

RESULTADOS DE LA CARACTERIZACIÓN DE DOS MESAS A ÍNDICE DE ALTA EXACTITUD MEDIANTE UN MÉTODO DE AUTO-IDENTIFICACIÓN DE ERRORES

Juan O. Garduño, Edgar Arizmendi.
Centro Nacional de Metrología (CENAM)
Carretera a los Cués km 4,5, Municipio del Marqués, Querétaro, México.
(442) 211-0500, (442) 211-0577. Jgarduno@cenam.mx ; earizmen@cenam.mx

Resumen: Son dos mesas a índice de alta exactitud las que conforman el patrón nacional de ángulo plano en el intervalo de $15'$ a 360° , por ello, es indispensable que las características metroológicas de dichas mesas se conozcan, se controlen y se mantengan. Los resultados que se presentan son a intervalos de 30 grados que además de indicar las desviaciones angulares muestran el comportamiento de las mesas a índice al momento de ejecutar las mediciones de acuerdo al método utilizado. La estimación de incertidumbre complementa este trabajo para así obtener una completa caracterización.

INTRODUCCIÓN

El patrón nacional de ángulo plano en el intervalo de $15'$ a 360° esta constituido por dos mesas a índice de alta exactitud una de levantamiento mecánico y la otra de levantamiento hidráulico, debido a que de estas mesas se origina la trazabilidad hacia todos los niveles en donde se realicen mediciones angulares, se deben conocer sus características metroológicas para que de esta forma se controlen y se mantengan, para ello se presenta la calibración de las mesas a índice a intervalos de 30 grados. Utilizando un método de auto-identificación de errores es posible separar y obtener los valores de éstos por cada intervalo seleccionado. Anteriormente solo se tenía una mesa a índice pero ahora que se cuenta con otra el patrón nacional de ángulo plano es más completo y por lo tanto se requiere de la calibración de ambas mesas a índice la cual se presenta en este trabajo.

DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO EMPLEADO

El método utilizado para la caracterización de las mesas a índice parte del principio de cerradura de la circunferencia, el cual menciona que la suma de los ángulos generados al completar una revolución en una escala circular debe ser igual a 360° , o bien, que la suma de las desviaciones individuales al completar 360° debe de ser igual a cero. Para la realización del experimento se requiere de colocar una mesa a índice sobre la otra mesa a índice y estas a su vez se colocan en un dispositivo de rotación (mesa rotatoria) como se muestra en el arreglo general ver figura 1, se centran las mesas a evaluar de modo que los ejes de rotación de ambas

mesas coincidan y sobre la mesa superior se monta un reflector plano el cual sirve para que un autocolimador lea las desviaciones angulares al comparar ambas mesas.

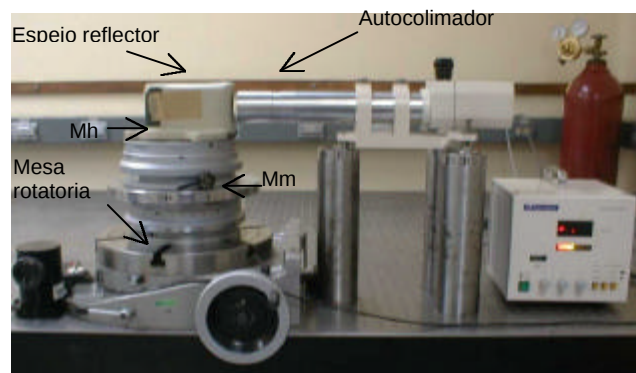


Fig. 1 Arreglo general

Nomenclatura

$eMm_{a \rightarrow a+1}$	Error de la mesa a índice de levantamiento mecánico en el intervalo indicado.
$eMh_{b \rightarrow b+1}$	Error de la mesa a índice de levantamiento hidráulico en el intervalo indicado.
l_{ij}	Lectura i del autocolimador para la posición j .

Procedimiento

Para iniciar la calibración de las mesas a índice, se divide la escala de las mesas en " n " intervalos en los cuales se desean conocer las desviaciones, ver figura 2.

