

# Uso de Eigenmodos de Polarización para Caracterizar la Birrefringencia de una Fibra Óptica Monomodo

Diana Tentori,<sup>a</sup> Fernando Treviño Martínez,<sup>b</sup> César Ayala Díaz<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada  
km 107 Carretera Tijuana-Ensenada, 22860, Baja California, México.  
diana@cicese.mx

<sup>b</sup> Universidad Autónoma de Nuevo León  
Pedro de Alba S/N, Ciudad Universitaria, 66450, Nuevo León, México.

<sup>c</sup> Universidad Autónoma de Baja California  
km 107 Carretera Tijuana-Ensenada, 22860, Baja California, México.

## RESUMEN

En este trabajo se liga el concepto matemático de eigenmodo, al estado de polarización que se propaga sin modificarse; relacionándolo con el retardo homogéneo. Haciendo uso de este concepto y de las propiedades geométricas de la esfera de Poincaré se discuten los resultados obtenidos al evaluar la birrefringencia residual de una fibra monomodo no centrifugada, comparándolos con los obtenidos para una fibra torcida en frío.

## 1. ANISOTROPÍA DE FIBRAS MONOMODO

El término elemento de polarización, designa a cualquier elemento o sistema óptico que, a pesar de su arquitectura específica, cambia el estado de polarización de la luz; aunque los mecanismos que modifican el estado de polarización sean diferentes en cada caso [1]. En ese sentido, debido a su anisotropía, las fibras son también elementos de polarización.

El estado de polarización de una señal que se transmite a través de una fibra óptica cuyas pérdidas dependientes de la polarización son despreciables, se describe en términos de dos ondas planas con estados de polarización ortogonales. En un medio grueso estas ondas están acopladas a través de los elementos fuera de la diagonal del tensor dieléctrico, lo que se traduce en un cambio continuo del estado de polarización de la señal luminosa a lo largo de su trayecto. En particular, un elemento que no despolariza la luz puede representarse usando el formalismo matricial de Jones [2], a través de una matriz  $2 \times 2$  o bien, usando un formalismo matricial más amplio, el formalismo de Mueller, basado en matrices  $4 \times 4$  y vectores de Stokes [3]. En ambos casos, las propiedades de los elementos de polarización se describen usando el mismo conjunto de parámetros.

En muchas ocasiones, para simplificar la descripción matemática, resulta conveniente usar

eigenpolarizaciones de la matriz de birrefringencia (de Jones o de Mueller) para el análisis de los elementos de polarización. Sin embargo, si en el modelo se incluye un enfoque físico; i.e. la idea de que las eigenpolarizaciones son aquellos estados de polarización de la luz que no cambian cuando se propagan a través del elemento de polarización, se simplifica el problema matemático.

La sencilla y clara definición matemática y el comportamiento físico de los eigenmodos de polarización y sus eigenvalores han permitido sugerir clasificaciones para los elementos de polarización basadas en sus propiedades. Entre estos elementos de polarización se encuentran los retardadores elípticos [4] y los elementos heterogéneos [5], considerados en este trabajo.

## 2. ESFERA DE POINCARÉ: EIGENMODOS DE POLARIZACIÓN

Para caracterizar la birrefringencia residual de fibras ópticas usamos una técnica polarimétrica, Fig. 1, basada en las propiedades geométricas de la esfera de Poincaré [6]. La muestra se mantiene recta, en una posición fija entre dos acopladores (aire-fibra, fibra-aire) por lo que se trabaja con muestras cortas ( $\sim 1.5$  m). La determinación de las coordenadas de los modos de polarización; i.e. de las coordenadas esféricas asociadas a su longitud y latitud, se realiza usando una señal monocromática, por lo que en

