

Mejoras al Reloj Atómico de Bombeo Óptico del CENAM

S. López-López, J. M. López-Romero, E. de Carlos-López

Centro Nacional de Metrología
km 4,5 Carretera a Los Cués, 76246, Querétaro, México.

RESUMEN

El CENAM concluyó en el 2001 el desarrollo de un reloj atómico de Cesio bombeado ópticamente, el CsOP-1. El diseño del CsOP-1 incluye una cavidad de Ramsey de 12 cm de longitud, la cual produce un ancho de línea en la transición de reloj de 1 kHz. Este ancho de línea coincide con lo esperado con la relación de incertidumbre energía-tiempo de Heisenberg. En evaluaciones de errores sistemáticos realizadas al reloj se encontró una incertidumbre en la realización de la unidad de tiempo del Sistema Internacional de Unidades de 2 partes en 10^{13} . La contribución mayoritaria en dicha incertidumbre viene del efecto Zeeman de segundo orden. Con el objeto de disminuir la incertidumbre hasta partes en 10^{14} se han realizado mejoras en la cavidad de Ramsey, en la bobina de campo C, blindaje magnético y en el tubo de vacío, entre otras. En este trabajo se presentan y discuten las mejoras en el reloj de bombeo óptico del CENAM así como los resultados en la evaluación de efectos sistemáticos.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad el gran incremento en la demanda de exactitud en la medición de tiempo y frecuencia se debe principalmente al avance tecnológico en los campos de las tecnologías de información y de navegación, lo que a su vez obliga al diseño y construcción de relojes atómicos más exactos. La sincronía en tiempo es esencial en la operación de redes digitales y de los sistemas de posicionamiento satelitales, cuyo desempeño está determinado en gran medida por el desempeño de los relojes atómicos localizados en el nivel de jerarquía más alto del sistema. Esto ha hecho que varios países alrededor del mundo realicen investigación científica relacionada con los relojes atómicos, para que la exactitud de los mismos satisfaga la demanda requerida por los avances tecnológicos mencionados.

En este contexto el CENAM desde el año 1998, incursionó en el desarrollo de relojes atómicos. El primero de ellos, denominado CsOP-1, es un reloj de haz térmico de cesio de bombeo óptico que comenzó a operar a principios del año 2001. Este artefacto estuvo durante algunos meses en proceso de evaluación de efectos sistemáticos, con la finalidad de estimar la incertidumbre asociada con dichos efectos. Al final de esta evaluación se encontró que la incertidumbre en la realización de la unidad de tiempo del Sistema Internacional de Unidades con el CsOP-1, es de alrededor de 2 partes en 10^{13} [1]. Una de las principales limitaciones del CsOP-1 es la dimensión de la cavidad de Ramsey con la que cuenta, cuya longitud entre las dos regiones de excitación l es de 12 cm. Dado el compromiso que se tiene con el ancho de línea $\Delta\nu$ y el tiempo de

tránsito ΔT , entre las dos regiones de interacción de la cavidad de Ramsey debido al principio de incertidumbre de Heisenberg: $\Delta T \Delta\nu \approx 1$, el ancho de línea $\Delta\nu$ está limitado a 1 kHz, ya que ΔT es alrededor de 1 ms, para la mayoría de los átomos que transitan a través de la cavidad de Ramsey. Esta limitación, no permite disminuir de manera efectiva la incertidumbre asociada al CsOP-1. Con el objeto de reducir la incertidumbre relacionada con el principio de incertidumbre Heisenberg y con otros efectos, se han realizado modificaciones importantes al CsOP-1. El objeto del presente trabajo es mencionar las principales modificaciones que se han realizado al CsOP-1. Se mencionan de manera breve los principios físicos básicos de operación de los relojes atómicos, así como los principales efectos sistemáticos presentes en los mismos. Posteriormente se presentan los resultados de la operación del CsOP-1, así como la evaluación de la incertidumbre asociada con diferentes efectos, también se abordan las modificaciones al CsOP-1, así como los parámetros de operación con estas modificaciones. Finalmente se describen los resultados teóricos esperados.

2. PRINCIPIOS BÁSICOS

Cabe señalar la diferencia entre un reloj atómico y un patrón de frecuencia atómico. El primero de estos como cualquier otro reloj, es un dispositivo compuesto básicamente por un oscilador y un contador. En este sentido un reloj atómico, es un reloj de alta exactitud que estabiliza la frecuencia de su oscilador a una transición atómica. La diferencia entre el reloj y el patrón de frecuencia atómicos radica básicamente en la aplicación que

se le da a un mismo dispositivo, en un caso para el reloj es el de la medición de tiempo y en el segundo caso es para la generación y medición de frecuencia. Sin embargo en el presente trabajo, usaremos de manera indistinta estos términos dado que no mencionaremos específicamente su aplicación.

Un esquema bastante simplificado de un reloj atómico se presenta en la Fig. 1. El cual describiremos en seguida: El oscilador local produce una frecuencia de salida sintonizable, de valor nominal de 5 MHz o 10 MHz. El sintetizador de frecuencia, a través de un lazo de amarre, fija la frecuencia del oscilador local y genera una frecuencia de microondas cercana a la frecuencia de resonancia que define al segundo. El resonador atómico interroga la señal de microondas en términos de la resonancia atómica, y genera una señal de error, la cual retroalimenta al lazo de amarre para corregir la frecuencia del oscilador local. Este oscilador local estabilizado a una transición atómica, es la base de un reloj atómico o patrón de frecuencia atómico.

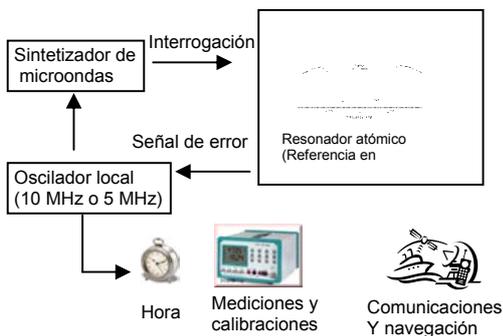


Fig. 1 Esquema simplificado de un reloj atómico.

2.1. Estructura Energética del Cesio-133

El átomo de Cesio-133 es un átomo tipo hidrogenoide, es decir, todas sus capas electrónicas están totalmente llenas con excepción de la capa externa la cual es ocupada por un electrón solamente. Por esta razón la estructura energética del Cesio-133 es similar a la estructura energética del Hidrógeno. Con el objeto de hacer una breve revisión a la estructura energética del átomo de Cesio-133 consideraremos, en primer término, la interacción Coulombiana (eléctrica) en la ecuación de Schroedinger. Con la interacción Coulombiana la ecuación de Schroedinger para el átomo de Cesio tiene sus dos primeros niveles de energía separados cerca de 850 nm. Esta separación energética corresponde a la región del

infrarrojo cercano. A la estructura energética resultante de considerar en la ecuación de Schroedinger la interacción eléctrica se le puede llamar en cierto modo estructura burda (con lo expuesto más adelante en esta misma sección este término toma sentido). La siguiente interacción a considerar, que tiene origen al interior del átomo, es la interacción espín-órbita. La interacción espín-órbita da lugar a una estructura energética llamada estructura fina. Tomando en cuenta esta interacción, el primer estado excitado en la estructura burda puede considerarse como un estado doble con una separación entre sí de aproximadamente 100 GHz. El estado base de la estructura burda (el de menor energía) permanece sin alteración debido a la simetría esférica de la función de onda de tal estado. La tercera interacción a considerar, es la interacción espín-espín la cual tiene lugar entre el electrón más externo y el espín del núcleo del átomo, dando como resultado una estructura energética llamada estructura hiperfina. El espín del electrón es $\frac{1}{2}$ mientras que el espín del núcleo del átomo de Cesio-133 es $\frac{7}{2}$. Las posibilidades de orientación del espín del electrón a lo largo del espín del núcleo definen los estados energéticos en la estructura hiperfina. Considerando esta interacción, el estado base del Cesio-133 es en realidad un estado doble (también llamado doblete) con una separación energética que por definición corresponde a 9,192 631 770 GHz. Nótese que ésta definición fija de manera automática la duración de la unidad de tiempo en el Sistema Internacional (SI) de unidades. Justamente ésta es la definición de la unidad de tiempo del SI. La Fig. 2 muestra de manera gráfica los primeros niveles de energía del átomo de Cesio-133.