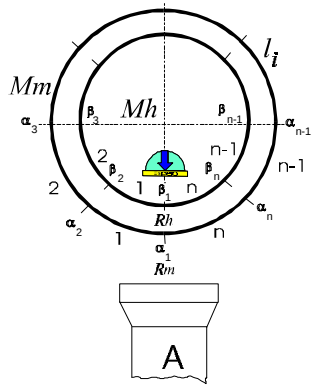


Fig. 2 Circunferencia con "n" intervalos

Donde:

Mm = Mesa a índice con levantamiento mecánico.

Mh = Mesa a índice con levantamiento hidráulico.

Rm = Referencia de la Mm.

Rh = Referencia de la Mh.

A = Autocolimador.

α y β = Posiciones relativas.

Para el experimento realizado se tomó n igual a 12, de modo que el valor angular a evaluar se calcula como:

$$360^\circ/n = 360^\circ/12 = 30^\circ \quad (1)$$

Las l_i totales se obtienen de la siguiente manera:

$$n^2 + n = 12^2 + 12 = 156 \text{ lecturas} \quad (2)$$

Posición relativa de inicio j=1

Para obtener la primera lectura ($l_{1,1}$) la posición de Mm debe de estar colocada en α_1 y la Mh en β_1 con respecto a Rm y Rh respectivamente, lo cual se muestra en la figura 3.

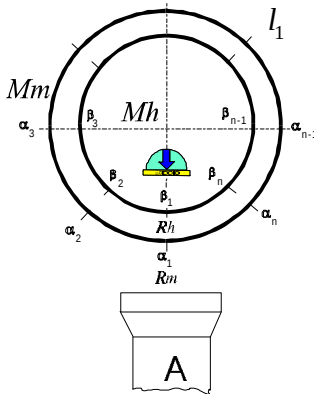


Fig. 3 Posición relativa inicial $l_{1,1}$

Para obtener las siguientes lecturas de la posición relativa de inicio $j=1$ l_{i1} para $i=2, \dots, n+1$, la mesa de abajo debe girarse en sentido contrario a las manecillas del reloj el valor angular del intervalo obtenido (30° para este caso) y la mesa de arriba debe girar el mismo valor angular pero en sentido de las manecillas del reloj, de modo que el reflector plano siempre apunte hacia el autocolimador, dicha operación debe realizarse las veces que sean necesarias hasta llegar nuevamente al punto de inicio (13 veces para este caso) anotando siempre las lecturas l_{ij} del autocolimador.

La figura 4 representa la posición de la Mm en α_2 y la Mh en β_n con respecto a su referencia que da la lectura $l_{2,1}$.

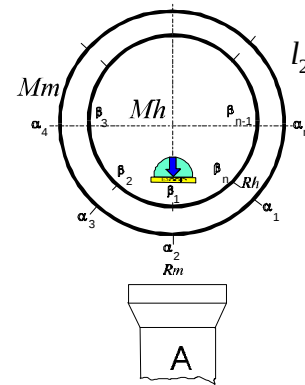


Fig. 4 Posición relativa de inicio $j=2$ y lectura $l_{2,1}$

Posición relativa j=2

Para lograr esta posición relativa es necesario colocar la mesa de arriba en el siguiente intervalo con α_1 y β_2 girando con el dispositivo de rotación (mesa rotatoria) el valor angular predeterminado en la expresión 1, ver figura 5 y repetir el procedimiento realizado como en la posición de inicio, para así obtener las lecturas l_{i2} desde $i=1, \dots, n+1$.

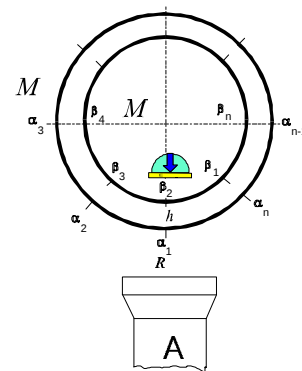


Fig. 5 Posición relativa $l_{1,2}$

Para obtener las siguientes lecturas l_{ij} para $i=1,...,n+1$ de las demás posiciones relativas $j=3,...,n$, se debe aplicar la misma metodología que para las posiciones relativas descritas anteriormente, siempre girando el valor angular predeterminado en la expresión 1 con el dispositivo de rotación (mesa rotatoria). Una vez finalizada la toma de lecturas se deben establecer las ecuaciones correspondientes a cada posición relativa ya que estas representan la suma de los errores de ambas mesa a índice en el intervalo comparado.