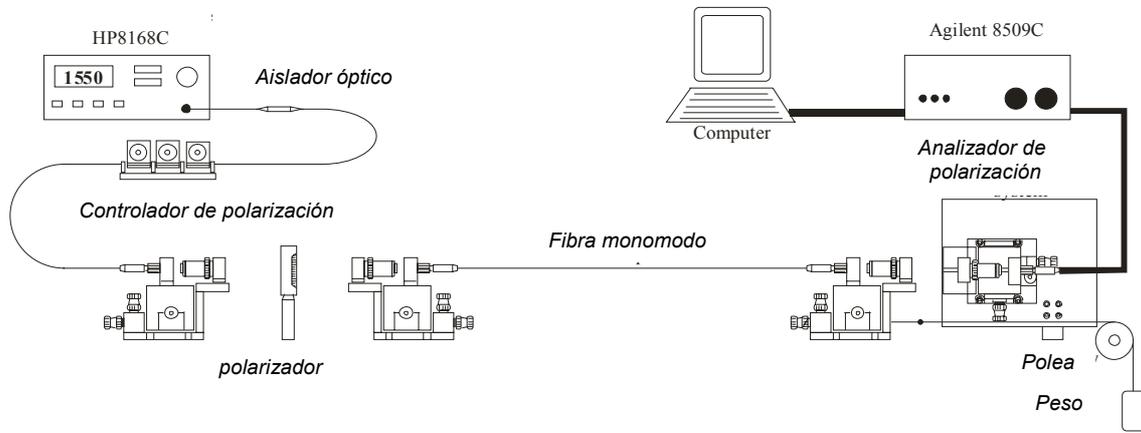


Fig. 1. La señal monocromática proviene de un diodo láser sintonizable HP8168C. Se usa un controlador de polarización y un objetivo de microscopio para producir un haz de luz colimado, circularmente polarizado, que ilumina al polarizador de entrada. La muestra se mantiene bajo condiciones mecánicas y térmicas fijas. El analizador de polarización Agilent 8509C mide el estado de polarización de salida.

este caso no es necesario suponer un conocimiento *a priori* de la dispersión de la birrefringencia [7]. Se usa el mismo arreglo óptico para evaluar los parámetros de birrefringencia y, para verificar la calidad de los resultados obtenidos.

Para describir a un retardador elíptico dentro del formalismo de Mueller se usa la matriz:

$$M_e = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 2 \cos^2 \sigma \sin^2 \delta & -\cos \sigma \sin 2\delta & -\sin 2\sigma \sin^2 \delta \\ 0 & \cos \sigma \sin 2\delta & \cos 2\delta & \sin \sigma \sin 2\delta \\ 0 & -\sin 2\sigma \sin^2 \delta & -\sin \sigma \sin 2\delta & 1 - 2 \sin^2 \sigma \sin^2 \delta \end{pmatrix}$$

donde  $(\pi/2 - \sigma)$  es el ángulo de elipticidad de la birrefringencia elíptica y  $\delta$  es el ángulo de retardo entre los modos de polarización asociados a  $M_e$  [8]. Por lo general el eje rápido de la muestra recta de fibra (sin torcer) forma un ángulo azimutal  $\varphi \neq 0$  con respecto al sistema de laboratorio. Por tanto, la matriz que describe la birrefringencia de la fibra debe modificarse de acuerdo a la siguiente relación [1,9]:

$$M_{e\alpha} = R(-2\alpha) M_e R(2\alpha); \tag{1}$$

donde

$$R(2\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ 0 & -\sin 2\alpha & \cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

es una matriz de rotación.

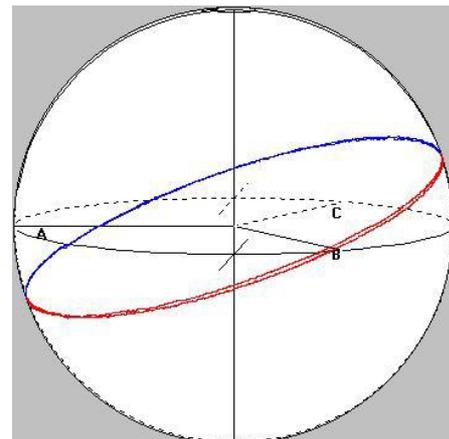


Fig. 2. Círculo mayor descrito por el estado de polarización de salida (el polarizador giró 360°).