Finalmente, consideraremos el efecto Zeeman, es decir, la interacción del átomo con campos magnéticos externos. Con este efecto los niveles hiperfinos experimentan un desdoblamiento adicional que da lugar a una estructura compleja de estados energéticos. Nótese que en los dos primeros niveles de energía de la estructura burda del Cesio-133 se tienen en realidad un total de 64 niveles energéticos (estados cuánticos). El conocimiento detallado de la dependencia energética de estos estados cuánticos con los posibles parámetros de influencia (tales como campos magnéticos, eléctricos) es muy importante en la reproducción de la unidad de tiempo del SI. La Fig. 3 muestra en detalle la forma en que depende la energía de los estados Zeeman como

función de la intensidad de campo magnético. Para una revisión mas detallada de este efecto puede consultarse la referencia [2].

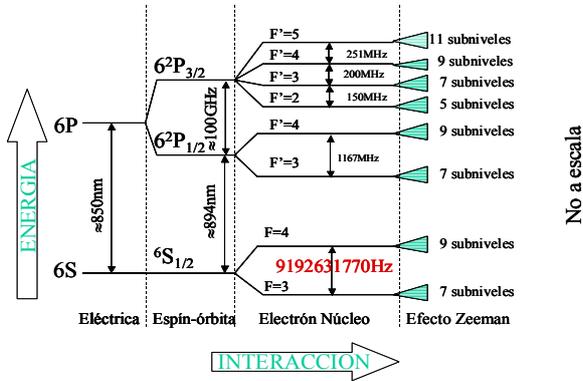


Fig.2. Primeros niveles de energía del átomo de Cesio-133.

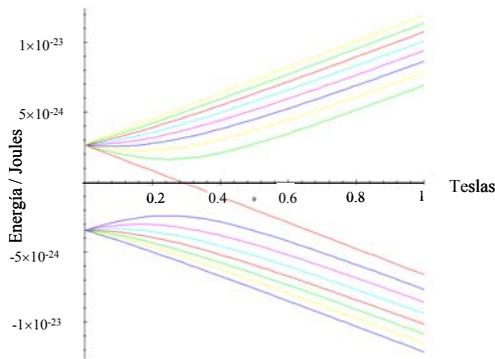


Fig. 3 Dependencia de la energía de los estados Zeeman como función de la intensidad del campo magnético.

2.2. Definición de la Unidad de Tiempo en el Sistema Internacional de Unidades

En 1967, en la 13ª Conferencia General de Pesas y Medidas, se adoptó la siguiente definición para la unidad de tiempo del Sistema Internacional de unidades, el segundo:

“Un segundo es la duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación asociada a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado base del átomo de Cesio-133.” [3]

Es importante resaltar que esta definición no considera interacciones del átomo de Cesio con sus alrededores, es decir, presupone la existencia de átomos de Cesio libres de interacciones con el resto del universo. Desde el punto de vista

experimental, no es posible aislar un átomo completamente de interacciones con sus alrededores, siempre existen interacciones externas presentes: interacción con gravedad, con campos magnéticos y eléctricos, entre otras. Por esta razón es de suma importancia conocer los efectos de las interacciones externas sobre los niveles hiperfinos del estado base del átomo con el objeto de evaluar y corregir (con la menor incertidumbre posible) los efectos sistemáticos inducidos por tales interacciones. Otro elemento importante para resaltar en esta definición es que el tiempo de observación necesario para “medir” el segundo es un tiempo infinito. Experimentalmente sólo es posible tener tiempos de interacción finitos. En la reproducción de la unidad de tiempo el principio de incertidumbre de Heisenberg en su versión *tiempo-energía* desempeña un papel importante, esto es, la naturaleza misma impide medir con infinita exactitud la energía entre niveles hiperfinos del estado base del átomo de Cesio si se dispone de un tiempo de interacción Δt con el átomo. La mínima dispersión ΔE en las mediciones de la energía E que se pueden encontrar es:

$$\Delta E = \frac{\hbar}{2\Delta t}, \tag{1}$$

donde \hbar es la constante de Planck dividida por 2π . Debido a este límite que impone la naturaleza, en las reproducciones de la unidad de tiempo se prefieren tiempos de interacción con el átomo tan largos como sea posible.

2.3. Espectroscopia Hiperfina del Átomo de Cesio-133

La realización experimental de la definición de la unidad de tiempo se realiza por medio de técnicas de espectroscopia de gases. El objetivo final de la reproducción de la unidad de tiempo es la realización de un experimento que se aproxime lo más posible a las condiciones ideales que establece la definición, es decir átomos sin interacción con sus alrededores y con tiempos de observación tan largos como sea posible. En términos breves la técnica usada en la realización de la unidad de tiempo del SI, consiste en producir un haz térmico de átomos monocinéticos precedido de una selección de estados cuánticos que posteriormente interactúan con fotones que tienen una energía muy próxima a la energía de separación de los dos niveles hiperfinos con el objeto de inducir resonancia entre los fotones y los

estados hiperfinos del Cesio-133, finalmente la técnica mide la probabilidad de transición hiperfina como función de la frecuencia asociada a los fotones. Existen muchos detalles teóricos y experimentales en la espectroscopia hiperfina del Cesio-133 que no se discutirán en este trabajo, la referencia [4] describe de manera detallada estos puntos. En este trabajo solamente se hablará de los puntos más importantes. La Fig. 4 muestra un esquema de la técnica experimental introducida por Norman Ramsey la cual es utilizada para realizar la espectroscopia del Cesio-133 con el objeto de reproducir la unidad de tiempo utilizando filtros magnéticos para la selección de estados cuánticos. Por otro lado, la Fig. 5 muestra un esquema experimental similar pero donde se han substituido los filtros magnéticos por láseres con el objeto de hacer bombeo óptico en los niveles de energía del Cesio-133. Este último caso es justamente el esquema bajo el cual opera el CsOP-1.

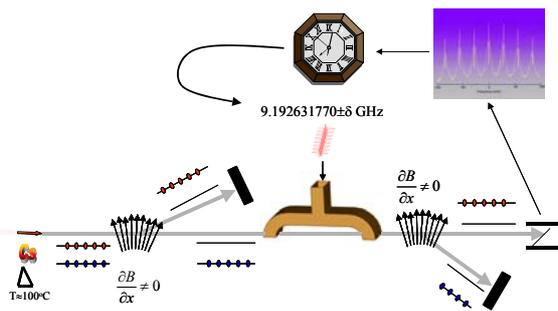


Fig. 4. Esquema de un reloj atómico de selección magnética de estados.

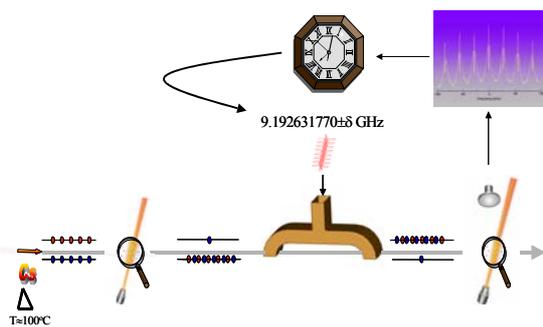


Fig. 5. Esquema de un reloj atómico de bombeo y detección ópticos.

En los experimentos a los que hacen referencia las Figs. 4 y 5 la probabilidad de transición entre los dos niveles hiperfinos del estado base del Cesio-133 es función de la frecuencia de las

microondas, esto es debido a la relación de Planck entre la energía E asociada al comportamiento corpuscular de la luz y la frecuencia ν de su comportamiento ondulatorio:

$$E = h\nu, \tag{2}$$

donde h es la constante de Planck.

La Fig. 6 muestra la forma de la dependencia de la probabilidad de transición como función de la frecuencia de las microondas.

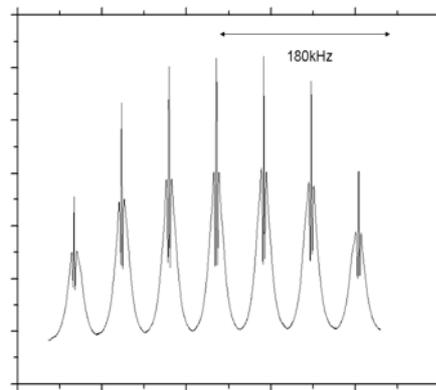


Fig. 6. Forma de la dependencia de la probabilidad de transición entre niveles hiperfinos del estado base del Cesio-133 como función de la frecuencia de las microondas. Gráfica experimental del CsOP-1. Nótese el bajo coeficiente señal-ruido alrededor de 2 000.

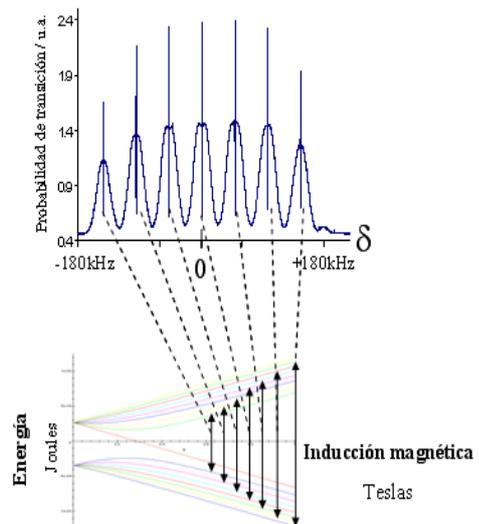


Fig. 7. Correspondencia entre el espectro de resonancias y los estados Zeeman de los niveles hiperfinos del Cesio-133.

