

# DISEMINACIÓN DE LA UNIDAD DE MASA A PATRONES DE 1 kg FABRICADOS EN ACERO INOXIDABLE A PARTIR DEL KILOGRAMO PROTOTIPO DE MASA DE COLOMBIA

Jhon Escobar, Jorge García,  
Instituto Nacional de Metrología de Colombia INM  
Avenida Carrera 50 No 26-55 Interior 2 - CAN  
+57 (1) 2 542222 Ext 1615, jjescobar@inm.gov.co

**Resumen:** En Noviembre de 2015 el kilogramo prototipo de masa No. 108 fue transportado desde las instalaciones del Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) en Sevrès-París a su ubicación actual en el Laboratorio de Masa del Instituto Nacional de Metrología de Colombia - INM. En el presente artículo se muestran los resultados del primer trabajo de diseminación de la unidad de masa a partir del kilogramo prototipo No. 108 a un conjunto de seis patrones de masa de 1 kg en acero inoxidable usando el método de subdivisión de mínimos cuadrados ponderados (solución por operadores de Lagrange), y se comparan estos resultados con valores reportados en certificados de calibración previos.

## 1. INTRODUCCIÓN

El Instituto Nacional de Metrología de Colombia (INM) fue creado en el año 2012, y entre sus principales tareas se cuenta el asegurar, mantener y diseminar la trazabilidad de las mediciones al Sistema Internacional de Unidades (SI). En el caso particular de la magnitud masa, el INM decidió adquirir en el año 2015 una réplica del kilogramo prototipo internacional (IPK) que actualmente se encuentra bajo custodia en las instalaciones del Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) y que corresponde con la definición actual de la unidad de masa, el kilogramo [1]. El kilogramo prototipo de masa No 108 fue entregado por el BIPM con el siguiente resultado [2]:

$$m = 1 \text{ kg} + 0.381 \text{ mg}$$

$$u_m = 0.004 \text{ mg} \quad (k = 1)$$

A partir del kilogramo prototipo de masa No 108 se realizó un primer ejercicio de diseminación del valor de masa a un conjunto de seis patrones fabricados en acero inoxidable. Este trabajo permite establecer el primer eslabón de trazabilidad en masa, ligando directamente los resultados de las mediciones realizadas en Colombia en dicha magnitud al SI.

## 2. ASPECTOS EXPERIMENTALES

Para llevar a cabo el proceso de diseminación de la unidad de masa, se escogieron seis patrones de valor nominal 1 kg fabricados en acero inoxidable, dos de ellos con geometría cilíndrica y cuatro con geometría de cuello y cabeza de botón de acuerdo a la OIML R 111-1:2004 [3]. Dos de las últimas pesas mencionadas corresponden a patrones de chequeo en calibraciones de pesas de alta exactitud (clase E<sub>1</sub> y mejores que E<sub>1</sub>).

Para obtener el valor de masa en cada una de las pruebas se siguió el método de subdivisión de mínimos cuadrados ponderados (operadores de Lagrange) descrito en [5]. Para ello se establecieron las matrices de diseño mostradas en la tabla 1, las cuales fueron realizadas por duplicado, cambiando en cada paso la columna Chequeo por los potenciales patrones de chequeo.

**Tabla 1. Matrices de diseño.**

Comparación	No 108	NIM 010100 O NIM 010102	NIM 010101 O NIM 010103	Chequeo
1	-	+		
2	-		+	
3	-			+
4		-	+	
5		-		+
6			-	+

El modelo matemático usado para el cálculo de la diferencia de masa viene dado por [5]

$$m_T = m_R + \rho_a(V_T - V_R) + \overline{\Delta m} + \epsilon_{ag} \quad (1)$$

### 2.1. Método de Mínimos cuadrados ponderados

El modelo matemático a usar viene dado por la ecuación matricial [4]

$$X\beta = Y - e \quad (2)$$

donde  $X$  representa la matriz de diseño,  $Y$  es el vector de la diferencia absoluta de masa observada,  $\beta$  es el vector columna de los valores en masa desconocidos y  $e$  es el vector de los errores desconocidos en las mediciones. El valor en masa de los patrones usados se obtiene a partir de la ecuación

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (3)$$

En donde se ha usado el modelo matemático clásico de mínimos cuadrados con multiplicadores de Lagrange, lo anterior para eliminar la singularidad de la matriz  $(X^T X)^{-1}$ . La ventaja de usar el multiplicador de Lagrange radica en que se logra conservar la condición esencial de los mínimos cuadrados que pide igual varianza para todas las observaciones, luego el estimado que se obtiene es un estimado insesgado de la varianza mínima [4].