Cuando la evaluación se realiza sobre una banda espectral, resulta más práctico y más preciso usar señales de entrada linealmente polarizadas, ya que la orientación del eje del polarizador lineal puede usarse para definir el ángulo azimutal de la señal, para cualquier longitud de onda en una banda espectral amplia (350 nm a 2 500 nm para un prisma polarizador de calcita). El estado de polarización de estas señales, con ángulo azimutal  $\varphi$ , se describe usando el vector de Stokes:

$$S_m = (1 \cos 2\varphi \sin 2\varphi 0)^t, \tag{3}$$

donde el superíndice  $t$ , indica transpuesta. Cuando se varía en forma continua el ángulo azimutal del

estado de polarización lineal de entrada ( $\varphi_{in}$ ), el estado de polarización de la señal a la salida de la fibra describe un círculo mayor como el que se muestra en la Fig. 2, cuyo eje de giro e inclinación con respecto al plano del ecuador dependen de los parámetros del retardador (ángulo azimutal, ángulo de elipticidad, longitud). En los puntos en los que este círculo mayor cruza al ecuador, el estado de polarización de salida ( $\mathbf{S}_{out}$ ) de una señal con un estado de polarización lineal de entrada ( $\mathbf{S}_{in}$ ), es también lineal. En este caso, como se muestra en la Fig. 3, el ángulo azimutal del estado de polarización lineal de entrada ( $\varphi_{in}$ ) y el ángulo azimutal del punto que representa al estado de polarización lineal de salida ( $\varphi_{out}$ ) tienen una posición simétrica con respecto al eje de simetría que define los modos propios de polarización del retardador [6]. Esta simetría nos permite calcular el valor del ángulo azimutal del retardador,  $2\alpha$ :

$$2\alpha = \varphi_{in} + \frac{\varphi_{out} - \varphi_{in}}{2} \tag{4}$$

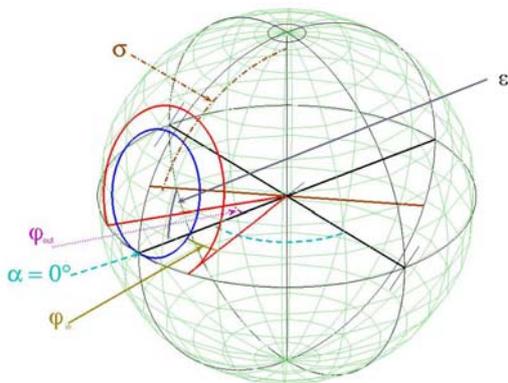


Fig. 3. El estado de polarización de la señal de entrada evoluciona siguiendo una trayectoria circular a lo largo de un retardador homogéneo. En la figura se muestran dos trayectorias, asociadas a dos estados de polarización de entrada lineales.

Una vez que se conoce el ángulo azimutal del eje rápido de la fibra, podemos hacer  $\varphi = 0$  rotando el polarizador que define el estado de polarización de la señal de entrada un ángulo  $\alpha$  ( $2\alpha$  sobre la esfera de Poincaré). En lo que se refiere a la descripción teórica, esto equivale a multiplicar los datos del estado de polarización de salida ( $\mathbf{S}_{out}$ ) por la matriz de rotación  $\mathbf{R}(2\alpha)$ :  $\mathbf{S}'_{out} = \mathbf{R}(2\alpha) \mathbf{S}_{out}$ , donde:

$$\mathbf{S}_{out} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\varphi(1 - 2\cos^2 \sigma \sin^2 \delta) - \sin 2\varphi \cos \sigma \sin 2\delta \\ \cos 2\varphi \cos \sigma \sin 2\delta + \sin 2\varphi \cos 2\delta \\ -\cos 2\varphi \sin 2\sigma \sin^2 \delta - \sin 2\varphi \sin \sigma \sin 2\delta \end{pmatrix}$$

por lo que para  $\varphi = 0$ :

$$\mathbf{S}'_{out}(\varphi = 0) = \begin{pmatrix} S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 2\cos^2 \sigma \sin^2 \delta \\ \cos \sigma \sin 2\delta \\ -\sin 2\sigma \sin^2 \delta \end{pmatrix}$$

Rescribiendo el tercer parámetro ( $S'_3$ ) empleando la propiedad de ángulo doble ( $\sin 2\sigma = 2\sin \sigma \cos \sigma$ ), despejando el término  $\sin 2\delta$ , substituyendo ( $S'_1$ ) en el tercer parámetro y simplificando se obtiene la expresión:

$$\tan \sigma = S'_3 / (S'_1 - 1) \tag{5}$$

que permite determinar el valor de la coordenada esférica  $\sigma$ , complementaria del ángulo de elipticidad ( $\sigma = \pi/2 - \epsilon$ ), para completar la caracterización del eigenmodo de polarización.