Obsérvese la presencia de siete picos en el espectro de resonancias, cada uno de estos picos corresponde a una de las llamadas transiciones sigma entre estados Zeeman. Las transiciones sigma preservan proyección de momento angular (número cuántico m). De la Fig. 1 se sigue que solamente existen siete transiciones que preservan proyección de momento angular. Los siete estados Zeeman del nivel hiperfino bajo corresponden a los números cuánticos $m=-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ mientras que los nueve estados Zeeman del nivel hiperfino alto corresponden a los números cuánticos $m'=-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$. Así pues, los siete picos en el espectro de la Fig. 4 corresponden a las siete transiciones $m=-3 \rightarrow m'=-3, m=-2 \rightarrow m'=-2, m=-1 \rightarrow m'=-1, m=0 \rightarrow m'=-0, m=1 \rightarrow m'=1, m=2 \rightarrow m'=2, m=3 \rightarrow m'=3$, respectivamente. La Fig. 7 muestra gráficamente la correspondencia entre el espectro de la Fig. 4 y los niveles de energía mostrados en la Fig. 1.

El detalle del pico central que corresponde a la llamada transición de reloj, es de suma importancia en los patrones primarios de frecuencia ya que éste es el pico que se utiliza para la reproducción de la unidad de tiempo. La Fig. 8 muestra el detalle del pico central para el espectro de resonancias del CsOP-1.

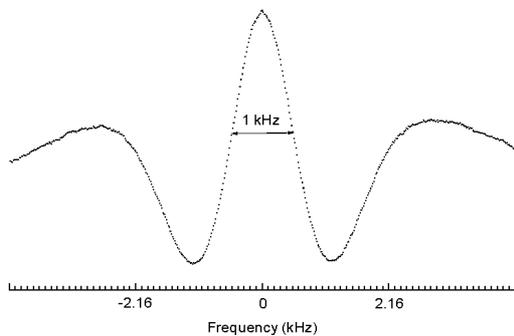


Fig. 8. Detalle del pico central del espectro de resonancias del CsOP-1. La anchura de este pico está determinada por el principio de incertidumbre de Heisenberg en su versión energía-tiempo.

El ancho del pico central presentado en la Fig. 8, está determinado por el principio de incertidumbre de Heisenberg en su versión energía-tiempo:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (3)$$

donde ΔE es la incertidumbre en la medición de la energía y Δt es el tiempo de interacción con el

sistema cuántico para la medición de la energía E . De esta relación de incertidumbre y de la ecuación de Planck se puede escribir que:

$$\Delta \nu \Delta t \geq \frac{1}{2}, \quad (4)$$

donde $\Delta \nu$ es la incertidumbre en la medición de la frecuencia de las microondas que inducen la transición hiperfina. De la geometría del CsOP-1 y de la velocidad promedio de los átomos en el haz térmico se tiene que el tiempo promedio de tránsito, entre las dos regiones de microondas con los átomos de Cesio es de aproximadamente 450 ms, lo que induce una incertidumbre en la frecuencia de las microondas de 1 000 Hz aproximadamente. El ancho total en la distribución de frecuencias del CsOP-1 según el principio de incertidumbre de Heisenberg es de aproximadamente 1 kHz, lo cual corresponde con el resultado experimental.

2.4. Bombeo Óptico

En esta sección describiremos brevemente como operan las técnicas de bombeo óptico. La agitación térmica que ocurre a 100 °C imprime suficiente energía a los átomos de Cesio para mezclar los dos niveles hiperfinos del estado base, pero no para inducir las siguientes transiciones (852 nm). Debido a esto, los átomos que emergen del horno para formar el haz ocupan con la misma probabilidad los dos niveles hiperfinos del estado base, es decir, la mitad de la población ocupa el estado bajo y la otra mitad ocupa el estado alto de energía. Para realizar la espectroscopia hiperfina con las microondas es necesario que el estado alto de energía este vacío, esto se puede lograr usando las técnicas de bombeo óptico que operan de la siguiente manera. Supóngase que un átomo ocupa el nivel hiperfino alto, si a éste átomo se le hacen incidir fotones que tengan una cantidad suficiente de energía para hacer la transición al estado $|6^2P_{3/2}, F'=4\rangle$ entonces se inducirá la transición a ese nuevo estado. Debido a que los estados excitados tienen tiempo de vida finitos, es decir, de manera espontánea el átomo bajará a un nivel de energía inferior, en el caso que nos ocupa, el tiempo de vida del estado $|6^2P_{3/2}, F'=4\rangle$ es del orden de 15 ns, después de este tiempo el átomo decae de manera espontánea al estado $|6^2S_{1/2}, F'=4\rangle$ o al estado $|6^2S_{1/2}, F'=3\rangle$ con igual probabilidad. Si decae al estado $|6^2S_{1/2}, F'=3\rangle$ entonces el átomo ocupará ese nivel de manera indefinida, pero si decae al estado $|6^2S_{1/2},$

$F'=4>$ entonces el átomo tiene otra oportunidad de interactuar con otro fotón infrarrojo y hacer la transición al estado $|6^2P_{3/2}, F'=4>$ de donde después de 15 ns decaerá nuevamente a los dos niveles hiperfinos del estado base con la misma probabilidad. Con este proceso, en el régimen de la intensidad de saturación la probabilidad P de ocupación del estado hiperfino alto, $|6^2S_{1/2}, F'=4>$, cambia en el tiempo como la siguiente sucesión lo indica:

$$P = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots \quad (5)$$

donde la probabilidad de ocupación $P = \frac{1}{2^n}$ ocurre al tiempo $15 \times n$ ns. Por ejemplo después de $n=10$ ciclos de iteración, es decir para un tiempo de 0.15 ms de interacción con los fotones infrarrojos, la probabilidad de ocupación del nivel hiperfino alto es de 5×10^{-11} , en términos prácticos el estado está vacío.

2. EFECTOS SISTEMÁTICOS EN LOS PATRONES DE FRECUENCIA DE HAZ TÉRMICO

Como ya se ha mencionado la definición del segundo del sistema internacional (SI), implica que los átomos de cesio están en reposo, sin embargo en la realización de la unidad de tiempo del SI existen interacciones que están presentes. Dichas interacciones, si bien en la mayoría de los casos son pequeñas, son a su vez numerosas y provocan efectos sistemáticos que desvían la frecuencia de los patrones de la definición ideal. Una lista de los principales efectos sistemáticos presentes en los patrones primarios de frecuencia de haz térmico. Un desconocimiento de tales efectos provoca que la incertidumbre en la frecuencia de salida de los patrones se vea incrementada hasta en 4 órdenes de magnitud. Por ejemplo el mayor de estos efectos, es el que provoca la interacción con campos magnéticos. En la operación de los patrones de haz térmico como ya se ha visto, está presente el campo magnético uniforme C , que comúnmente es alrededor de 6 μ T esto produce un corrimiento en la frecuencia de alrededor de 1.5 Hz, que en términos relativos es 1.6 partes en 10^{10} . Si no se evaluara este efecto, la incertidumbre en la reproducción de la unidad de tiempo estaría limitada a este orden de magnitud. Por otro lado el desvío de la frecuencia de los patrones de la definición, da origen a

fluctuaciones de largo plazo en la frecuencia, debido a la sensibilidad de los equipos al medio ambiente y al envejecimiento de los mismos.

2.1. Corrimiento por Efecto Zeeman de Segundo Orden

Como ya se ha mencionado la inducción magnética uniforme B_0 aplicada en la región de interacción de las microondas, produce un rompimiento de la degeneración de los niveles hiperfinos de energía del átomo de cesio haciendo posible seleccionar las transiciones con $\Delta m_F = 0$. El valor de B_0 como hemos mencionado se fija en la mayoría de los patrones de haz térmico alrededor de 6×10^{-6} T dando un corrimiento alrededor de 1,54 Hz, o en términos relativos de $1,67 \times 10^{-10}$. Este es el corrimiento en frecuencia mas grande que se tiene en un patrón de haz térmico.

