

LOCALIZACIÓN DEL CENTRO DE GRAVEDAD DE OBJETOS DE SIMETRÍA CILÍNDRICA

Talavera M., Pezet F., Lazos R.
Centro Nacional de Metrología
km, 4,5 Carr. a los Cués, Municipio El Marqués, Qro.
Tel.: (42) 11 05 00 Ext. 3524, Fax: (42) 16 26 26, email: mtaalaver@cenam.mx

RESUMEN

Dentro de la metrología de masa de alta exactitud la ubicación del centro de gravedad de las pesas da lugar a errores por efectos del gradiente vertical del campo gravitacional de la tierra, que deben ser cuantificados y corregidos, de acuerdo a la geometría de las pesas.

En este trabajo se muestra un equipo y un procedimiento para localizar la posición axial del centro de gravedad de cuerpos sólidos de forma cilíndrica, tales como los patrones de clase de exactitud E_1 y E_2 , empleando un dispositivo cuyas características son similares al usado en el BIPM (Buro Internacional de Pesas y Medidas).

INTRODUCCION

Las altas exactitudes de las mediciones de masa en un laboratorio primario, implican analizar efectos muy pequeños que intervienen en las mediciones con el fin de evitar errores sistemáticos.

Cuando se realiza con un instrumento para pesar una comparación de dos patrones de 1 kilogramo, de igual forma geométrica pero de materiales de densidades diferentes, en general varían las alturas de los centros de gravedad por lo que se debe realizar una corrección debida al gradiente vertical del campo gravitacional de la Tierra.

Una variación de 1 cm en la altura de los centros de gravedad de las pesas produce diferencias relativas del campo gravitacional de $3,14 \times 10^{-9}$ [1], la cual provoca una corrección de aproximadamente $3 \mu\text{g}$ para dos patrones de 1 kilogramo.

Aunque esta corrección es pequeña, es indispensable tomarla en cuenta en una calibración de alta exactitud, como en la calibración de patrones de masa de acero inoxidable con el prototipo N° 21 de platino-iridio o al realizar una comparación internacional con patrones de transferencia de diferente altura en donde se alcanzan incertidumbres del orden de $20 \mu\text{g}$.

Centro de Gravedad

El centro de gravedad es el punto donde, puede considerarse aplicado el peso total del cuerpo [2]. En la presencia de un campo gravitacional uniforme, el centro de gravedad coincide con el centro de masa.

Existen dos métodos para localizar el centro de gravedad de un cuerpo:

- Método dimensional (por simetría para cuerpos simétricos)
- Por equilibrio mecánico (para cuerpos irregulares)

En este trabajo se aplica el método de equilibrio mecánico para determinar el centro de gravedad de patrones de masa de forma cilíndrica con cuello y botón en la parte superior como los patrones de clase de exactitud E_1 y E_2 fabricados en una sola pieza.

EQUIPO

Se fabricó un equipo especial, sencillo, análogo al desarrollado en el BIPM [3], y se aplicó el método para localizar la altura del centro de gravedad que se describe.

El equipo consta de una barra rectangular de aleación de latón, con una hendidura a todo lo largo de la barra, en forma de "U", que se apoya en sus extremos en un par de cuchillas fabricadas en bronce, y ensambladas junto con ella. Una columna de altura variable de la misma aleación sirve como soporte para ajustar la altura a la cual se coloca la barra rectangular cuidando de que esté nivelada horizontalmente.

Cabe mencionar que estas partes pueden ser fabricada de cualquier otro material no magnético. Además se usa un instrumento para pesar de tipo electrónico, de lectura directa y de receptor de carga apoyado, con un alcance de medición de 5 100 g y

resolución de 1 mg. El arreglo del equipo se muestra en el diagrama 1.

Una de las cuchillas es colocada en la parte central del receptor de carga del instrumento, en tanto que la otra, que se encuentra ensamblada al otro extremo de la misma se coloca sobre la columna que sirve como soporte. Las cuchillas deben encontrarse a la misma altura. El receptor de carga debe mantenerse a una altura fija independientemente de la carga que soporte.

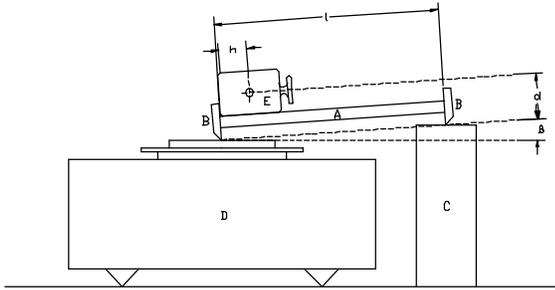


Diagrama 1: Esquema del equipo (posición 1). A: barra rectangular, B: cuchillas, C: columna, D: instrumento para pesar, E: pesa bajo prueba.