### 3. ESFERA DE POINCARÉ: ÁNGULO TOTAL DE RETARDO ENTRE EIGENMODOS

Además de la posición de los eigenmodos (ortogonales entre sí para un retardador homogéneo), la caracterización de la birrefringencia de la fibra requiere del valor del retardo  $\delta$  entre los eigenmodos de polarización.

Para un estado de polarización lineal de salida,  $S_3$  es cero, por lo que  $\sin 2\sigma \sin^2 \delta = -\tan 2\varphi \sin \sigma \sin 2\delta$ . Empleando las propiedades de ángulo doble, esta relación se simplifica obteniéndose la expresión:

$$\tan \delta = -\frac{\tan 2\varphi}{\cos \sigma} \tag{6}$$

que nos da el valor, módulo  $\pi$ , del ángulo de retardo total  $\delta$ .

Cabe recordar que los valores calculados usando funciones trigonométricas presentan siempre una indeterminación módulo  $\pi$ . Esta indeterminación es común a todas las técnicas de medida y tiene dos consecuencias:

- 1) Requiere de un criterio adicional para determinar el signo relativo de las componentes de retardo lineal y el retardo circular.
- 2) Es necesario usar una evaluación adicional para calcular el número de medios ciclos que deben añadirse para determinar el retardo total.

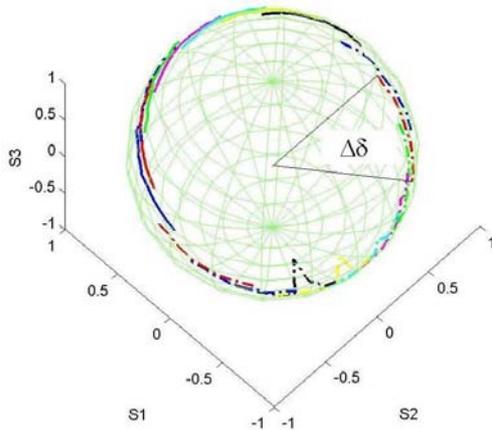


Fig. 4. Usando la técnica de barrido espectral (1520-1570 nm,  $\Delta\lambda < \pm 0.035$  nm) es posible determinar la longitud de batimiento de la polarización comparando el ángulo  $\Delta\delta$  que subtende la trayectoria entre las longitudes de onda inicial y final, con el ángulo del círculo completo (cambio de fase igual a  $180^\circ$ ).

El problema del signo se evita en este caso. El signo relativo de las componentes lineal y circular de la birrefringencia está dado por la posición de los eigenmodos sobre la esfera de Poincaré. En lo que se refiere a una expresión para el retardo total, se usa la longitud de batimiento de la polarización, medida usando un arreglo óptico distinto [10,11]. Sin embargo, también es posible realizar esta medición usando el arreglo polarimétrico utilizado para determinar la posición de los eigenmodos. En este último caso, se evalúa el ángulo circular que cubre la trayectoria del estado de polarización de salida usando la técnica de barrido espectral [6,7], comparándola con la que corresponde a una trayectoria circular completa, Fig. 4, que sobre la esfera doble corresponde a un ángulo de retardo de  $180^\circ$ .

#### 4. VERIFICACIÓN DE RESULTADOS

Utilizando los valores calculados para los ángulos esféricos que definen a los eigenmodos de polarización es posible verificar la calidad de estos. Para estados de polarización de entrada cuyas posiciones sobre la esfera de Poincaré coincidan

con las de los dos eigenmodos de polarización, la señal debe propagarse sin que su estado de polarización cambie. En la Fig. 5 se muestra un ejemplo de este resultado [6]. El estado de polarización de salida es un círculo porque no esperamos a que la fibra se estabilizara (después de removerla del arreglo para generar el estado de polarización deseado y reposicionarla).