El valor de la inducción B_0 puede ser estimado midiendo la separación entre las transiciones con $\Delta m_F = 0$, cuya magnitud es de 7 kHz/mT. Esta medida da el valor del promedio de B_0 a lo largo de la trayectoria de los átomos, es decir $\overline{B_0}$. Pero,

en general $(\overline{B_0})^2$ difiere de $\overline{B_0^2}$ en presencia de inhomogeneidades, siendo la diferencia pequeña cuando $\overline{B_0}$ es pequeña. En los patrones primarios de frecuencia de haz térmico, se tiene que asegurar la mayor uniformidad posible de dicha inducción magnética. Hay que señalar que en los patrones bombeados ópticamente, la ausencia de imanes permanentes hace posible una mejor uniformidad en el campo C .

La sensibilidad de la frecuencia de resonancia f_0 de los átomos de cesio a los cambios de la inducción magnética dB_0 , es proporcional tanto a dB_0 como a B_0 . Para los valores comúnmente usados de B_0 , 6×10^{-6} T, tenemos variaciones $df_0/f_0 = 10^{-14}$, para valores de $dB_0/B_0 = 3 \times 10^{-5}$. Esto implica, como ya se ha mencionado que se debe emplear un blindaje magnético eficiente alrededor de la región de microondas.

Para el análisis de este efecto comenzaremos a partir de la ecuación de Breit Rabi, que nos da la posición de las transiciones σ en función del campo electromagnético:

$$\nu_m = \nu_{hfs} (1 + mx/2 + x^2)^{1/2}, \quad (6)$$

donde m es el número cuántico magnético, tanto del estado inicial como del final y ν_{hfs} es la frecuencia que corresponde a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado base del átomo de cesio. Para las transiciones σ con $\Delta m = 0$, se tiene

$$x = (g_J - g_I)\mu_B H / (2\pi\hbar \nu_{hfs}), \quad (7)$$

donde las g , son los factores g de Landé asociados con los momentos angulares apropiados (J o I) y μ_B es el magnetón de Bohr definido como:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}. \quad (8)$$

Haciendo un desarrollo en serie de potencias en la raíz de la Ec. (6), obtenemos:

$$\nu_m = \nu_{hfs} [1 + mx/4 + x^2(1 - m^2/16)/2], \quad (9)$$

definiendo la frecuencia Zeeman ν_Z como:

$$\nu_Z = (x/4)\nu_{hfs} = (gJ - gI)\mu_B H / 8\pi\hbar, \quad (10)$$

sustituyendo esto en la Ec. (6), tenemos:

$$\nu_m = \nu_{hfs} + m\nu_Z + 8\nu_Z^2(1 - m^2/16)/\nu_{hfs}, \quad (11)$$

es decir el corrimiento por efecto Zeeman cuadrático es:

$$\nu_o - \nu_{hfs} = \delta_{QZ} \equiv 8\nu_Z^2 / \nu_{hfs}, \quad (12)$$

como podemos ver de la última Ec. (12), este corrimiento es siempre positivo.

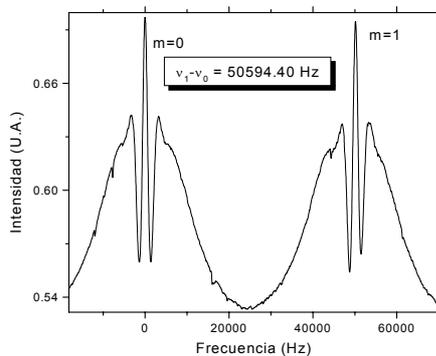


Fig. 9 Líneas adyacentes del espectro Zeeman correspondientes a $m = 0$ y $m = 1$, del CsOP-1.

Es posible encontrar el corrimiento de la frecuencia por efecto Zeeman cuadrático sin medir directamente el campo magnético que lo produce, para esto se recurre a la línea de la transición que corresponde a $m=1$ (Ver Fig. 9). Dicha línea tiene un corrimiento dado por la ecuación de Breit Rabi con $m=1$ igual a:

$$\nu_1 - \nu_{hfs} = \nu_Z + 7.5\nu_Z^2 / \nu_{hfs}. \quad (13)$$

La diferencia en frecuencias entre las líneas con $m = 1$ y con $m = 0$ es:

$$\nu_1 - \nu_0 = \nu_Z - \nu_Z^2 / 2\nu_{hfs}, \quad (14)$$

de donde:

$$\nu_Z = \nu_1 - \nu_0 + \nu_Z^2 / 2\nu_{hfs}. \quad (15)$$

Resolviendo iterativamente la Ec. (15) y reteniendo únicamente los términos cuadráticos en ν_Z tenemos:

$$\nu_Z = \nu_1 - \nu_0 + (\nu_1 - \nu_0)^2 / 2\nu_{hfs}, \quad (16)$$

con lo cual obtenemos una expresión para el corrimiento por efecto Zeeman cuadrático donde no aparece explícitamente el campo magnético:

$$\delta\nu_{QZ} = 8(\nu_1 - \nu_0 + (\nu_1 - \nu_0)^2 / 2\nu_{hfs})^2 / \nu_{hfs} \quad (17)$$

2.2. Corrimientos Rabi y Ramsey pulling

Los corrimientos Rabi y Ramsey, están relacionados con la presencia de los sub-niveles hiperfinos de $m_F \neq 0$. La presencia de estos subniveles es inherente a la interacción hiperfina que se produce con el campo C y que tiene lugar debido a que el núcleo posee un espín nuclear.

Estos corrimientos son debidos a efectos magnéticos y obviamente son mayores en los patrones con selección magnética. El corrimiento por cambio en la potencia de las microondas es prácticamente nulo en los patrones de haz térmico con bombeo y detección ópticos que usan luz linealmente polarizada. En este caso, el espectro de microondas de los átomos de cesio puede hacerse prácticamente simétrico alrededor de la transición central. Esta propiedad brinda la oportunidad de reducir el campo estático C , con lo cual el corrimiento en frecuencia por efecto

Zeeman y su respectiva incertidumbre se reduce. La simetría del espectro de microondas es una ventaja que ofrecen los patrones de frecuencia de haz térmico.

En el CsOP-1 se ha estimado un corrimiento menor a 3 partes en 10^{16} , debido a estos efectos y una incertidumbre asociada a estos efectos de 5 partes en 10^{15} . Con estos resultados consideramos que el efecto de estos corrimientos y de las incertidumbres asociadas es prácticamente nulo para las exactitudes con las que opera el CsOP-1.

2.3. Corrimiento por Desintonía en la Cavidad

Si la frecuencia en la cavidad de resonancia no está exactamente sintonizada a la frecuencia de transición que define el segundo, la amplitud del campo de las microondas varía asimétricamente alrededor de la frecuencia de resonancia, cuando la frecuencia cambia al sondear la transición. Esto produce un corrimiento en la frecuencia de transición medida conocido en inglés como *cavity pulling*.

Para describir este efecto podemos modelar la señal de potencia de la cavidad como:

$$b'(\omega) = b[1 + T_c^2(\omega - \omega_c)^2]^{-1/2}; \quad (18)$$

$$\approx b[1 - \frac{1}{2}T_c^2(\omega - \omega_c)^2]$$

la cual es una curva lorentziana y el último término se obtiene de un desarrollo en serie de potencias que podemos aplicar para pequeñas de-sintonías en la cavidad, b es la amplitud del campo a la frecuencia angular de la cavidad ω_c , $T_c = 2Q_c/\omega_c$ es una constante con unidades de tiempo, relacionada con el tiempo de decaimiento de la señal en la cavidad y Q_c es el factor de calidad de la cavidad. Los valores típicos de la constante T es del orden de decenas de ns.

La intensidad de la señal de Ramsey de la transición hiperfina de átomo de Cesio-133 está dada para frecuencias cercanas a la frecuencia de transición como:

$$I = \frac{1}{2} I_0 \int_0^\infty f(\tau) \sin^2 b \tau \times [1 + \cos(\omega - \omega_o)T] d\tau \quad (19)$$

La frecuencia a la cual el lazo trabajará será aquella en la cual el máximo de la señal ocurra. Es decir donde la derivada de la señal sea cero, a esta frecuencia la llamaremos frecuencia aparente y está dada por:

$$\left. \frac{dI}{d\omega} \right|_{\omega_{rc}} = \left(\frac{\partial I}{\partial b'} \frac{\partial b'}{\partial \omega} \right)_{\omega_{rc}} + \left(\frac{\partial I}{\partial \omega} \right)_{\omega_{rc}} = 0, \quad (20)$$

usando la Ec. (18) que nos da la intensidad de la señal y la siguiente relación, que nos da el promedio de tiempo de tránsito efectivo a través de la cavidad de Ramsey:

$$\bar{T}_k = \left(\frac{L}{l} \right)^k \int_0^\infty \tau^k f(\tau) \sin^2 b \tau d\tau, \quad (21)$$

con $k=2$ para una distribución de velocidades Gaussiana, el corrimiento por *cavity pulling* queda:

$$\frac{\omega_{rc} - \omega_o}{\omega_c - \omega_{rc}} = \frac{2T_c^2}{\bar{T}_2} b \frac{\partial(I/I_o)}{\partial b}, \quad (22)$$

donde ω_{rc} es la frecuencia aparente y ω_o es la correspondiente a la transición del segundo, podemos aproximar la Ec. (22) como:

$$\frac{\omega_{rc} - \omega_o}{\omega_c - \omega_o} = \frac{2T_c^2}{\bar{T}_2} b \frac{\partial(I/I_o)}{\partial b}, \quad (23)$$

cuando la frecuencia aparente está muy cercana a la frecuencia de transición en relación con la frecuencia de resonancia de la cavidad.