De acuerdo a la primera posición relativa obtenemos las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned} l_{2,1} - l_{1,1} &= eMm_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2} + eMh_{\beta 1 \rightarrow \beta n} \\ l_{3,1} - l_{2,1} &= eMm_{\alpha 2 \rightarrow \alpha 3} + eMh_{\beta n \rightarrow \beta n-1} \end{aligned} \quad (3)$$

$$l_{n+1,1} - l_{n,1} = eMm_{\alpha n \rightarrow \alpha 1} + eMh_{\beta 2 \rightarrow \beta 1}$$

De igual forma se obtienen las ecuaciones para las posiciones relativas restantes $j=2,...,j=n$. Cualquier ecuación mostrada en 3 representa la resta de dos lecturas del autocolimador donde el resultado de la resta representa la suma de los errores de las mesas a índice en los intervalos comparados.

Con estas ecuaciones es posible formar un arreglo matricial (7) del que sumando los elementos por renglón, se pueden obtener las desviaciones angulares en el intervalo marcado de la mesa a índice ubicada en la parte inferior y de sumar los elementos por columnas, se pueden obtener las desviaciones en el intervalo marcado de la mesa a índice ubicada en la parte superior si se toman en cuenta las ecuaciones de cerradura de la circunferencia (4) y (5).

$$eMm_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2} + eMm_{\alpha 2 \rightarrow \alpha 3} + \dots + eMm_{\alpha n-1 \rightarrow \alpha n} + eMm_{\alpha n \rightarrow \alpha 1} = 0 \quad (4)$$

$$eMh_{\beta 1 \rightarrow \beta n} + eMh_{\beta n \rightarrow \beta n-1} + \dots + eMh_{\beta 3 \rightarrow \beta 2} + eMh_{\beta 2 \rightarrow \beta 1} = 0 \quad (5)$$

Es importante mencionar que si;

$$l_{n+1,j} - l_{n,j} = 0 \quad (6)$$

No quiere decir que los errores de ambas mesas en las posiciones marcadas sea cero, si no que estas mesas generan un ángulo igual.

Separación de errores

Como se mencionó anteriormente y de acuerdo al sistema matricial (7) es posible obtener las fórmulas para calcular los errores de la mesa a índice que se ubica abajo si se suman los elementos por renglón:

Sumando las ecuaciones del primer renglón, se obtiene el error de **Mm** en el intervalo de $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2$.

$$EMm_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2} = (eMm_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2} + eMh_{\beta 1 \rightarrow \beta n}) + (eMm_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2} + eMh_{\beta n \rightarrow \beta n-1}) + \dots + (eMm_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2} + eMh_{\beta 3 \rightarrow \beta 2}) + (eMm_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2} + eMh_{\beta 2 \rightarrow \beta 1}) \quad (8)$$

Como se observa en la suma anterior el término **eMm** $_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2}$ se repite, entonces se puede simplificar y aplicar el valor de la ecuación de cerradura del círculo (5).

$$EMm_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2} = neMm_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2} + (eMh_{\beta 1 \rightarrow \beta n} + eMh_{\beta n \rightarrow \beta n-1} + \dots + eMh_{\beta 3 \rightarrow \beta 2} + eMh_{\beta 2 \rightarrow \beta 1})$$

$$EMm_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2} = neMm_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2} \quad (9)$$

Despejando **eMm** $_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2}$ de la ecuación anterior se obtiene la fórmula para determinar el valor del error de **Mm** en el intervalo marcado.

$$eMm_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2} = EMm_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2} / n \quad (10)$$

De esta forma se obtienen las expresiones para calcular los errores en intervalos restantes y para los de la mesa a índice que se ubica en la parte superior pero sumando los elementos por columna.