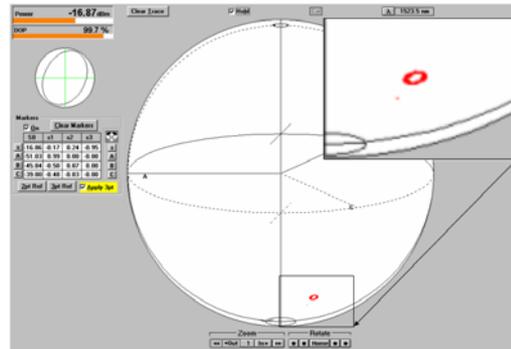


Fig. 5. Se envió a la fibra una señal cuyo estado de polarización coincide con el eigenmodo (punto). A la salida el estado de polarización es muy semejante (círculo).

#### 5. EIGENMODOS, RETARDO HOMOGÉNEO Y RETARDO HETEROGÉNEO

El estado de polarización de una señal que se propaga a través de un retardador homogéneo evoluciona siguiendo una trayectoria circular si se mapea sobre la esfera de Poincaré [7]. Además, las trayectorias circulares tienen un eje de simetría común. Los puntos en los que dicho eje de simetría interseca a la esfera de Poincaré corresponden a los eigenmodos. Puede considerarse que para esos estados de polarización de entrada, las trayectorias circulares tienen un radio igual a cero.

En el caso de una fibra centrifugada el resultado que se obtiene al realizar un barrido espectral muestra una variación ligera del estado de polarización de salida, en una región limitada de la esfera de Poincaré, Fig. 6. Las fibras centrifugadas se desarrollaron con el fin de reducir la dispersión de modos de polarización (PMD, por sus siglas en inglés), lo cual resulta evidente que se consigue. Sin embargo, también es indiscutible que las trayectorias no son circulares. Esto no coincide con la idea, aún vigente, de que la torsión induce birrefringencia circular [12-22]; ya que ésta corresponde a uno de los casos de retardo homogéneo.

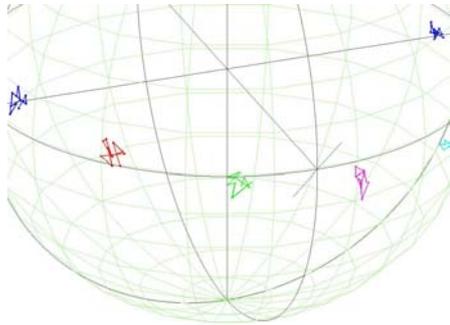


Fig. 6. Trayectorias obtenidas usando la técnica de barrido espectral (1520-1570 nm,  $\Delta\lambda < \pm 0.035$  nm), con una fibra monomodo centrifugada (spun).

Con el fin de determinar si esto se debía a falta de precisión en la medida, se automatizó el posicionamiento del polarizador de entrada y del soporte en el que se inserta el conector de la punta de entrada de la fibra [23], encontrándose que el comportamiento observado no se debe a falta de exactitud.

Dado que al usar la técnica de barrido espectral se asume que la dispersión de la birrefringencia es despreciable, es posible que usando una señal monocromática el comportamiento de la birrefringencia corresponda al de un retardo homogéneo. Cabe señalar que dentro del trabajo experimental publicado en la referencia [6] se trabajó con una fibra monomodo centrifugada (3M FS-ER-7A28). En ese caso, al usar los valores calculados para los eigenmodos de polarización, los estados de polarización de salida no resultaron similares a los de entrada, lo cual es consistente con la idea de que en este caso la birrefringencia residual de la muestra no se puede describir como la de un retardador homogéneo.

Esta caracterización se realizó también para una fibra monomodo torcida en frío, encontrándose trayectorias con características similares cuando el ángulo de torsión por unidad de longitud es grande, Fig. 7. Podemos notar en la Fig. 7 que el estado de polarización de salida tiene una dispersión cromática baja y que las trayectorias descritas no son circulares. Además, se determinaron los valores de las coordenadas esféricas de los eigenmodos de polarización usando el modelo descrito en la Sección 2. Se acopló a la fibra una señal cuyo estado de polarización coincidía con un eigenmodo y este estado de polarización no coincidió con el de salida para ninguno de los eigenmodos, para

ninguna de las 11 longitudes de onda empleadas [24].