Tomado en cuenta la distribución de tiempos de tránsito y la profundidad angular de modulación el corrimiento relativo por *cavity pulling* está dado por:

$$\frac{\omega_{rc} - \omega_o}{\omega_c - \omega_o} = \frac{2T_c^2 \int_0^\infty b \tau f(\tau) \sin b \tau (1 + \cos \omega_m T) d\tau}{\int_0^\infty T^2 f(\tau) \sin^2 b \tau (\sin \omega_m T / \omega_m T) d\tau} \quad (24)$$

La Ec. (24) la podemos tomar como la definición teórica del corrimiento por *cavity pulling*, sin embargo resulta poco práctico su aplicación ya que se necesita conocer el parámetro T_c , el cual es difícil obtener con la suficiente exactitud.

El método que se usa comúnmente en los laboratorios primarios de tiempo y frecuencia es el que a continuación se describe [8].

2.3.1. Método para encontrar el corrimiento por cavity pulling

Cerca de la resonancia la señal medida en ambos lados de la línea de resonancia la podemos aproximar como:

$$S_{\pm} = S(b, \pm\omega_{mod}) + \frac{\partial S(b, \pm\omega_{mod})}{\partial b} \delta b_{\pm} + \frac{\partial S(b, \pm\omega_{mod})}{\partial \Omega_0} \Omega_0, \quad (25)$$

donde: $db_{\pm} = \pm(db/dW_0)\omega_{mod}$ y $\Omega_0 = \omega - \omega_0$ es la diferencia en frecuencia de la resonancia.

La condición de resonancia se obtiene cuando $S_+ = S_-$; es decir:

$$\begin{aligned} S(b, +\omega_{mod}) + \frac{\partial S(b, +\omega_{mod})}{\partial b} \delta b_+ + \frac{\partial S(b, +\omega_{mod})}{\partial \Omega_0} \Omega_0 = \\ S(b, -\omega_{mod}) + \frac{\partial S(b, -\omega_{mod})}{\partial b} \delta b_- + \frac{\partial S(b, -\omega_{mod})}{\partial \Omega_0} \Omega_0 \end{aligned} \quad (26)$$

La señal de Ramsey es una función simétrica en función de la frecuencia alrededor del máximo y por lo tanto su derivada respecto de la frecuencia es antisimétrica, haciendo uso de esto y sustituyendo el valor de δb_{\pm} tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S(b, \omega_{mod})}{\partial b} \delta b_+ + \frac{\partial S(b, \omega_{mod})}{\partial \Omega_0} \Omega_0 = \\ \frac{\partial S(b, \omega_{mod})}{\partial b} \delta b_- - \frac{\partial S(b, \omega_{mod})}{\partial \Omega_0} \Omega_0 \end{aligned} \quad (27)$$

Finalmente, podemos encontrar el corrimiento en la frecuencia angular:

$$\Omega_0 = - \left(\frac{\partial S}{\partial b} / \frac{\partial S}{\partial \Omega_0} \right) \frac{db}{d\Omega_0} \omega_{mod}. \quad (28)$$

La intensidad en la señal es directamente proporcional a la probabilidad P de la transición en los niveles hiperfinos que definen al segundo, por lo cual el corrimiento en frecuencia lo podemos poner como:

$$\delta v_c = - \left(\frac{\partial P}{\partial b} / \frac{\partial P}{\partial \Omega_0} \right) \frac{db}{d\Omega_0} v_{mod}. \quad (29)$$

Las derivadas parciales involucradas en la ecuación anterior se pueden calcular numéricamente o bien directamente cuando el experimento se está llevando a cabo. La derivada de la intensidad de campo respecto de la frecuencia resulta difícil de obtener, sin embargo podemos recurrir a una segunda ecuación de la misma forma, pero esta vez la señal usada no será la línea de Ramsey, sino el pedestal de Rabi. Las derivadas parciales serán diferentes, pero se pueden obtener de la misma manera que para la línea de Ramsey, lo importante es que la derivada de la intensidad de campo b respecto a la frecuencia es la misma en ambos casos, ya que este valor no depende de la señal medida, sino únicamente de las características de la cavidad. El corrimiento del pedestal de Rabi se encuentra de la diferencia en frecuencias respecto a una referencia de alta estabilidad, usualmente un máser de hidrógeno. De esta manera tenemos un sistema de ecuaciones simultáneas con dos incógnitas, el cual es soluble. Un aspecto importante a señalar observando la ecuación que nos da el corrimiento por Rabi *pulling* con este método, es el hecho de que este efecto se anula cuando la derivada de la señal respecto a la intensidad de campo b (o equivalentemente a la potencia) es cero, es decir cuando tenemos un máximo en la señal al variar la potencia de las microondas.

3.4. Corrimiento por Efecto Doppler a Segundo Orden

El llamado efecto Doppler a segundo orden es una consecuencia directa del efecto de dilatación del tiempo en la teoría de la relatividad especial. Aun cuando las correcciones relativistas sean pequeñas a las velocidades comunes de los átomos en un haz a temperatura de 100 °C, que es la temperatura típica a la que operan los relojes atómicos, éstas resultan importantes debido a la alta exactitud que involucran dichos relojes, que es de partes en 10¹³ o mejor.

el corrimiento por efecto Doppler a segundo orden, considerando la distribución efectiva de tiempos de tránsito éste esta dado por:

$$\frac{\omega_D - \omega_o}{\omega_o} = - \frac{L^2 \int_0^\infty \rho(T) \text{sen}^2(aT) dT}{2c^2 \int_0^\infty T^2 \rho(T) \text{sen}^2(aT) dT}, \quad (30)$$

donde L es la longitud del espacio entre las dos regiones de excitación y c la velocidad de la luz en el vacío.

A continuación se presenta una breve descripción de uno de los métodos más usados para determinar la DETT [5].

La forma de línea de Ramsey en un haz de átomos moviéndose horizontalmente y que atraviesan dos regiones de excitación idénticas, de longitud l y separadas por un espacio libre L , está dada aproximadamente por:

$$P(\lambda) = \int_0^\infty \rho(T) \text{sen}^2(2b\tau) \cos^2(\frac{1}{2}\lambda T) dT, \quad (31)$$

donde $\tau = l/v$ y $T = L/v$ son los tiempos de tránsito para un átomo con velocidad v en las regiones de excitación y libres, respectivamente, $2b$ es la frecuencia de Rabi (proporcional al campo magnético de las microondas), y $\lambda = \omega - \omega_o$ es la diferencia en la frecuencia de excitación ω al pico central de resonancia ω_o . El factor $\text{sen}^2(2b\tau)$ representa la probabilidad de excitación de Rabi, para las dos regiones de excitación. El factor $\cos^2(\frac{1}{2}\lambda T)$ introduce la interferencia desarrollada durante el tiempo que los átomos viajan en la región libre entre las dos regiones de excitación. La velocidad promedio de los átomos está representada a través de la integral sobre la distribución de tiempos de tránsito $\rho(T)$.

La integral en la Ec. (31) se puede descomponer de la siguiente manera:

$$P(\lambda) = \frac{1}{2} R(0) + \frac{1}{2} R(\lambda), \quad (3.35)$$

$$R(\lambda) = \int_0^\infty \rho(T) \text{sen}^2 aT \cos \lambda T dT, \quad (32)$$

donde $R(\lambda)$ son las franjas de interferencia de Ramsey y $R(0)$ es el llamado pedestal de Rabi. El coeficiente a es igual a $2bl/L$. Para una distribución $\rho(T)$ de ancho finito, $R(\lambda)$ se aproxima a cero para

l grandes. La Ec. (32) muestra que la forma de línea de Ramsey es precisamente la transformada coseno de Fourier de la distribución de tiempos de tránsito multiplicada por la probabilidad de transición. Al invertir la transformada se recupera $\rho(T)\text{sen}^2(aT)$.

