

# DESARROLLO DEL MODELO MATEMÁTICO PARA LA CALIBRACIÓN EN MASA DE OBJETOS SÓLIDOS

Gregorio Alvarez Clara, Luis Omar Becerra Santiago  
 Centro Nacional de Metrología  
 km 4.5 Carretera a Los Cués, Municipio El Marqués, Qro. C.P. 76246 México  
 01 (442) 211 05 00 ext.: 3524 galvarez@cenam.mx

**Resumen:** A partir de la definición de masa desde el punto de vista de la mecánica clásica se desarrolla un modelo matemático para la calibración en masa de objetos sólidos, se plantean algunas restricciones que ayudan en la reducción del modelo y se indica de forma resumida la manera de obtener cada factor que influye en el modelo matemático obtenido.

## 1. INTRODUCCIÓN

Para desarrollar un modelo matemático que permita la calibración y el cálculo de incertidumbre en masa de cualquier objeto sólido, es necesario recurrir a los principios que rigen la metrología de masa. En este caso la definición de masa desde el punto de vista de la mecánica clásica:

$$F = ma \tag{1}$$

En metrología de masa la aceleración es la fuerza de gravedad  $g$ , la ecuación (1) se puede reescribir:

$$F = mg \tag{2}$$

Cuando dos masas  $m_X$  y  $m_P$  se encuentran en equilibrio como se aprecia en la figura 1. Se puede definir la siguiente relación:

$$F_X = F_P \tag{3}$$

Aplicando la ecuación (2) en (3), se tiene:

$$m_X g_1 = m_P g_2 \tag{4}$$

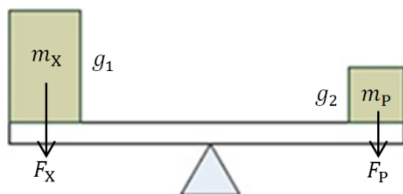


Fig. 1. Masas  $m_X$  y  $m_P$  en equilibrio.

Cuando ambas masas que no necesariamente están compuestas del mismo material, y además están inmersas en un fluido (aire, agua, material de referencia, etc.) y son sensibles a los cambios ambientales (temperatura, presión atmosférica y humedad relativa), entre otras restricciones la ecuación puede ser reescrita de la siguiente forma:

$$(m_X - \sum_{i=1}^r C_{Xi} f_{Xi}) g_1 = (m_P - \sum_{j=1}^s C_{Pj} f_{Pj}) g_2 \tag{5}$$

Dónde:

$\sum_{i=1}^r C_{Xi} f_{Xi}$  Son todas las correcciones y sus factores de corrección que afectan a la masa  $m_X$ .

$\sum_{j=1}^s C_{Pj} f_{Pj}$  Son las correcciones y sus factores de corrección que afectan a la masa  $m_P$ .

Si  $m_P$  es una masa de valor conocido por su certificado, es posible conocer  $m_X$ :

$$m_X = (m_P g_2 - (\sum_{j=1}^s C_{Pj} f_{Pj}) g_2 + (\sum_{i=1}^r C_{Xi} f_{Xi}) g_1) / g_1 \tag{6}$$

Con esta expresión se puede conocer el valor de masa de cualquier objeto.

## 2. AJUSTE DEL MODELO PARA LA CALIBRACIÓN DE OBJETOS SÓLIDOS

Como el objetivo es determinar el valor de la masa  $m_X$  a partir de métodos conocidos y simplificando la expresión (6). En metrología de masa se mide  $m_X$  y  $m_P$  en el mismo sitio y a la misma altura sobre el nivel del mar, se puede considerar:

$$g_1 \cong g_2 \tag{7}$$

Por lo tanto la ecuación (6) se reescribe de la siguiente forma:

$$m_X = m_P - (\sum_{j=1}^s C_{Pj} f_{Pj}) + (\sum_{i=1}^r C_{Xi} f_{Xi}) \tag{8}$$

Al analizar, un caso con un número limitado y homogéneo de restricciones  $s = r$  y aplicando cualquiera de los métodos de medición de masa para encontrar  $m_X$ , y sin considerar las características del instrumento para pesar, la ecuación (8) se desarrolla a la forma:

$$m_X = m_P - \rho_{a1} V_P f_{tP} f_{pX} + \rho_{a2} V_X f_{tX} f_{pX} + \delta l + \delta m_{Mag} + \delta m_{exc} + \delta g_{alturas} + \delta f_h \tag{9}$$

Dónde:

$\rho_{a1}$  Densidad del aire al medir la masa  $m_P$ .

$V_P$  Volumen de la masa  $m_P$ .