RESULTADOS

Dos series de cuatro ciclos cerrados de mediciones se hicieron por cada intervalo comparado, cuatro teniendo el arreglo con la mesa a índice de levantamiento mecánico en la parte inferior y mesa a índice de levantamiento hidráulico en la parte superior y cuatro mediciones se realizaron colocando las mesas en forma inversa, en total 2496 lecturas del autocolimador fueron tomadas para realizar el ensayo, ver tablas 1 a 4.

Los signos indican lo siguiente; el signo negativo indica que el intervalo comparado es menor con un valor igual al que se indica la desviación, y el signo positivo indica que el intervalo comparado es mayor con un valor igual al que se indica la desviación.

$$\begin{array}{cccc}
eMm_{a_1 \rightarrow a_2} + eMh_{b_1 \rightarrow b_n} & eMm_{a_1 \rightarrow a_2} + eMh_{b_n \rightarrow b_{n-1}} & \cdot & eMm_{a_1 \rightarrow a_2} + eMh_{b_3 \rightarrow b_2} & eMm_{a_1 \rightarrow a_2} + eMh_{b_2 \rightarrow b_1} \\
eMm_{a_2 \rightarrow a_3} + eMh_{b_1 \rightarrow b_n} & eMm_{a_2 \rightarrow a_3} + eMh_{b_n \rightarrow b_{n-1}} & \cdot & eMm_{a_2 \rightarrow a_3} + eMh_{b_3 \rightarrow b_2} & eMm_{a_2 \rightarrow a_3} + eMh_{b_2 \rightarrow b_1} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
eMm_{a_{n-1} \rightarrow a_n} + eMh_{b_1 \rightarrow b_n} & eMm_{a_{n-1} \rightarrow a_n} + eMh_{b_n \rightarrow b_{n-1}} & \cdot & eMm_{a_{n-1} \rightarrow a_n} + eMh_{b_3 \rightarrow b_2} & eMm_{a_{n-1} \rightarrow a_n} + eMh_{b_2 \rightarrow b_1} \\
eMm_{a_n \rightarrow a_1} + eMh_{b_1 \rightarrow b_n} & eMm_{a_n \rightarrow a_1} + eMh_{b_n \rightarrow b_{n-1}} & \cdot & eMm_{a_n \rightarrow a_1} + eMh_{b_3 \rightarrow b_2} & eMm_{a_n \rightarrow a_1} + eMh_{b_2 \rightarrow b_1}
\end{array}$$

7. Arreglo matricial

Las tablas 1 y 2 muestran los resultados del primer arreglo, el cual consta de tener la mesa a índice de levantamiento mecánico en la parte inferior y mesa de levantamiento hidráulico en la parte superior.

Intervalo comparado (en grados)	Desviaciones (en segundos de arco)	Desviación estándar (en segundos de arco)
0 a 30	-0,10	0,006
0 a 60	-0,13	0,010
0 a 90	-0,06	0,013
0 a 120	-0,06	0,013
0 a 150	-0,07	0,006
0 a 180	-0,06	0,006
0 a 210	-0,06	0,006
0 a 240	-0,10	0,008
0 a 270	-0,13	0,005
0 a 300	-0,07	0,006
0 a 330	0,02	0,005

Tabla 1. Resultados de la mesa a índice de levantamiento mecánico, 1^{er} arreglo.

Intervalo comparado (en grados)	Desviaciones (en segundos de arco)	Desviación estándar (en segundos de arco)
0 a 30	-0,05	0,000
0 a 60	-0,15	0,005
0 a 90	-0,20	0,005
0 a 120	-0,15	0,000
0 a 150	-0,05	0,006
0 a 180	0,00	0,006
0 a 210	-0,06	0,014
0 a 240	-0,12	0,013
0 a 270	-0,14	0,010
0 a 300	-0,10	0,005
0 a 330	-0,02	0,006

Tabla 2. Resultados de la mesa a índice con levantamiento hidráulico, 1^{er} arreglo.

Las tablas 3 y 4 muestran los resultados del segundo arreglo, el cual consta de tener la mesa a índice de levantamiento mecánico en la parte superior y mesa de levantamiento hidráulico en la parte inferior.