Para obtener la distribución de tiempos debemos dividir entre las probabilidades de transición, sin embargo para ciertos valores esta probabilidad se hace muy pequeña (inclusive toma en algunos casos el valor de cero), lo que hace que los resultados de la división sean inadecuados. Para salvar esta dificultad se toman datos a diferentes valores de la potencia de las microondas, con lo cual la información de $\rho(T)$ puede ser obtenida. Para lograr esto se adopta el criterio de no usar los datos obtenidos cuyos valores de $\text{sen}^2(aT)$ sean menores a un valor de umbral, típicamente se toma el valor de 0.25. Al tener varios datos a diferentes potencias, siempre podremos encontrar alguna potencia donde $\text{sen}^2(aT) > 0.25$, para los diferentes valores de T . En la gráfica de la Fig. 10 se presentan las curvas experimentales a diferentes potencias. Se puede observar el incremento de ruido al alejarse de la potencia óptima de operación.

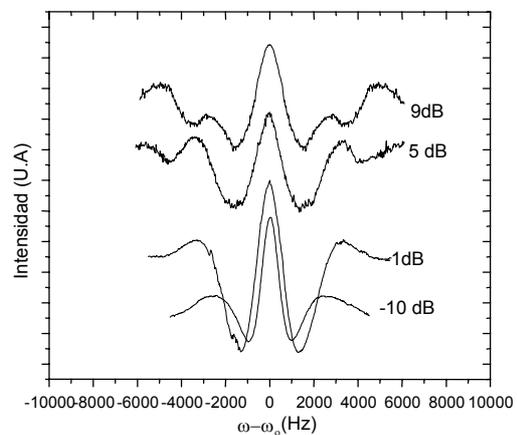


Fig. 10 formas de línea del espectro de resonancias de Ramsey para el CsOP-1 a distintas potencias de las microondas.

Para cada potencia P_j tendremos una transformada de Fourier de las formas de línea de Ramsey ($R_j(\lambda)$), las cuales las designamos por $F_j(T)$. Se define una "distribución" para cada transformada de la siguiente manera:

$$\rho_j(T) = F_j(T) / \text{sen}^2(a_j T). \quad (33)$$

Y entonces se forma el promedio ponderado de las distribuciones dividiendo entre una función de peso:

$$\rho(T) = \sum_j \rho_j(T) W_j(T) / \sum_j W_j(T); \quad (34)$$

las funciones de peso las definimos como: $W_j(T) = \text{sen}^4(a_j T)$, el cuadrado de la probabilidad de transición de Rabi. Cuando la probabilidad de transición es menor que el valor de umbral (0.25), definimos la función de peso igual a cero.

En este proceso es importante retener las intensidades relativas de las formas de línea de Ramsey, así como las de las transformadas para las diferentes potencias. Las intensidades absolutas son irrelevantes ya que al final se normaliza la distribución a la unidad. Una vez obtenida la distribución de tiempos de tránsito por este método, se puede aplicar la fórmula para el corrimiento Doppler a segundo orden y también otras fórmulas para encontrar corrimientos que dependen de la distribución de tiempos de tránsito. En la gráfica de la Fig. 11, se presenta la distribución efectiva de velocidades en el CsOP-1 obtenida a partir del método descrito.

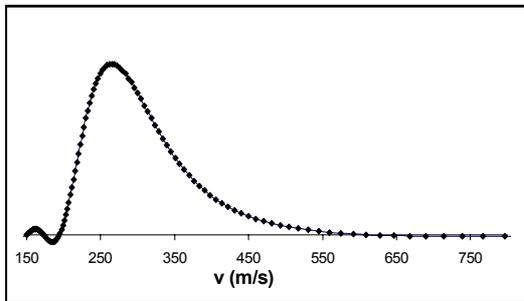


Fig. 11 Distribución de velocidades en el haz térmico de átomos de Cesio del CsOP-1. Las unidades del eje vertical son arbitrarias.

3.5. Corrimiento por Diferencia de Fase

En situaciones ideales los átomos del haz térmico de un reloj atómico de cesio interaccionan dos veces con un campo oscilante estacionario sostenido en la cavidad de microondas, sin embargo en la realidad los campos en una cavidad de microondas no son los de una onda estacionaria, sino que una onda no-estacionaria de pequeña amplitud está presente. Esta onda no

estacionaria es el resultado de las pérdidas de energía en las paredes de la cavidad y de las fugas de microondas en las terminales de las guías colocadas en los extremos de los brazos de la cavidad. Esta onda no-estacionaria acopla cualquier asimetría en las propiedades eléctricas de los dos brazos (diferencias en: longitudes, pérdidas, reflexiones, así como asimetrías en las uniones de alimentación) en una pequeña diferencia de fase ϕ entre los dos campos oscilantes. La diferencia de fase provoca un corrimiento de la frecuencia de la transición que define al segundo para átomos monocinéticos dada por [9]:

$$\Delta = - \frac{\phi}{2\pi T}, \quad (35)$$

donde T es el tiempo de tránsito entre las dos regiones de interacción. Este corrimiento se conoce como corrimiento por asimetrías en la cavidad. Es también una de las principales fuentes de incertidumbre en la reproducción del segundo en los relojes atómicos. En presencia de una distribución de velocidades, el tiempo de vuelo debe promediarse adecuadamente.

El signo del corrimiento de la frecuencia por diferencia de fase depende de la dirección del movimiento de los átomos. Este corrimiento en la frecuencia puede ser medido, en principio por la técnica del haz en retroceso [10]. Sin embargo, las mediciones con esta técnica suponen que la distribución de velocidades de los átomos es la misma para las dos direcciones de los haces. La suposición de igual distribución de velocidades en la práctica no se cumple estrictamente, debido sobre todo a que los haces son formados por dos distintos colimadores además de que la detección se hace con detectores distintos.

La frecuencia medida en el laboratorio tomando una frecuencia de referencia, se puede escribir como:

$$f = f_o + f_{of} + \sum_i f_i - f_R \quad (36)$$

donde f_o es la frecuencia de resonancia sin perturbación, que corresponde a la definición del segundo; f_{of} es el corrimiento en la frecuencia de resonancia debida a efectos que no dependen de la distribución efectiva de tiempos de tránsito (DETT), es decir no modifican la forma del

espectro de interferencia, como el efecto Zeeman cuadrático, la radiación de cuerpo negro, etc., f_R es la frecuencia de referencia que comúnmente es la de un máser de hidrógeno, para la evaluación de este efecto es fundamental contar con esta referencia de alta estabilidad.

Los términos f_i son los corrimientos que cambian las formas de la curva de resonancia. Principalmente son:

$$\sum_i f_i = C(f_m, b) + D(f_m, b) + \phi F(f_m, b) \quad (37)$$

donde C es un corrimiento por falta de sintonía en la cavidad, este corrimiento en la mayoría de los casos es pequeño; D es el corrimiento de la frecuencia por efecto Doppler a segundo orden y ϕF es el corrimiento en la frecuencia por diferencia de fase, b es la frecuencia de Rabi, proporcional a la raíz cuadrada de la potencia, f_m es la amplitud de modulación cuando el mecanismo de lazo de amarre está activo, y f es la diferencia de fase entre las dos regiones de interacción de los dos brazos de la cavidad de Ramsey.

Suponemos que las cantidades desconocidas en la ecuación anterior son $f_o - f_R$ y ϕ , mientras que los otros parámetros f_{of} , C y D pueden ser medidos o calculados por métodos conocidos [8]. La función F se calcula a partir de la distribución efectiva de tiempos de tránsito como:

$$F(a) = - \frac{\int \text{sen}^2(aT) \rho(T) dT}{\int T \text{sen}^2(aT) \rho(T) dT} \quad (38)$$

El parámetro $a = 2b/L$ ha sido descrito anteriormente.

El método mas común para evaluar el corrimiento por diferencia de fase es el denominado "haz en retroceso", el cual consiste en operar el patrón primario con un haz de átomos en sentido opuesto, esto se logra colocando un segundo horno en la terminal opuesta de la cámara de vacío. Con esto tendremos dos frecuencias mediadas, una para cada dirección del haz dadas por:

$$f_i = (f_o - f_R) + f_{of_i} + C(f_m, b)_i + D(f_m, b)_i + \phi_i F(f_m, b)_i \quad (39)$$

donde $i = 1,2$ dependiendo de la dirección del haz.