$f_{tP}$	Factor de corrección de volumen de la masa $m_p$ , debido a un cambio de temperatura.
$f_{tP}$	Factor de corrección por un cambio de volumen de la masa $m_p$ , debido a un cambio en el valor de presión.
$\rho_{a2}$	Densidad del aire al momento de medir la masa $m_x$ .
$V_x$	Volumen de la masa $m_x$ .
$f_{tX}$	Factor de corrección de volumen de la masa $m_x$ debido a un cambio de temperatura.
$f_{pX}$	Factor de corrección por un cambio de volumen de la masa $m_x$ debido a un cambio en el valor de presión.
$\delta l$	Diferencias en masa entre $m_p$ y $m_x$ .
$\delta m_{Mag}$	Corrección por los efectos magnéticos entre $m_p$ y $m_x$ .
$\delta m_{exc}$	Corrección por excentricidad de los centros de masa de $m_p$ y $m_x$ .
$\delta g_{alturas}$	Corrección por diferencias de alturas de los centros de masa de $m_p$ y $m_x$ .
$\delta f_h$	Corrección por los efectos de adsorción o des-adsorción de humedad de $m_p$ y/o $m_x$ .

Con este modelo es posible realizar la calibración en masa de objetos sólidos, debido a que se pueden conocer cada una de las componentes de la ecuación conforme a la siguiente sección.

### 2.1. Descripción para obtener las componentes del modelo matemático.

Cada componente de la ecuación (9) puede obtenerse de la siguiente forma: La densidad del aire  $\rho_a$  y su incertidumbre se calcula conforme a la fórmula del CIPM 2007 [1]. Los volúmenes de  $m_p$  y  $m_x$  pueden ser medidos de acuerdo a los métodos e incertidumbres más apropiados, de acuerdo al tipo de material del objeto sólido como referencia se puede aplicar la sección B.7 de la OIML R-111 [2]. Los factores de corrección de volumen debido a un cambio de temperatura se pueden calcular conforme a lo descrito en el apartado 6.3.1 de la guía SIM [3]. Los factores de corrección por un cambio de volumen de la masa debido a un cambio en el valor de presión se pueden calcular conforme al apartado 6.3.2 de la guía SIM [3]. Las diferencias  $\delta l$  entre la masa  $m_p$  y  $m_x$ , pueden conocerse si se aplica el apartado C.4 de la OIML R-111 [2]. La corrección por los efectos magnéticos para cualquier masa  $m$ , puede calcularse considerando el apartado 2.2 de la OIML R-111 [2]. La corrección por excentricidad  $\delta m_{exc}$ , se obtiene al relacionar la ubicación de los centros de gravedad de las masas  $m_p$  y  $m_x$  conforme a sus formas geométricas y

respecto a su ubicación al momento de colocarlas en el instrumento para pesar. Los efectos de adsorción o des-adsorción de humedad  $\delta f_h$ , deben ser estudiados cuantitativamente. La corrección por diferencias de alturas  $\delta g_{alturas}$ , se puede encontrar al implementar el apartado 4.3 de la guía para la determinación de masa del PTB [4].

### 3. RESULTADOS

El calibrar un objeto sólido no normalizado, implica tener un conocimiento amplio de cada uno de los factores que pueden impactar en un cambio en el valor de masa del objeto sólido. Se puede apreciar que la caracterización de estos factores no es sencilla en algunos casos, ya que requieren de mediciones especiales como es el caso de los efectos magnéticos y las propiedades de adsorción y des-adsorción de humedad.

### 4. DISCUSIÓN

El modelo presentado en la ecuación (9), no incluye posibles correcciones inherentes al instrumento para pesar (linealidad, excentricidad, entre otros), incluso sin estas consideraciones el modelo para calibrar un objeto sólido es más extenso que el presentado en la OIML R-111 para la calibración de pesas. Al modelo matemático de la ecuación (9), se puede aplicar la guía para la expresión de la incertidumbre y realizar el cálculo de incertidumbre que aún no ha sido considerado en esta etapa de estudio [5].

### 5. CONCLUSIONES

Se obtuvo un modelo matemático que puede ser empleado en la calibración de masa de un objeto sólido, considerando las restricciones expresadas en el presente estudio. Se indica de forma resumida la manera de obtener cada factor que influye en el modelo matemático obtenido.

### REFERENCIAS

- [1] A Picard, R S Davis, M Gläser and K Fujii, Revised formula for the density of moist air (CIPM-2007); Metrologia 45 149–155, 2008
- [2] International Recommendation R 111-1 OIML Weights of classes E1, E2, F1, F2, M1-2, M2 M2-3 y M3. Part 1: Metrological and technical requirements. Edición 2004 [E].
- [3] Guía SIM para la calibración de densímetros de tipo oscilatorio: 1ª Edición Mayo de 2016.
- [4] Guide to mass determination with high accuracy, R. Schwartz, et al. PTB-MA80e.
- [5] Evaluation of measurement data - Guide to the Expression of Uncertainty in measurements: 2008. JCGM 100:2008.