Intervalo comparado (en grados)	Desviaciones (en segundos de arco)	Desviación estándar (en segundos de arco)
0 a 30	0,01	0,012
0 a 60	-0,02	0,024
0 a 90	-0,05	0,021
0 a 120	-0,04	0,015
0 a 150	0,00	0,008
0 a 180	-0,01	0,013
0 a 210	-0,02	0,017
0 a 240	-0,02	0,028
0 a 270	0,00	0,024
0 a 300	0,01	0,000
0 a 330	0,01	0,000

Tabla 3. Resultados de la mesa a índice con levantamiento mecánico, 2^{do} arreglo.

Intervalo comparado (en grados)	Desviaciones (en segundos de arco)	Desviación estándar (en segundos de arco)
0 a 30	-0,02	0,017
0 a 60	-0,05	0,041
0 a 90	-0,12	0,066
0 a 120	-0,18	0,056
0 a 150	-0,08	0,021
0 a 180	0,02	0,010
0 a 210	0,01	0,022
0 a 240	-0,03	0,032
0 a 270	-0,08	0,042
0 a 300	-0,12	0,036
0 a 330	-0,04	0,033

Tabla 4. Resultados de la mesa a índice con levantamiento hidráulico, 2^{do} arreglo.

Intervalo (en grados)	Desviaciones (en segundos de arco)	
	Mesa a índice de levantamiento mecánico	Mesa a índice de levantamiento hidráulico
0 a 30	-0,04	-0,03
0 a 60	-0,07	-0,10
0 a 90	-0,06	-0,16
0 a 120	-0,05	-0,16
0 a 150	-0,03	-0,06
0 a 180	-0,03	0,01
0 a 210	-0,04	-0,03
0 a 240	-0,06	-0,07
0 a 270	-0,07	-0,11
0 a 300	-0,03	-0,11
0 a 330	0,01	-0,03

Tabla 5 Resultados promedio considerando los dos arreglos

ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE

Para la evaluación de la incertidumbre de medición se toma como referencia la guía BIPM/ISO [1] para la expresión de la incertidumbre en las mediciones, en la cual se consideran las incertidumbres de tipo A como aquellas que se evalúan por medios estadísticos y las de tipo B como aquellas que se evalúan por la experimentación, suposiciones subjetivas, referencias (certificados, normas, etc.).

Fuentes de incertidumbre

En este caso se tomará en consideración la repetibilidad de las mediciones como tipo A y la del método aplicado como tipo B, donde la incertidumbre de calibración del autocolimador, el error máximo reportado en el certificado de calibración para el intervalo de uso del autocolimador son incluidos en esta fuente.

La **incertidumbre por repetibilidad** se estima a partir de una serie de datos tomados del experimento y se evalúa de la siguiente manera.

donde:

z Es el número de mediciones realizadas.

$$U_{\text{repetibilidad}} = \sqrt{\frac{1}{z(z-1)} \sum_{i=1}^z (x_i - \bar{x})^2} \quad (11)$$

x_i Es el resultado de la i-ésima medición.

$\bar{x}$ Es el promedio aritmético de las “z” mediciones realizadas.

Para evaluar la repetibilidad se toman los valores del peor caso medido y considerando las dos series de mediciones.

$$U_{\text{repetibilidad}} = 0,03 \text{ segundos de arco}$$

La **incertidumbre debido al método** se evalúa de acuerdo a la Guía BIPM/ISO la cual dice que si se tiene $Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$, la incertidumbre se obtiene como:

$$U_c^2(Y) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 U^2(x_i) \quad (12)$$

Siempre y cuando no exista correlación. Aplicando la expresión (12) al sistema de ecuaciones (7) se obtiene la expresión para evaluar la incertidumbre por el método empleado[2].

$$U_{\text{Método}}^2 = \left[\frac{2}{n} \right] * [u^2 / \text{Autocolimador}] \quad (13)$$

donde:

$U_{\text{Autocolimador}}$ Es la incertidumbre de la lectura del autocolimador y se calcula como:

$$(U_{\text{Autocol}})^2 = \left(\frac{U_{\text{Autocol}}}{2} \right)^2 + \left(\frac{E_{\text{Autocol}}}{\sqrt{3}} \right)^2 + \left(\frac{R_{\text{Autocol}}}{\sqrt{12}} \right)^2 \quad (14)$$

donde:

$U_{\text{Autocolimador}}$ Es la incertidumbre de calibración del autocolimador para un factor de cobertura $k=2$, y tiene un valor de 0,10 segundos de arco.