En ambos casos la frecuencia de referencia permanece constante por lo que el primer término será el mismo en ambas ecuaciones, si la trayectoria que recorren los átomos es simétrica en ambas direcciones, cabe esperar que los corrimientos por cavity pulling y por efecto Doppler de segundo orden sean los mismos en ambas direcciones, finalmente, por tratarse de la misma cavidad el factor de diferencia de fase será el uno el negativo del otro, es decir:

$$\phi_1 = -\phi_2 \quad (40)$$

Por lo que la diferencia de fase se puede obtener como:

$$\phi = \frac{f_1 - f_2}{2F} \quad (41)$$

Sin embargo, la técnica por haz de retroceso tiene algunas limitantes, como se ha visto se requiere una simetría perfecta en la trayectoria de los haces atómicos. De otra manera la variación espacial en cada brazo de la cavidad produce una fase diferente para cada dirección del haz y esto da como resultado distintas diferencias de fase. Mas aún la distribución de tiempos de tránsito debe ser la misma para ambas direcciones, esto para poder garantizar que los corrimientos que dependen de este parámetro sean los mismos en ambas direcciones. Si ponemos:

$$S_i = C(f_m, b)_i + D(f_m, b)_i \quad (42)$$

Que en general son distintos para ambas direcciones, entonces podemos obtener la diferencia de fase. Tomando en cuenta este hecho tenemos:

$$\phi = \frac{(f_1 - S_1) + (f_2 - S_2)}{2F} \quad (43)$$

Como vemos, a la frecuencia medida se la hacen las correcciones por cavity pulling y por efecto Doppler, y eventualmente todas aquellas correcciones cuyo efecto dependa de la distribución de tiempos de tránsito, de la potencia y/o de la amplitud de modulación.

Por otra parte Ala'a Makdissi, et al [6] han desarrollado un método para evaluar el

corrimiento por diferencia de fase usando únicamente un solo haz de átomos, este método se describe brevemente a continuación.

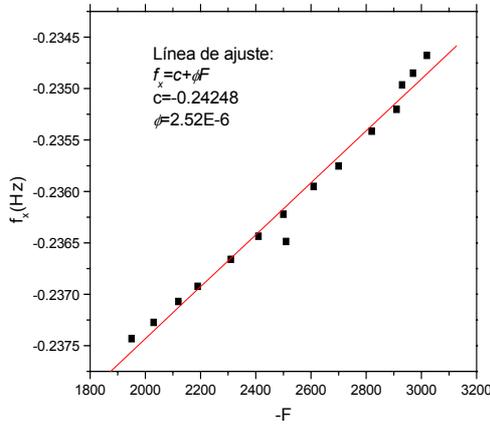


Fig 12. Valores experimentales obtenidos en el CsOP-1 con el objeto de evaluar el corrimiento fraccional de frecuencia debido a la asimetría de la cavidad de microondas.

3.5.1. Método Usando un Sólo Haz de Átomos

En lo siguiente denotaremos por f_x a la frecuencia corregida por todos los efectos sistemáticos excepto para la diferencia de fase, esto es:

$$f_x = f - f_{of} - C(a) - D(a) = f_o - f_R + \phi F(a) \tag{44}$$

Poniendo $c = f_o - f_R$, entonces la Ec. (44) se puede escribir como:

$$f_x = c + \phi F \tag{45}$$

Nótese que existe una relación lineal entre f_x y F , Para poder calcular c y ϕ debemos tener por lo menos dos pares de valores, tanto para f_x como para F . En el caso de que se tengan $N \geq 2$ diferentes valores tendremos un conjunto de N ecuaciones lineales que en forma matricial se pueden representar como:

$$\begin{pmatrix} f_{x1} \\ f_{x2} \\ \vdots \\ f_{xN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & F_1 \\ 1 & F_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & F_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ \phi \end{pmatrix}; \tag{46}$$

o, equivalentemente:

$$f_x = M\Theta \tag{47}$$

La matriz Θ se puede obtener por medio de algún método de minimización, como el de mínimos cuadrados. La diferencia de fase ϕ estará dada por la pendiente de la recta calculada por el método de mínimos cuadrados. Nótese que con este método se puede calcular ϕ sin la necesidad de tener las dos direcciones del haz de átomos, es decir, la diferencia de fase ϕ se calcula con un sólo haz. En la gráfica de la Fig. 12 se presentan los resultados experimentales para el análisis del corrimiento de fase por asimetrías en la cavidad usando el método de un sólo haz.

3.6. Corrimiento Gravitacional

Cualquiera que sea el mecanismo del funcionamiento de los relojes la frecuencia de los mismos dependerá del potencial gravitacional en el cual se localicen. Esto se explica a partir de la teoría de la relatividad general.

Nos restringiremos a relojes colocados en o cerca de la superficie terrestre A partir de dicha teoría, a un fotón de energía $h\nu$ se le puede asociar una masa m si se hace uso de la conocida fórmula $E = mc^2$. Haciendo un análisis de conservación de energía a dos diferentes posiciones con una diferencia de alturas H para un fotón de energía inicial $E_1 = h\nu_1$, cambiando su energía a $E_2 = h\nu_2 + mgH$ tenemos por conservación de energía:

$$E_1 = E_2, \tag{48}$$

lo cual implica:

$$h\nu_1 = h\nu_2 + mgH. \tag{49}$$

Ahora, sustituyendo el valor de $m = E/c^2$ a la altura H tenemos: $m = h\nu_2/c^2$, de esta manera la Ec. (49) nos queda:

$$h\nu_1 = h\nu_2 + (h\nu_2/c^2)gH \tag{50.a}$$

$$= h\nu_2(1 + gH/c^2). \tag{50.b}$$

Lo que implica un corrimiento relativo en la frecuencia dado por:

$$\frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu_2} = \frac{gH}{c^2} = 1.09 \times 10^{-16} H. \tag{51}$$

Para la generación de la escala de tiempo internacional se toma por convención el origen del potencial gravitacional en el geode rotante, por lo que aplicando la teoría general de la relatividad tendremos un incremento de la frecuencia de un reloj que es operado por encima del geode rotante en un factor de 1.09×10^{-16} en unidades relativas por metro.

3.7. Efectos por Campo Eléctrico

Los campos eléctricos estáticos dentro de la cámara del haz de cesio son bastante pequeños, además el corrimiento de energía por efecto Stark D.C. depende cuadráticamente con el campo por lo que puede ser despreciado, es decir el corrimiento en frecuencia es menor que 10^{-16} en valor relativo. Por otra parte el corrimiento por efecto del campo eléctrico alterno provocado por radiación de cuerpo negro dentro de reloj puede ser significativo. Los corrimientos por los efectos Zeeman y Stark han sido calculados [11]. El corrimiento por efecto Zeeman A.C. es muy pequeño, su valor relativo es alrededor de -10^{-17} , por lo que también puede ser despreciado.

Si consideramos la cámara del reloj atómico de cesio como un cuerpo negro, entonces el campo electromagnético en equilibrio termodinámico con el reloj a temperatura T , en el intervalo de frecuencias $(\nu, \nu+d\nu)$, tiene una energía por unidad de volumen dada por:

$$\rho(\nu)d\nu = \frac{8\pi h \nu^3 d\nu}{c^3 [\exp(h\nu / kT) - 1]} \quad (52)$$

En el mismo rango espectral la densidad de energía del campo eléctrico E y la inducción magnética B de la radiación de cuerpo negro es:

$$\frac{1}{2}(\epsilon_0 \langle E^2(t) \rangle + \mu_0^{-1} \langle B^2(t) \rangle) = \rho(\nu)d\nu \quad (53)$$

Suponiendo que la energía electromagnética se almacena en partes iguales en las componentes eléctricas y magnéticas, tenemos:

$$\epsilon_0 \langle E^2(t) \rangle = \mu_0^{-1} \langle B^2(t) \rangle = \int_0^\infty \rho(\nu)d\nu = \frac{8\pi^5 (kT)^4}{15 (ch)^3} \quad (54)$$

De donde obtenemos:

$$\begin{aligned} \langle E^2(t) \rangle^{1/2} &= 831.9(T / 300)^2 \\ \langle B^2(t) \rangle^{1/2} &= 2.755 \times 10^{-6} (T / 300)^2 \end{aligned} \quad (55)$$

El corrimiento de energía fraccional en los niveles hiperfinos por efecto Starck A. C. en átomos alcalinos es [7]:

$$\left. \frac{\Delta E_{HFS}}{E_{HFS}} \right|_{AC} = -k_E \langle E^2(t) \rangle, \quad (56)$$

usando el valor de $k_E = 2.44 \times 10^{-20}$ para el átomo de cesio [7], y con la Ec. (56) el corrimiento fraccional en la frecuencia es:

$$\frac{\Delta \nu_{HFS}}{\nu_{HFS}} = -1.69 \times 10^{-14} (T / 300)^4 \quad (57)$$

4. EVALUACIÓN DE EFECTOS SISTEMÁTICOS EN EL CsOP-1

En la Tabla 1, se muestran los parámetros de operación normales del CsOP-1.

Tabla 1 parámetros de operación del CsOP-1.

