relojes para tiempos de promediación de 1 hora. Los valores asumidos para los pesos consideran además el hecho de la necesidad de una Escala de Tiempo Promediada con valores de estabilidad aceptables tanto para cortos como largos periodos de tiempo, por lo que el peso de participación para un reloj atómico de Cesio puede ser mayor al estimado con la ecuación (3), y el correspondiente, en el caso de un Másers Activo de Hidrógeno, menor al estimado con la misma ecuación.

Una vez que se ha realizado la corrección,  $X_j(t+\tau)$ , de la diferencia de tiempo de cada uno de los relojes respecto al reloj virtual, se puede predecir la diferencia de frecuencia promedio  $\hat{Y}_i(t+\tau)$  del reloj  $i$ -ésimo respecto al reloj virtual para el intervalo de tiempo  $(t+\tau, t+2\tau)$  de acuerdo a la ecuación:

$$\hat{Y}_i(t+\tau) = \frac{X_i(t+\tau) - X_i(t)}{\tau} \quad \dots(4)$$

La corrección  $Y_i(t + \tau)$  a la predicción  $\bar{Y}_i(t + \tau)$  se realiza usando la corrección del ciclo anterior  $Y_i(t)$  y la predicción (4) por medio del siguiente filtro exponencial:

$$Y_i(t + \tau) = \frac{\bar{Y}_i(t + \tau) + m_i Y_i(t)}{1 + m_i} \quad \dots(5)$$

Donde la constante  $m_i$  es calculada en base a las propiedades de estabilidad del reloj  $i$ -ésimo. La ETP-1 considera un modelo de modulación de frecuencia debida a ruido blanco y a pseudo-ruido para todos los miembros participantes del ensamble, por lo que esta constante se estima de la siguiente manera:

$$m_i \approx \frac{1}{2} \left[ -1 + \left[ \frac{1}{3} + \frac{4\tau_{Min,i}^2}{3\tau_0^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right] \quad \dots(6)$$

En donde  $\tau_{Min,i}$  es el tiempo de promediación para el cual el reloj  $i$ -ésimo presenta su mejor estabilidad en frecuencia, mientras  $\tau_0$  corresponde al ciclo de iteración de la ETP-1. Se puede demostrar que en este caso el valor de  $m_i$  dado por la ecuación (6) optimiza la estabilidad de la ETP-1 por medio de la predicción de la diferencia de tiempo dada por la ecuación (1).

Para iniciar la ejecución del algoritmo de la ETP-1 y tener la estimación del estado del ensamble correspondiente al primer ciclo de medición, es necesario estimar "a priori" el estado inicial del ensamble. Esta estimación se realiza por medio de las mediciones de la comparación permanente que mantiene la DTyF entre sus relojes atómicos.

#### 4. LA IMPLEMENTACIÓN DE LA ETP-1

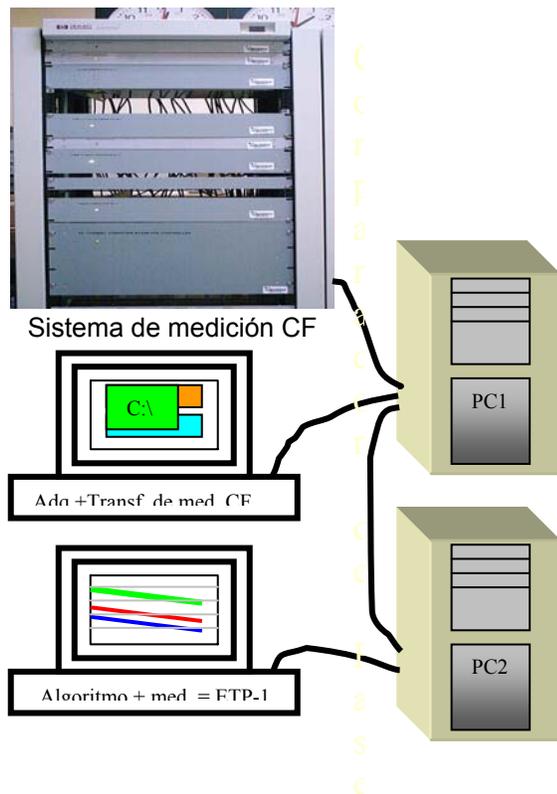
La implementación del algoritmo de la ETP-1 se lleva a cabo mediante cuatro programas de cómputo en lenguaje de programación Turbo C++. El sistema que realiza las mediciones  $X_{ji}(t)$  es un Comparador de Fases (CF) de alta resolución [11], el cual utiliza la técnica de medición de diferencia de fase por doble mezclador [12]. El CF realiza una medición cada segundo de la diferencia de fase entre las señales de 5 MHz de los relojes miembros del ensamble respecto al Reloj Maestro. Estas mediciones se realizan permanentemente, esto es, las 24 horas del día de todos los días del año. Las mediciones realizadas por el CF son enviadas en

