

Error de Temperatura por Interpolación con Tres Puntos con Termómetro Monocromático en el Alcance de 420 °C a 962 °C

J. Efraín Hernández-López

Centro Nacional de Metrología
km 4,5 Carretera a Los Cués, 76246, Querétaro, México.
ehernand@cenam.mx

RESUMEN

En el laboratorio de termometría de radiación en el CENAM se realizan calibraciones de temperatura de radiancia por arriba del punto de solidificación de la plata (962 °C) con un termómetro de radiación (LP2) de marca IKE. Para mediciones de temperatura por debajo del punto de solidificación de la plata, las características del IKE, en especial la combinación filtro-respuesta espectral del detector de silicio, hace que la señal de fotocorriente sea de un nivel muy por debajo de la fotocorriente de ruido intrínseca del detector de silicio. Este hecho limita el alcance de temperatura hasta aproximadamente los 500 °C. En este análisis se muestra que la incertidumbre por extrapolación de un solo punto, como se emplea actualmente, se puede reducir si para la calibración del LP2 se emplean, además del punto de solidificación de la plata, los puntos de solidificación de Al (660 °C) y de Zn (420 °C). De aquí se concluye la conveniencia de construir tales referencias.

1. INTRODUCCIÓN

La escala internacional de temperatura de 1990 (EIT-90) [1], emplea para la escala de temperatura superior al punto de solidificación de la plata (961,78°C), el cociente de radiancias espectrales:

$$\frac{L_b(\lambda, T)}{L_b(\lambda, T_{ref})} = \frac{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T_{ref}}\right) - 1}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1}, \quad (1)$$

donde L_b es la radiancia espectral de cuerpo negro, T temperatura que se mide, T_{ref} es la temperatura del punto de solidificación de la plata, c_2 es la segunda constante de radiación (0,014 338 m·K) y λ es la longitud de onda. Esta definición hace referencia a un pirómetro monocromático ideal.

La radiancia espectral detectada por el pirómetro $S(T)$, se obtiene con la ecuación de medición del pirómetro

$$S(T) = \int_0^{\infty} R(\lambda) L_b(\lambda, T) d\lambda, \quad (2)$$

$R(\lambda)$ es la respuesta espectral absoluta del pirómetro, dada por:

$$R(\lambda) = GA\omega\tau_o(\lambda)\tau_f(\lambda)R_o(\lambda_o)r(\lambda), \quad (3)$$

donde se involucran parámetros ópticos, eléctricos y geométricos: G ganancia, A área de la apertura del

fotodetector, ω el ángulo sólido sustentado por el fotodetector, $\tau_o(\lambda)$ transmitancia de lentes ópticas, $\tau_f(\lambda)$ transmitancia del filtro interferencial, $R_o(\lambda_o)$ es la respuesta absoluta del detector a la longitud de onda λ_o y $r(\lambda)$ es la respuesta espectral relativa del detector.

De esta manera, el cociente de radiancia espectral detectada por el pirómetro a la temperatura T respecto a la temperatura de referencia T_{ref} [2], es:

$$\frac{S(T)}{S(T_{ref})} = \frac{\int_0^{\infty} R(\lambda) L_b(\lambda, T) d\lambda}{\int_0^{\infty} R(\lambda) L_b(\lambda, T_{ref}) d\lambda}. \quad (4)$$

Para el análisis que se presenta, se ha supuesto que la respuesta espectral del fotodetector es constante en el ancho de banda de los filtros interferenciales del pirómetro, así como también la transmitancia de las lentes ópticas. En el cociente de la Ec. (4), del pirómetro solamente es necesario conocer la transmitancia espectral del filtro interferencial.

De acuerdo con la Ec. (1), al medir T se presenta un error a medida que su valor se aleja del valor de T_{ref} . Ese error se reduce si, además de la calibración del LP2 en el punto de solidificación de la plata se calibra también en los respectivos del Al y Zn, y se emplea una ecuación de interpolación.