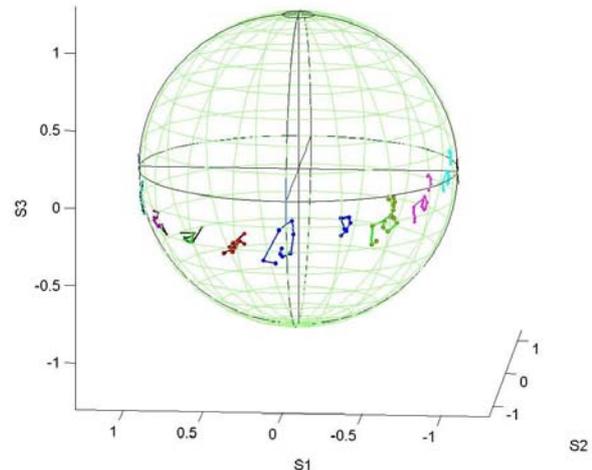


Fig. 7. Trayectorias obtenidas para una fibra monomodo torcida (59 rad/m), usando la técnica de barrido espectral (1520-1570 nm,  $\Delta\lambda < \pm 0.035$  nm).

Considerando sólo el efecto geométrico de la torsión es posible demostrar que un giro uniforme de los ejes de birrefringencia da como resultado una matriz heterogénea [25]; ya que la matriz de birrefringencia que describe la anisotropía de una fibra torcida es igual al producto de dos matrices homogéneas [5]. Para esta matriz, la ecuación de eigenvalores es válida sólo para longitudes específicas de la fibra, para las que el retardo inducido por la torsión es un múltiplo entero de  $\pi$ . Es posible que bajo diferentes condiciones se llegue a satisfacer la ecuación de eigenvalores sólo para un eigenmodo, o para modos propios que no son ortogonales. Bajo esas condiciones, la simplificación que se busca al descomponer la evolución del estado de polarización en términos de sus eigenmodos pierde las ventajas por las cuales se selecciona. El caso de una fibra en la que la birrefringencia varía de un tramo a otro, o de una sección diferencial a otra (birrefringencia azarosa) es similar, en el sentido de que su matriz de birrefringencia es igual al producto de varias matrices homogéneas.

## 6. CONCLUSIONES

La elipticidad y la orientación del eje principal de los eigenmodos de polarización están determinadas por la anisotropía de la fibra, por lo que permiten caracterizar su birrefringencia. Conceptualmente estos modos propios son estados de polarización que permanecen invariantes al propagarse a lo largo de la fibra, por lo que una vez determinados es

posible verificar la calidad de la evaluación realizada haciendo uso de dicha propiedad. Se demuestra experimentalmente que una fibra torcida es un elemento polarizador que se comporta como un retardador heterogéneo.

## AGRADECIMIENTOS

Deseamos agradecer a Miguel Farfán Sánchez su valiosa colaboración en el trabajo experimental.