comunicación serial a una computadora (PC1) que tiene por función principal el resguardar la información obtenida en cada medición. Cabe mencionar que el CF cuenta con 32 canales, esto es, tiene capacidad para integrar hasta 32 relojes en el ensamble de la ETP-1. Una segunda computadora (PC2) es habilitada para recibir las mediciones almacenadas en la PC1 cada hora. La PC2 ejecuta propiamente el algoritmo de la Escala. Un esquema de este arreglo es mostrado en la Figura 3. Algunas de las tareas relevantes que realiza el código de la ETP-1 son las siguientes:

1) Para iniciar la ejecución de la Escala por primera vez el algoritmo requiere de la información del estado "a priori" del ensamble. Así mismo requiere los valores de las constantes de filtro  $m_i$ , los corrimientos de frecuencia  $D_i$ , y del peso estadístico ponderado  $w_i$  de cada reloj miembro del ensamble. La diferencia de tiempo inicial de cada reloj respecto al reloj virtual debe estar expresado en unidades de nanosegundos, la diferencia de frecuencia de los miembros del ensamble respecto al reloj virtual debe de estar normalizada. Respecto a la constante de filtro  $m_i$  el programa de la ETP-1 considera que se tiene modulación en la frecuencia debido a la presencia de ruido blanco y pseudo-ruido en los relojes.

2) Una vez inicializado el algoritmo, la ETP-1 realiza la estimación del estado del ensamble para el tiempo  $t + \tau$  en base al estado del ensamble al tiempo  $t$ . Es importante hacer notar que el parámetro  $\tau$  se ha fijado en 1 hora como compromiso entre la funcionalidad de la implementación de la Escala y sus propiedades metrológicas.

Como medida de seguridad para garantizar la integridad de los valores de las mediciones  $X_{ji}(t)$  que intervienen en la generación de la ETP-1, el algoritmo requiere para cada ciclo de iteración las mediciones de las diferencias de tiempo entre relojes miembros del ensamble de las 3 últimas horas. Por tal razón el algoritmo produce su primer resultado, esto es, genera la diferencia de tiempo de cada reloj miembro del ensamble respecto al reloj virtual, hasta la tercera hora de haber iniciado su ejecución. Con el objeto de que el operador de la ETP-1 tenga al alcance información en tiempo real del desempeño de la Escala, las diferencias de tiempo entre cada reloj miembro del ensamble y el reloj virtual son mostradas en un monitor, graficando las diferencias de tiempo de cada reloj miembro del



**Figura 3.** Esquema usado en el laboratorio de patrones atómicos de frecuencia de la DTyF del CENAM para la implementación de la ETP-1 al CF.

ensamble respecto al reloj virtual producidas durante los últimos 25 días de operación. A este gráfico se agrega un punto a cada hora.