PRINCIPIO DE OPERACION

Aplicando las ecuaciones de equilibrio rotacional a la barra y la pesa, cuando el sistema mostrado se encuentra en equilibrio, se obtiene

$$h = \frac{(m_0 - m_1)}{m_0} * l + d \tan b \quad (1)$$

donde:

- h es la posición axial del centro de gravedad de la pesa.
- m_0 es el valor de la masa de la pesa.
- m_1 es la indicación del instrumento cuando la pesa se coloca sobre el lado de la barra soportada por el receptor de carga del instrumento.
- l es la longitud de la barra en forma de U.
- d es la distancia del centro de gravedad de la pesa sobre el plano definido por las cuchillas del dispositivo.
- b es el ángulo formado entre el receptor de carga del instrumento y la horizontal.

Cambiando la pesa a la posición indicada en el diagrama 2 y aplicando nuevamente las ecuaciones de equilibrio rotacional a la barra y la pesa, cuando el sistema se encuentra en equilibrio, tenemos

$$h = \frac{m_2}{m_0} * l - d \tan b \quad (2)$$

Donde:

m_2 es la indicación del instrumento cuando la pesa se coloca sobre el lado de la columna que sirve como soporte.

Eliminando b de las ecuaciones (1) y (2), obtenemos:

$$h = \left(\frac{m_0 - m_1 + m_2}{m_0} \right) * \frac{l}{2} \quad (3)$$

Se ha considerado que el ángulo (b) entre el receptor de carga del instrumento y la barra en forma de U es pequeño. Una desviación en el ángulo conduce a un error en la medición de la posición del centro de gravedad de la pesa.

Si el ángulo $b = 0$, entonces el valor de la masa de la pesa es igual a la suma de los valores de las indicaciones del instrumento, cuando se coloca en las posiciones a los extremos de la barra en forma de U.

$$m_0 = m_1 + m_2 \quad (4)$$

y se obtiene:

$$h = \frac{(m_0 - m_1)}{m_0} * l \quad (5)$$

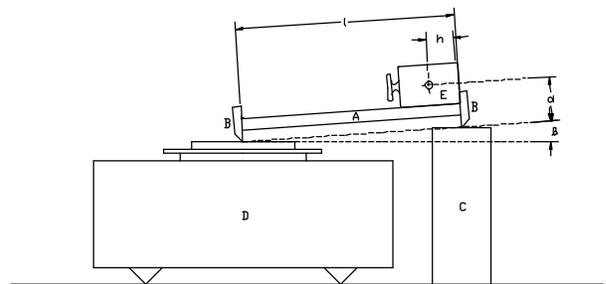


Diagrama 2: Esquema del equipo (posición 2). A: barra rectangular, B: cuchillas, C: columna, D: instrumento para pesar, E: pesa bajo prueba.

o, usando la ecuación (4):

$$h = \frac{m_2}{m_0} * l \quad (6)$$

Debe aclararse que esta es una situación que se puede alcanzar sólo de manera aproximada.

COMPARACIÓN DEL MÉTODO

Se utilizó una pesa como se muestra en el diagrama 3, como objeto de prueba, de forma geométrica simple y homogénea [4]. El valor de masa de la pesa es de aproximadamente 900 g, de acero inoxidable con una altura total de 70,04 mm y diámetros promedios de 29,95 mm y 50,00 mm determinados por métodos dimensionales con una incertidumbre de medición de $\pm 0,02$ mm a 20° C, y un factor de cobertura $k=2$

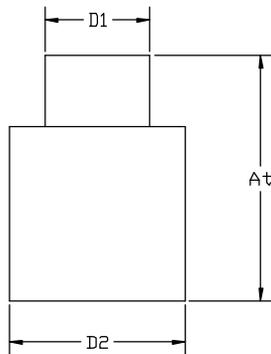


Diagrama 3: Pesa empleada como objeto de prueba. Donde A_t es la altura total de la pesa, D_1 diámetro menor y D_2 diámetro mayor.

La longitud de la barra en forma de U (l) fue determinada también por un método dimensional, obteniéndose un valor de 160,06 mm con una incertidumbre de medición de $\pm 0,02$ mm y un factor de cobertura de $k=2$.

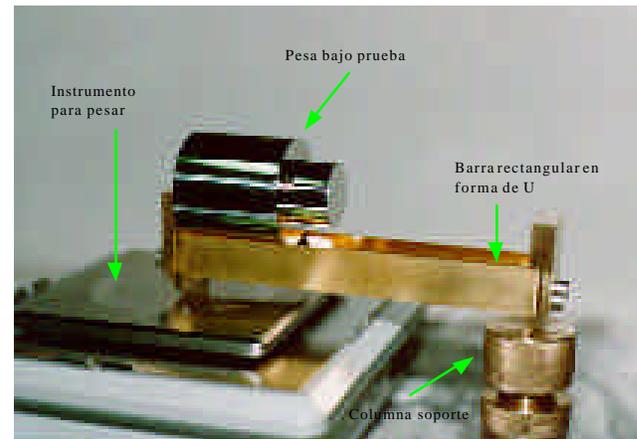
PROCEDIMIENTO

El experimento consiste en colocar uno de los lados de la barra en forma de U sobre el centro del receptor de carga del instrumento y el otro extremo sobre la columna soporte con el fin de que las dos cuchillas que soportan la barra se encuentren a la misma altura.