$E_{\text{Autocolimador}}$ Es el error máximo reportado en el certificado de calibración para el intervalo de uso del autocolimador [3] y tiene un valor de 0,01 segundos de arco.

$R_{\text{Autocolimador}}$ Es la resolución del autocolimador [1], tiene un valor de 0,04 segundos de arco.

Entonces en valor final de la incertidumbre debido al método es:

$$U_{\text{método}} = \pm 0,02 \text{ segundos de arco}$$

La **incertidumbre estándar combinada** se obtiene a partir de la expresión (15).

$$u_c = \sqrt{U_{\text{Repetibilidad}}^2 + U_{\text{Método}}^2} \quad (15)$$

$$U_c = \pm 0,035 \text{ segundos de arco}$$

La **incertidumbre expandida** se obtiene al multiplicar la incertidumbre estándar combinada $U_c(Y)$ por un factor de cobertura $k=2$.

$$U = \pm (k) \cdot (U_c) \quad (16)$$

$$U = \pm (2) \cdot (0,035)$$

$$U = \pm 0,07 \text{ segundos de arco}$$

DISCUSIÓN

Análisis de resultados

Es importante mencionar que conforme se deseen conocer más intervalos de las mesas a índice el tiempo de duración de la calibración aumenta considerablemente. Dos series de mediciones se realizaron cada una con cuatro ciclos cerrados y cada ciclo con 312 lecturas, teniendo al final un total de 2496 lecturas, es importante que cada ciclo cerrado de medición no sea interrumpido hasta obtener las mediciones correspondientes de otra forma las mediciones no son válidas.

Otros detalles en los que hay que poner especial atención para poder minimizar los errores de medición y de esta forma no tomarlos en cuenta en la estimación de incertidumbre son: la planitud del reflector plano [4] (debe ser menor a 50 nm), la alineación del autocolimador para cada inicio de posición relativa (trabajar en la región central en eje " $Y=\pm 0,1$ "), el centrado de ambas mesas que debe ser $1\mu\text{m}$ ó menos y el control de las condiciones ambientales durante la medición.

CONCLUSIONES

Resultados interesantes pueden verse en las tablas 1 y 3, en los que se muestra que la mesa a índice de levantamiento mecánico es más repetible cuando se ubica en parte inferior del arreglo que estando en

la parte superior, como puede observarse la desviación estándar del primer arreglo es casi dos veces menor que la del segundo arreglo, esto se debe a que la mesa a índice de levantamiento mecánico embraga de mejor manera teniendo sobre ella en masa de aproximadamente 16 kg, por otra parte, los resultados de las tablas 2 y 4 muestran que la mesa a índice de levantamiento hidráulico es más repetible cuando se ubica en la parte superior del arreglo que estando en la parte inferior, como puede observarse la desviación estándar en la tabla 2 es casi 3 veces menor que la del segundo arreglo, esto es debido a que el peso sobre ella afecta el embrague entre sus coronas dentadas.

De la información obtenida se concluye que para próximas calibraciones donde las mesas a índice sean utilizadas como patrón, se montará el primer arreglo ya que como se ha visto es el que mejores resultados arroja.

REFERENCIAS

- [1] International Organization for Standardization (ISO), Guide to the expression of uncertainty in measurements, First edition, 1993.
- [2] Procedimiento de calibración de polígonos ópticos (740-AC-P.149), manual de calidad del laboratorio D011 del Centro Nacional de Metrología, 1999.
- [3] C.F. Dietrich, Uncertainty, calibration and probability, second edition, page. 70.
- [4] O.A: Kruger, Methods for determining the effect of flatness deviations, eccentricity and pyramidal errors on angle measurements, South Africa 2000, page. 2.