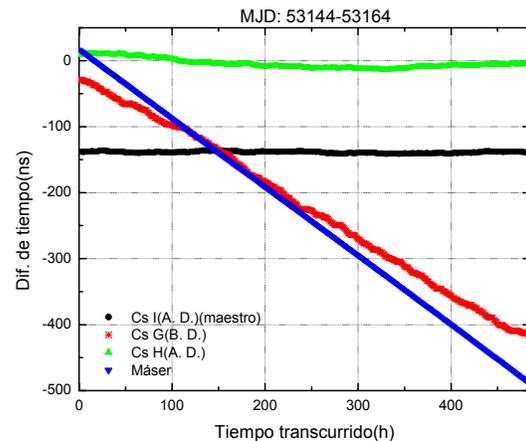
**5. RESULTADOS DE EVALUACIÓN**

Las pruebas que se han realizado en tiempo real con la ETP-1 consideran a un ensamble que integra a los 3 relojes atómicos de Cesio y a el Máser Activo de Hidrógeno con que cuenta la DTyF del CENAM. Cabe hacer mención que aunque se cuenta con relojes atómicos de Rubidio y osciladores de cristal de cuarzo disciplinados al GPS, éstos no se consideran en el ensamble debido a que no aportan calidad metrológica a la ETP-1. Los relojes atómicos de Cesio en el ensamble tienen etiquetas I, G y H, siendo el reloj I (designado como el Reloj Maestro) y el reloj H de alto desempeño (A. D.), y el reloj G de bajo desempeño (B. D.). En la Figura 4 se muestra una grafica con los resultados de la ETP-1 obtenidos en tiempo real durante 20 días, del 19 de mayo del 2004 (53144 MJD) al 08 de junio del mismo año (53164 MJD). El gráfico muestra la diferencia de tiempo, expresada

en nanosegundos, de cada uno de los relojes miembros del ensamble respecto al reloj virtual. En el eje horizontal se tiene el tiempo transcurrido en horas. Las condiciones iniciales para estos resultados se muestran en la Tabla 1. El valor de la constante de filtro  $m_i$  se determinó considerando que el valor de  $\tau_{Min,i}$  para un reloj atómico de Cesio de alto desempeño de tipo comercial es de aproximadamente 30 días, mientras que para un reloj atómico de Cesio de bajo desempeño es de 10 días [1]. Para el Máser Activo de Hidrógeno dicho parámetro es de 1 hora. Para esta prueba los corrimientos de frecuencia  $D_i$  se consideraron nulos para todos los patrones atómicos participantes.

reloj	$X_i$ (ns)	$Y_i$	$D_i$	$m_i$	$w_i$
Cs I	-137.14	0	0	$1.5 \times 10^6$	10%
Cs G	-27.49	$-2.46 \times 10^{-13}$	0	$5 \times 10^5$	5%
Cs H	10.24	$6.73 \times 10^{-14}$	0	$1.5 \times 10^6$	5%
Máser	17.26	$-2.94 \times 10^{-13}$	0	$2.1 \times 10^3$	80%

**Tabla 1.** Condiciones iniciales del ensamble de la ETP-1 con 4 relojes atómicos.



**Figura 4.** Resultados generados por la ETP-1 en tiempo real para un ensamble de 4 relojes. El periodo de comparación es de 20 días, del MJD: 53144-53164, esto es del 19 de mayo al 08 de junio del 2004.

En la Figura 5 se muestra una grafica de la estabilidad de cada una de las salidas del algoritmo de la ETP-1 cuantificada en términos de la varianza de Allan,  $\sigma_y(\tau)$ . Se observa que la estabilidad relativa entre el Máser y la ETP-1 es mejor para todo  $\tau$  que la estabilidad de los relojes de Cesio respecto a la ETP-1, dicho resultado por cierto es de esperarse ya que como se puede observar de la Tabla 1 para

los pesos porcentuales asignados a los relojes, el Máser Activo de Hidrógeno domina la ETP-1. Sin embargo, es importante indicar aquí, que el ruido presente en el CF constituye una limitante en la estimación cuantitativa de la estabilidad de la ETP-1. Un análisis completo de los resultados de la ETP-1 será objeto de discusión en una futura publicación.

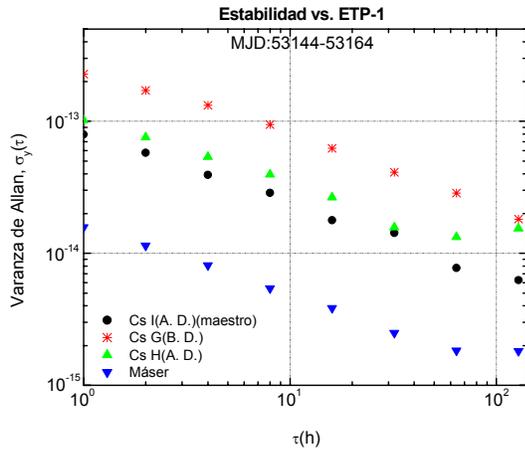


Figura 5. Estabilidad de los relojes miembros del ensamble respecto a la ETP-1.

6. NUEVO ESQUEMA DEL UTC(CNM)

En la Figura 6 se muestra el esquema del sistema que la DTyF tiene planeado implementar en el corto tiempo para generar el UTC(CNM) en base a la ETP-1.