Temperatura del horno	100 °C
Región de tránsito	110 mm
Región de interacción	12 mm
Velocidad atómica promedio	215 m/s
Ancho de línea de la transición de microondas	9 500 Hz
Intensidad de campo C	7.6 μT

Tabla 2. Principales efectos sistemáticos evaluados en el CsOP-1

Efecto	Corrimiento Relativo x 10 ⁻¹³	Incertidumbre Relativa X 10 ⁻¹⁴
Zeeman a 2º Orden	2 410	20
Doppler a 2º Orden	-4,2	0,2
Gravitacional	2,09	< 0,1
Cuerpo Negro	-15,1	0,1
Asimetría en la Cavidad	-6,1	5
Desintonía en la Cavidad	32,4	8

En la Tabla 2 se presentan los resultados de los principales efectos sistemáticos evaluados en el

CsOP-1. Se observa que el efecto que más influye en la incertidumbre es el efecto Zeeman a segundo orden. Después de un amplio estudio de las variaciones por efecto Zeeman, se concluyó que con el blindaje magnético del CsOP-1, no era posible minimizar la incertidumbre en el efecto Zeeman, es decir, el blindaje magnético limitaba fuertemente, la exactitud en este artefacto.

5. PRINCIPALES MODIFICACIONES AL CsOP-1

Con base en lo anterior, y tomando en cuenta la limitación mencionada anteriormente debido al principio de incertidumbre de Hesiengberg, dada la longitud de la cavidad, se decidió construir una nueva cavidad de Ramsey con una dimensión en la trayectoria entre las dos regiones de interacción tres veces mayor, y al mismo tiempo se diseñó un blindaje magnético adecuado que minimice el corrimiento por efecto Zeeman no controlado debido a campos magnéticos externos. Este blindaje magnético, consiste en una serie de tres cilindros concéntricos alrededor de la cavidad de Ramsey, fabricados a partir de una de las aleaciones con más bajo coeficiente de permeabilidad, conocida como mu-metal. Como es de notar, la cámara de vacío que alberga la cavidad de Ramsey, los blindajes magnéticos, la bobina de campo C, las regiones de interacción ópticas, y los hornos de cesio, fueron totalmente rediseñados. El conjunto de estos elementos forman lo que se conoce como tubo de cesio. Un diagrama esquemático del tubo de cesio se presenta en la Fig. 13.

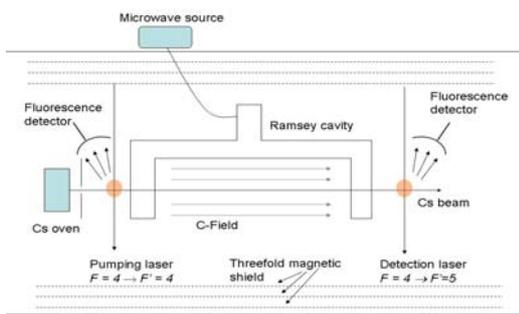


Fig. 13. Esquema del tubo de cesio, modificado del CsOp-1.

Una diferencia en el diseño de la nueva cavidad de Ramsey, es que esta última es del tipo H, es decir, el campo magnético alterno es co-lineal al haz atómico en la región de interacción. Dado que para generar las siete transiciones σ del efecto

Zeeman, se requiere que tanto el campo magnético oscilante como el estático (campo C), sean paralelos, la bobina que genera dicho campo se ha diseñado de forma solenoidal, un embobinado alrededor de un tubo de aluminio que cubre la cavidad de Ramsey, la bobina de campo C, se ha diseñado de tal modo que presente la mayor uniformidad en la región donde se encuentra la cavidad de Ramsey, colocando para esto un par de bobinas compensadoras en los extremos del tubo de aluminio.

6. FUENTE DE LUZ

En la Fig. 14 se muestra el arreglo óptico que usado en el CsOp-1. Un láser DBF de alta potencia provee la luz necesaria para el bombeo y la detección, con una potencia de 15 mW, operando a 852 nm de longitud de onday un ancho de línea de 1 MHz. Este láser es estabilizado por medio de espectroscopía de modulación en frecuencia (FM) a la transición: $|6^2_{s_{1/2}, F=4}\rangle \rightarrow |6^2_{p_{3/2}, F'=5}\rangle$ de la línea D₂ del cesio [7]. La señal de error, es generada usando una frecuencia de modulación de ± 130 kHz a 500 kHz. Con la ayuda de retardadores de media onda y un divisor de haz polarizado, el haz del láser se divide en dos haces. Un haz es usado como el haz de detección y el segundo haz es corrido hacia el rojo en 251 MHz usando dos moduladores acusto-ópticos. Es decir, este haz corresponde a la transición $|6^2_{s_{1/2}, F=4}\rangle \rightarrow |6^2_{p_{3/2}, F'=4}\rangle$, la cual es usada en el bombeo óptico.

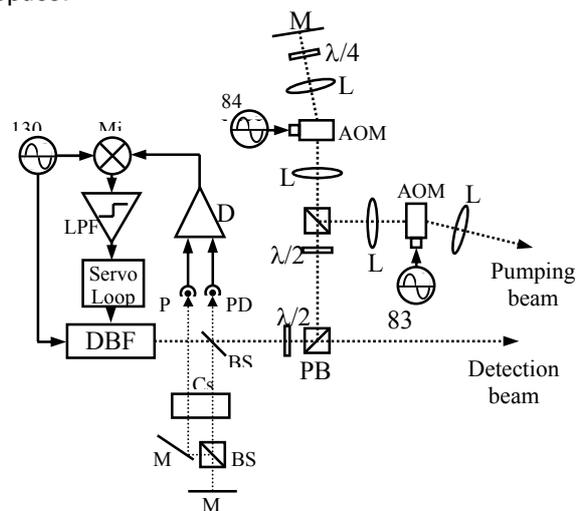


Fig.14. Esquema de la trayectoria del láser en CsOp-1.

Con las modificaciones hechas al CsOP-1, se espera que la línea de Ramsey central tenga un ancho de alrededor de 300 Hz, como se muestra en la Fig. 15. Además dadas las mejoras en los blindajes magnéticos, podremos reducir la incertidumbre en por efecto Zeeman. Se espera que al final de las evaluaciones por efectos sistemáticos el CsOP-1 opere con una incertidumbre de partes en 10^{14} .

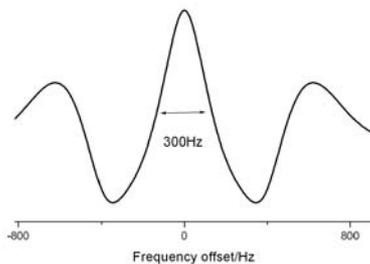


Fig.15. Línea central de Ramsey teórica, esperada en el CsOP-1 después de las modificaciones implementadas.

7. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha presentado una breve revisión de la operación de los relojes atómicos, así como los principales efectos sistemáticos presentes en dichos relojes. Se han presentado los resultados experimentales de la operación del CsOP-1, el primer reloj atómico diseñado y construido en el CENAM. Después de una evaluación exhaustiva de efectos sistemáticos sobre el CsOP-1, se determinó que la incertidumbre asociada con la operación del mismo, era de alrededor de 3 partes en 10^{13} , y que la misma no podía mejorarse sin antes realizar una serie de cambios importantes, principalmente en los blindajes magnéticos, una limitación que ocasionaba la mayor contribución en la incertidumbre por efecto Zeeman. Por otra parte la cavidad de Ramsey que por su longitud presentaba una limitante dada por el principio de incertidumbre de Heisenberg se decidió cambiarla con una nueva de longitud tres veces mayor, lo que permitirá reducir tres veces el ancho de línea de Ramsey, mejorando por lo menos en un orden de magnitud la exactitud del CsOP-1. El nuevo blindaje magnético desarrollado, permitirá en teoría, que la incertidumbre por efecto Zeeman a segundo orden se vea reducida en dos órdenes de magnitud. Al final de la evaluación de efectos

sistemáticos en el CsOP-1, se espera que el reloj opere con una incertidumbre de alrededor de 4 partes en 10^{14} .

REFERENCIAS

- [1] S. López et al, *Proc of the CEPM 2002*, pp. 454-455.
- [2] E. de Carlos L. et al, *Superficies y Vacío*, **11**, pp. 88-93.
- [3] *Resolution 1 de la 13ª Conferencia Générale des Poids et Mesures (CGPM, 1967-1968)*, ver también *Metrologia* **4**, 43 (1968).
- [4] Jacques Vanier and Claude Audoin, "The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards", Editado por Adam Hilger, Bristol and Philadelphia, 1989.
- [5] J. Shirley, *IEEE Tran. on Instruments and Measurements.*, **46**, 2, Abril 1997.
- [6] [10] Ala'a Mkdissi et.al *IEEE Tran. on Instruments and Measurements.*, **48**, 2, Abril 1999.
- [7] E. de Carlos L. et al, *Revista Mexicana de Física*, **50** (6), pp. 569-578, 2004.