## REFERENCIAS

- [1] S.N. Savenkov, O.I. Sydoruk, R.S. Muttiah, "Eigenanalysis of dichroic, birefringent, and degenerate polarization elements: Jones calculus study," *Appl. Opt.* Vol. 46, No.27, 2007, pp 6700-6709.
- [2] R.C. Jones, "A new calculus for the treatment of optical systems" *J. Opt. Soc. Am.* Vol.31, No.7, 1941, pp 488-493.
- [3] E. Collett, "Polarized Light. Fundamentals and Applications," Marcel Dekker, New York, 1992.
- [4] R.M.A. Azzam, N.M. Bashara, "Ellipsometry and polarized light," NorthHolland, 1987.
- [5] S. Lu, R. A. Chipman, "Homogeneous and inhomogeneous Jones matrices," *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol.11, No.2, 1994, pp 766-773.
- [6] D. Tentori, C. Ayala-Díaz, F. Treviño-Martínez, F.J.Mendieta-Jiménez, "Evaluation of the residual birefringence of single-mode erbium-doped silica fibers," *Opt. Commun.* Vol.271, No.1, 2007, pp 73-80.
- [7] F. Treviño-Martínez, D. Tentori, C. Ayala-Díaz, F.J. Mendieta-Jiménez, "Birefringence assessment of single-mode optical fibers," *Opt. Express* Vol.13, No.7, 2005, pp 2556-2563.
- [8] C. Tsao, Mueller matrix and Stokes vector representation for a fibre in: *Optical Fibre Waveguide Analysis*, Oxford University Press, New York, 1992.
- [9] D. Goldstein, *Polarized Light*, Dekker, NY, 2003.
- [10] T. Chartier, A. Hideur, C. Özkul, F. Sanchez, G. Stéphan, "Measurement of the elliptical birefringence of single-mode optical fibers," *Appl. Opt.*, Vol.40, No.30, 2001, pp 5343-5353.
- [11] A. J. Barlow, "Optical fiber birefringence measurement using a photo-elastic modulator," *J. Lightwave Technol.*, Vol.LT-3, No.1, 1985, pp 135-145.
- [12] R. Ulrich, A. Simon, "Polarization optics of twisted single-mode fibers," *Appl. Opt.*, vol. 18, no. 13, 1979, pp 2241-2252.
- [13] A.M. Smith, "Birefringence induced by bends and twists in single-mode optical fibers," *Appl. Opt.* vol. 19, no. 15, 1980, pp 2606-2611.
- [14] M. Monerie, P. Lamouler, "Birefringence measurement in twisted single-mode fibres," *Electron. Lett.* vol. 17, no.7, 1981, pp 252-253.
- [15] W. Eickhoff, Y. Yen, R. Ulrich, "Wavelength dependence of birefringence in single-mode fiber," *Appl. Opt.* vol. 20, no.19, 1981, pp. 3428-3435.
- [16] P. Graindorge, K. Thyagarajan, H. Arditty, M. Papuchon, "Scattered light measurement of the circular birefringence in a twisted single mode fiber," *Opt. Commun.* vol. 41, no. 3, 1982, pp 164-168.
- [17] S.C. Rashleigh "Origins and control of polarization effects in single-mode fibers," *J. Lightwave Technol.*, vol.1, no.2, 1983, pp 312-331.
- [18] A. Bertholds, R. Dändliker, "Determination of the individual strain-optic coefficients in single-mode optical fibers," *J. Lightwave Technol.* vol. 6, no.1, 1988, pp 17-20.
- [19] H.Y. Kim, E.H. Lee, B.Y. Kim, "Polarization properties of fiber lasers with twisted-induced circular birefringence," *Appl. Opt.* vol. 36, no. 27, 1997, pp 6764-6769.
- [20] D. H. O. Bebbington, A. S. Siddiqui, "Analytical description of backscattered states of polarization in polarization optical time-domain reflectometry measurements on uniformly twisted linearly birefringent optical fiber," *J. Opt. Soc. Am. A* vol. 17, no. 12, 2000, pp 2260-2266.
- [21] M. Wegmuller, M. Legre, N. Gisin, "Distributed beatlength measurement in single-mode fibers with optical time-domain reflectometry," *J. Lightwave Technol.* vol. 20, no. 5, 2002, pp 800-807.
- [22] T. Chartier, C. Greverie, L. Selle, L. Carlus, G. Bouquet, L. Montmorillon, "Measurement of the stress-optic coefficient of single-mode fibers using a magneto-optic method," *Opt. Express* vol. 11, no. 20, 2003, pp. 2561-2566.
- [23] A. Gutiérrez Beltrán, Automatización del procedimiento de caracterización de la birrefringencia de fibras ópticas monomodo dopadas con erbio, Tesis, Maestría en Óptica, CICESE, 2007.
- [24] D. Tentori, C. Ayala-Díaz, F. Treviño-Martínez, "Twist-induced birefringence in fibers and optical rotation," sometido.
- [25] D. Tentori, C. Ayala-Díaz, E. Ledesma Sillas, "Matrix model for a twisted medium: Low twist," *Proc. SPIE.* 7050-41, 2008.