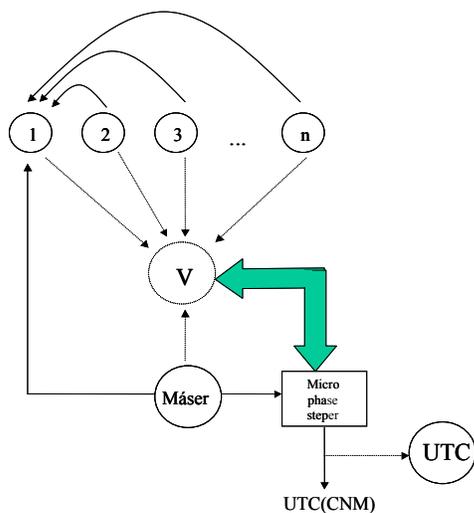


Figura 6. Esquema de implementación del UTC(CNM) en base a la ETP-1.

En este esquema, el microphase-stepper será integrado a un control automático con el objeto de igualar, al nivel de 1 parte en  $10^{15}$ , la frecuencia del Máser Activo de Hidrógeno a la frecuencia del reloj virtual V. El lazo de amarre será implementado en base a una computadora personal que recibirá la información de la diferencia de tiempo entre el Máser y el reloj virtual. Utilizando la información de los reportes mensuales del BIPM en la circular T sobre las diferencias de tiempo UTC-UTC(CNM) el lazo de amarre mantendrá dichas diferencias en el menor valor posible, esperando que éstas se mantengan sistemáticamente por debajo de los 10 ns.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo se han presentado los avances de la DTyF del CENAM referentes a la implementación de una Escala de Tiempo Promediada denominada ETP-1. Se han comentado algunas características generales de las Escalas de Tiempo Promediadas. Se discutió la dinámica del algoritmo de la ETP-1. Se presentó el esquema de implementación del algoritmo de la ETP-1 y se han mostrado los primeros resultados obtenidos en tiempo real para un ensamble de 4 relojes atómicos. Finalmente, se ha mostrado el esquema que la DTyF implementará en corto tiempo para generar el UTC(CNM) en base a la ETP-1.

REFERENCIAS

- [1] H. P. 5071A Primary Frequency Standard, Operating and Programming Manual, Hewlett-Packard Company, First Edition (June 1992).
- [2] D. D. Mccarthy, "Astronomical Time", Proceedings of the IEEE, **79**, pp. 915-920 (1991).
- [3] R. H. Jones, P. V. Tryon, "Continuous Time Series Models for Unequally Spaced data Applied to Modelling Atomic Clocks", SIAM J. Sci. Stat. Comput., **8**, pp. 71-81 (1987).
- [4] F. B. Varnum, D. R. Brown, D. W. Allan, T. K. Pepler, "Comparison of time scales generated with the NBS ensembling algorithm", Proceedings of the 19<sup>th</sup> Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Applications and Planning Meeting, Redondo Beach, CA, pp.13-23 (1987).
- [5] S. R. Stein, A. Gifford, L. A. Breakiron, "Report on the Time Scale Algorithm Test Bed at USNO", Proceedings of the 21<sup>th</sup> Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Applications and

- Planning Meeting, Redondo Beach, CA, pp. 269-288 (1989).
- [6] Resolución 1 de la 13<sup>th</sup> Conferencia General de Pesas y Medidas, 1967-1968.
  - [7] B. Guinot, "Some properties of algorithms for atomic time scales", *Metrologia*, **24**, pp.195-198 (1987).
  - [8] C. Thomas, J. Azoubib, "TAI computation: study of an alternative choice for implementing an upper limit of clock weights", *Metrologia*, **33**, pp.227-240 (1996).
  - [9] M. Weiss, T. Weissert, "AT2, A New Time Scale Algorithm: AT1 Plus Frequency Variance", *Metrologia*, **28**, pp. 65-74 (1991).
  - [10] <http://www.bipm.org>
  - [11] J. T. Vega, "Construcción de un Comparador de Fase de alta resolución para patrones primarios de frecuencia", Reporte Técnico CNM-MTF-PT-0001, *Metrología Eléctrica*, CENAM (1996).
  - [12] S. R. Stein, "Frequency and Time -Their Measurement and Characterization", *Precision Frequency Control Vol. 2*, Ed. E. A. Gerber, A. Ballato, Academic Press Inc., New York (1985).