Para la estimación de la incertidumbre de medición, se usa la matriz de varianza-covarianza en la cual los elementos en la diagonal corresponden a la varianza y los elementos fuera de la diagonal son las covarianzas. La matriz de varianza-covarianza viene dada por

$$V_B = s^2(X^T X)^{-1} \tag{4}$$

Con

$$s^2 = e^T \cdot e = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\nu} \tag{5}$$

Siendo  $e$  el vector es el vector de los residuales mostrado en la ecuación (2) y  $\nu$  son los grados efectivos de libertad.

El método de mínimos cuadrados ponderados con multiplicadores de Lagrange permite calcular una matriz de varianza-covarianza incompleta dado que sólo contiene la componente de incertidumbre tipo A. La incertidumbre tipo B se calculó teniendo en cuenta las siguientes contribuciones: corrección debida al empuje del aire, incertidumbre del kilogramo prototipo de masa e incertidumbre debida al gradiente gravitacional; adicionalmente, es necesario incluir la incertidumbre debida a variabilidad a largo plazo del proceso de medición; finalmente, la incertidumbre combinada se calcula como la suma de las matrices de incertidumbre tipo A y tipo B

### 3. RESULTADOS PRELIMINARES

Las primeras mediciones realizadas muestran un adecuado nivel de concordancia en el valor en masa para cada uno de los patrones usados, lo anterior basado en la comparación de los resultados obtenidos con respecto a certificados de calibración previamente emitidos; en la tabla 2 se observan los primeros resultados obtenidos.

**Tabla 2. Resultados obtenidos (preliminares).**

Identificación	Error en masa (mg)	$u_c$ (mg)
NIM 010100	-0.226	0.035
NIM 010101	-0.198	0.036
NIM 010108	9.262	0.037

Estos resultados pueden ser comparados con valores previos obtenidos a partir de calibraciones y/o

comparaciones previas, usando criterios estadísticos como el error normalizado [6], para verificar si los resultados son estadísticamente comparables.

**Tabla 3. Comparación estadística usando error normalizado.**

Identificación / Certificado de calibración	Valor en masa reportado	$u_c$ reportada $k=1$ (mg)	$E_n$
NIM 010100 / PTB 11127 (2013)	1 kg - 0.229 mg	0.025	-0.43
NIM 010101 / PTB 11128 (2013)	1 kg - 0.179 mg	0.025	-0.22
NIM 010108 / Histórico desde 1981	1 kg + 9.284 mg	0.050	-0.18

### 4. CONCLUSIONES

Los resultados preliminares demuestran que es posible ligar los kilogramos de referencia del INM al valor en masa del prototipo de masa No 108, luego es posible ligar las mediciones en masa en Colombia directamente al SI.

La incertidumbre expandida calculada en el INM es menor a la incertidumbre a reportar para pesas clase  $E_1$ , sin embargo es mayor a la incertidumbre reportada para pesas mejores que  $E_1$ ; se observa que la componente debida al empuje del aire contribuye significativamente a la incertidumbre total, luego es necesario que los esfuerzos del INM se enfoquen en lograr realizar mediciones bajo condiciones ambientales controladas.

### REFERENCIAS

- [1] Organisation Intergouvernementale de la Convention du Mètre, "The International System of Units (SI)", Ch 2, pp 112. Bureau International des Poids et Mesures, 8<sup>th</sup> Edition, 2006.
- [2] Certificate for 1 kg mass prototype No. 108 belonging to The Republic of Colombia, certificate No. 127 issued by BIPM on December 22<sup>th</sup>, 2015.
- [3] OIML R111-1, "Weights of classes E1, E2, F1, F2, M1, M1-2, M2, M2-3 and M3, Part 1: Metrological and technical requirements", Edition 2004 (E).
- [4] Ramírez Varas, L., "Comparación del método de calibración ortogonal con otros métodos de subdivisión y validación de la incertidumbre por el método de simulación numérica mediante Monte Carlo", Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, San José de Costa Rica, Cap 2, secciones 2.5.1 a 2.5.4, 2008.
- [5] Koshiek, M., Glaser, M., "Comprehensive mass metrology", Ed. Wiley-VCH, Ch. 3, pp 251, 2000.
- [6] Wöger, W., "Remarks on the  $E_n$  - criterion used in measurement comparisons", PTB - Mitteilungen **109** 1/99, pp 24-27.