Cuando la barra se encuentra nivelada, el instrumento para pesar se pone en cero. Enseguida se coloca la pesa bajo prueba como se muestra en la fotografía 1, se anota la lectura como m_1 , se retira la pesa prueba, y se toma la lectura de cero, se coloca nuevamente la pesa bajo prueba en el otro extremo de la barra, y se anota la lectura como m_2 , finalmente se retira la pesa prueba, y se anota el cero del instrumento.

Este ensayo se repitió 30 veces más con la pesa bajo prueba, para evaluar la reproducibilidad del método.

El procedimiento también se aplicó para determinar la posición del centro de gravedad de tres patrones con cuello y forma de botón.



Fotografía 1: Arreglo del dispositivo.

RESULTADOS

La posición del centro de gravedad a lo largo del eje es determinada mediante la ecuación (3). En las Tablas I y II se dan los resultados para la pesa bajo prueba (forma simétrica) y para la pesa de cuello y botón.

En la Tabla 1 se muestran los resultados obtenidos por el método propuesto con el obtenido por el método dimensional.

Las mediciones realizadas para la pesa bajo prueba, localizaron la posición del centro de gravedad a $29,580 \text{ mm} \pm 0,023 \text{ mm}$, sobre la base de la pesa. La incertidumbre obtenida en la medición es debida principalmente a las incertidumbres de los valores de masa encontrados para la pesa en las diferentes

posiciones y es expresada con un factor de cobertura de $k=2$.

Tabla I

Resultados obtenidos para la pesa bajo prueba		
Descripción	Valor	Incertidumbre (k=2)
Longitud de la barra (l)	160,060 mm	$\pm 0,020$ mm
Valor de masa de la pesa (m_0)	894 088,50 mg	$\pm 0,50$ mg
Indicación del instrumento en la posición 1 (m_1)	727 150 mg	179 mg
Indicación del instrumento en la posición 2 (m_2)	163 533 mg	180 mg
Posición axial del centro de gravedad de la pesa (h)	29,580 mm	$\pm 0,023$ mm
Posición axial del centro de gravedad de la pesa (h), por el método dimensional	29,55 mm	$\pm 0,04$ mm

Tabla II

Resultados obtenidos para la pesa de cuello y botón		
Descripción	Valor	Incertidumbre (k=2)
Longitud de la barra (l)	160,060 mm	$\pm 0,020$ mm
Valor de masa de la pesa de cuello y botón (m_0)	1000 020,33 mg	$\pm 0,33$ mg
Indicación del instrumento en la posición 1 (m_1)	769 743 mg	125 mg
Indicación del instrumento en la posición 2 (m_2)	226 994 mg	242 mg
Posición axial del centro de gravedad de la pesa (h)	36,595 mm	$\pm 0,022$ mm

DISCUSIÓN

Es posible mejorar la incertidumbre de medición en la determinación de la altura del centro de masa

- ◆ Si se mejora el acabado superficial de la barra rectangular, para la pesa bajo prueba y para la columna soporte.
- ◆ Con un control más eficaz de los parámetros ambientales durante la medición.

CONCLUSIONES

Se determina la posición del centro de gravedad con respecto a la base de una pesa mediante el empleo de un instrumento para pesar de tipo electrónico y el dispositivo descrito en este documento con el método de equilibrio mecánico.

Al emplear este método se presentan algunos errores para localizar la posición del centro de gravedad, uno de los cuales se debe al ángulo de inclinación generado entre la barra rectangular y la horizontal. Sin embargo, este error puede minimizarse por el procedimiento aplicado.

Otra de las fuentes de incertidumbre esta constituida por la inestabilidad de los parámetros ambientales de influencia sobre el proceso de pesada, lo cual también puede minimizarse si se tiene un buen control de dichos parámetros ambientales.

La reproducibilidad típica de este método es del orden de micrómetros para una pesa cilíndrica de 1 kg.

El valor del resultado de la altura del centro de gravedad para la pesa con geometría simétrica, evaluado por un método dimensional es equivalente al obtenido por el método descrito y esta dentro de las incertidumbres estimadas.

Por lo tanto el método y el diseño empleado para localizar la posición del centro de gravedad pueden ser considerados como válidos, además de ser sencillos y pueden ser utilizado en metrología de masa cuando se trata de una pieza de geometría con geometría cilíndrica.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] Almer H. E. and Swift H. F., Gravitational configuration effect upon precision mass measurements, Rev. Sci. Instrum., 46, 1975, pág. 1174-6.
- [2] Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Física General, 1958, pág. 45.

[3] R.S. Davis, Device to locate the centre of mass of a test object to within a precision of micrometres, *Meas. Sci. Technol.* 6, 1995, pág. 227-9.

[4] International recommendation: weights of classes E₁, E₂, F₁, F₂, M₁, M₂, M₃, OIML R111 (Paris OIML), Organisation Internationale de Métrologie Légale, 1994, pág. 24.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen de manera muy especial a Jorge Mendoza, Luis Manuel Ramírez, por su colaboración especial para la realización de este documento y al equipo del laboratorio de fabricación por sus facilidades prestadas: Juan Delgadillo, Isaias Martínez, Abel Hernández.