

SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE HAMILTON-JACOBI PARA UN COLECTOR SOLAR EN UN SISTEMA DE DESHIDRATACIÓN

Román Bravo C., José Eduardo Flores O.
 Universidad Tecnológica del Valle del Mezquital
 Carr. Ixmiquilpan-Capula km 4, Col. El Nith, Ixmiquilpan, Hidalgo. México. CP 42300
 Tel: (759) 72 3 27 89 ext 48. E-mail: rbravo@utvm.edu.mx

Resumen: Este trabajo propone la solución de la ecuación de Hamilton-Jacobi para las condiciones de transporte de calor de una partícula fluida, utilizada en un sistema de deshidratación solar. El gradiente térmico del fluido caloportador es afectado por el sol, el cálculo indica que 99.55% de la energía solar absorbida por el sistema es energía interna, utilizada para deshidratar perecederos y el resto 0.45% de la energía es la energía de Hamilton. Para un sistema de deshidratación solar estas condiciones permiten drenar masa de manzanas en un 86% durante un periodo de exposición solar de 48 h.

1. INTRODUCCIÓN

El crecimiento poblacional y la economía de mercado aumentan la demanda de productos y energía, por lo que, es necesario utilizar los recursos naturales de la región. La mayor parte del año en el Valle del Mezquital cuenta con 320 días soleados aproximadamente, favorable para aplicaciones solares. En las poblaciones marginadas del Valle se producen frutas, legumbres y plantas aromáticas, que en temporada de producción bajan su costo por lo que, el productor prefiere no comercializarlas y dejar una parte considerable al abandono. En consecuencia es indispensable utilizar tecnologías verdes y aprovechar los recursos naturales, que mejoren su economía familiar y por ende la calidad de vida de los habitantes [1].

2. CONDICIONES DE TRANSPORTE EN EL COLECTOR DE PLACA PLANA

Para los sistemas de deshidratación es fundamental conocer la velocidad del fluido caloportador, con el objetivo de eficientar el proceso y conservar las propiedades de los alimentos. El estudio del fenómeno de transporte de calor se realiza tradicionalmente considerando la cantidad de movimiento, el transporte de energía [2] y finalmente el transporte de masa.

Partiendo del primer principio de la termodinámica $H = \sum_{\alpha=1}^n p_{\alpha} \dot{q}_{\alpha} - L$, se tiene:

$$Q - W = T + V + U \quad (1)$$

Donde Q es el calor, W el trabajo, T la energía cinética, V la energía potencial y U la energía interna. Para el colector en estudio se considera que $\frac{dT}{dt} \sim 0$, entonces $W \approx 0$.

Ahora, considerando la ecuación de enfriamiento de Newton:

$$Q = hA(T_s - T_{\infty}) \quad (2)$$

sustituyendo (2) en (1),

$$hA(T_s - T_{\infty}) = (\sum_{\alpha=1}^n p_{\alpha} \dot{q}_{\alpha} - L) + U \quad (3)$$

De la energía de Hamilton $H=T+V$ y de (3) U resulta,

$$U = hA(T_s - T_{\infty}) - (\sum_{\alpha=1}^n p_{\alpha} \dot{q}_{\alpha} - L) \quad (4)$$

$$U = hA(T_s - T_{\infty}) - \left(p\dot{q} - \left(\frac{p^2}{2m} - mhg \right) \right) \quad (5)$$

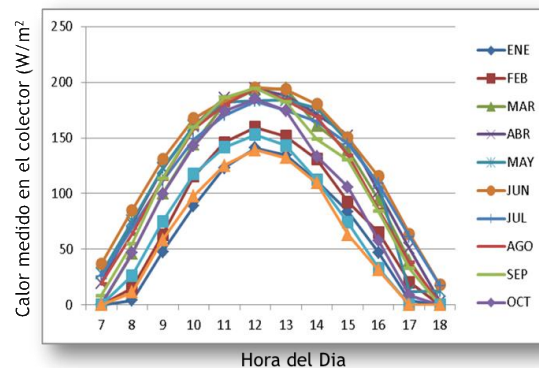


Fig. 1. Calor útil promedio medido en el colector durante el año.

Considerando las mediciones del calor útil (Figura 1), para los parámetros de entrada y salida del fluido, sobre la placa plana de un colector que se encuentra colocado hacia el sur, con una inclinación de 32°. El colector, es un prisma de base rectangular fabricado de lámina tipo pinto calibre 18, color negro mate con un aislante de poliestireno expandido de 0.0127 m, y un área del colector de 0.2 m² cubierta con vidrio de 3mm, con una distancia de separación a la placa absorbente a 0.02 m.

3. RESULTADOS

Considerando una velocidad de desplazamiento del fluido caloportador (\dot{q}) de 1cm/s, como condición inicial (este dato obtenido en [3] para \dot{q} , como referencia) y sustituyendo en la ecuación (5) se determina que:

$$U = 0.9955Q \quad (6)$$

Obtenemos que en cualquier instante de tiempo, el 99.55 % de la energía incidente en nuestra placa se transforma en incremento del gradiente térmico del fluido, por tanto, el resto será la Hamiltoniana, entonces

$$H = 0.0045Q \quad (7)$$

a su vez

$$T = 16.9 \times 10^{-6} H \quad (8)$$

o bien en términos de Q,

$$T = 76.7 \times 10^{-9} Q \quad (9)$$

Como el estado mecánico futuro del sistema está definido por la ecuación (10), que presupone que el sistema mecánico es conservativo, y el momento está definido a partir de la mínima acción (Usando $p = \partial S / \partial \dot{q}$ y sustituyendo la acción integral, resulta: $\frac{1}{2m} \left(\frac{\partial S_1}{\partial \dot{q}} \right)^2 + mgh = -\frac{dS_2}{dt}$). Resolviendo y tomando los resultados de las medidas realizadas en el colector, las condiciones iniciales como $\beta=H$ y $\gamma=0.01$ (posición inicial) se tiene

$$q = (\gamma + t) \left(\frac{\sqrt{2\beta - 2mgh}}{\sqrt{m}} \right) \quad (10)$$

$$= (0.01 + 1) \left(\frac{\sqrt{2 \cdot 0.0045Q - 2 \cdot 0.3 \cdot 9.81 \cdot 0.3}}{\sqrt{0.3}} \right) \quad (11)$$

Donde q toma un valor de 0.026m, que sería la posición de un diferencial de masa definido, en $t+1$ segundos para el caso de las condiciones de frontera propuestas, así encontramos una velocidad del fluido de 1.6 cm/s. Se puede obtener el valor de \dot{q} derivando la ecuación (10). Dado que el momento depende de la velocidad y la masa, quedará determinado el estado mecánico del sistema.

4. DISCUSIÓN

Se construyó un deshidratador constituido de tres partes, colector solar, cámara de secado y chimenea. Véase figura 2.

Al colocar un kilogramo de manzana durante 36 horas de exposición en el deshidratador, la manzana pierde el 86 % de su peso. Con secado directo al sol esta pérdida de peso tarda 72 horas. Es importante considerar las pérdidas por suciedad, se impregnan de polvo debido a la zona, las frutas se oxidan rápidamente, pierden su color natural y obtienen un mal aspecto, las atacan los insectos o los pájaros por lo que el producto se contamina, En el deshidratador se mantienen protegidas y limpias.



Fig. 2. Deshidratador solar.

5. CONCLUSIONES

La mayor cantidad de energía solar incidente sobre la placa plana del colector es utilizada para incrementar el gradiente térmico del fluido. El 99.55 % de la energía solar absorbida por el colector se convierte en energía interna, el 0.45 % de la energía restante pertenece al Hamiltoniano. El resultado de (8) es una solución de la ecuación de Hamilton-Jacobi, que permite obtener un desasplazamiento de la capa limite de 0.016 m/s, condición suficiente y necesaria para provocar la convección natural.

Por lo anterior, en 48 horas el deshidratador solar permite liberar 86% del peso de manzana rebanada.

REFERENCIAS

- [1] Flores Ortega, José Eduardo. Bravo Cadena, Román. Carvajal Mariscal, Ignacio. Análisis diferencial de las condiciones de transporte de calor en un colector solar de placa plana. Científica, vol.17, núm. 3, pp. 107-113. ISSN 1665-0654, ESIME IPN, México. 2013.
- [2] E. H. Holt, R. E. Maskell. Foundation of plasma Dynamics. The McMillan Company. Library of Congres Catalog Card Number: 65-14072. USA, pp. 156-175,1968.
- [3] D. R. Pangavhane, R. L. Sawhney, P. N. Sarsavadia. Design, development and performance testing of a new natural convection solar dryer. Energy, vol. 27, núm. 2020, pp. 579-590, 2002.