2. CALIBRACIÓN DEL TERMÓMETRO DE RADIACIÓN DE TRANSFERENCIA LP2

La calibración del LP2, en términos muy generales es como se explica a continuación.

Primero se mide el punto de solidificación de la plata con un cuerpo negro con las siguientes características: la pureza de la plata es de “seis nueves”, la longitud del crisol de cuerpo negro es 117 mm, la longitud de cavidad de cuerpo negro $L = 59$ mm, con una apertura $r = 1,5$ mm de diámetro, y una emisividad efectiva $\epsilon_b = 0.999\ 88$, determinada por la Ec. (5), [3] con una emisividad intrínseca del grafito $\epsilon_{gra} = 0.85$:

$$\epsilon_b = 1 - \frac{1 - \epsilon_{gra}}{\epsilon_{gra}} \frac{1}{1 + \left(\frac{L}{r}\right)^2} \quad (5)$$

La corriente de salida del LP2 que corresponde a la radiancia detectada por el pirómetro en el punto de solidificación de la plata se muestra en la Fig. 1. Los valores de corriente son almacenados en una PC y, de su análisis, se obtiene el valor de la corriente de referencia $S(T_{ref})$, su incertidumbre tipo A σ_{Sref} , así como T_{ref} .

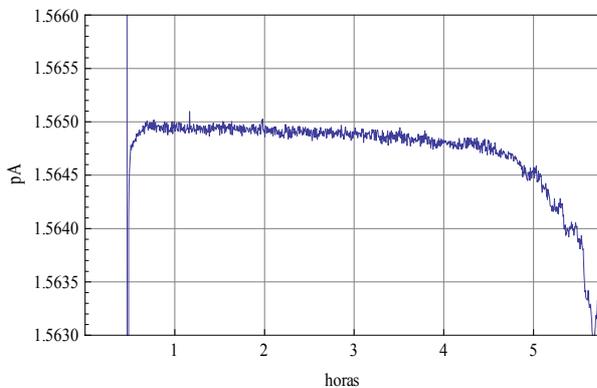


Fig. 1. Meseta de solidificación del punto fijo de la plata, vista por el pirómetro con el filtro interferencial $\lambda_c = 912$ nm.

El pirómetro LP2 cuenta con dos filtros interferenciales con longitud de onda central de 652 nm y de 912 nm; ambos filtros tienen un ancho de banda de unos pocos nanómetros, como se muestra en la Fig. 2. La longitud de onda limitante a $T_{ref} = 1\ 234,94$ K determinada con la Ec. (7) [4], es de 653,589 nm y de 913,098 nm, respectivamente.

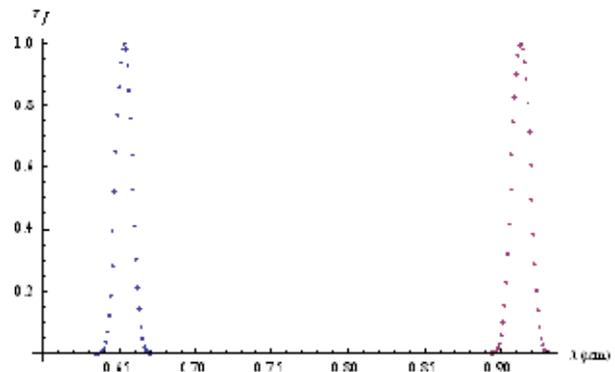


Fig. 2. Transmitancia espectral de los filtros interferenciales del termómetro de radiación LP2 del CENAM, correspondientes a las $\lambda_c = 0,652$ y $0,912$ μm .

3. ECUACIÓN DE EXTRAPOLACIÓN

La escala de temperatura de radiancia entre 1234 y 600 K, a través del cociente de radiancias con $\lambda = \lambda_m$, y con la Ec. 2 es:

$$\frac{S(T)}{S(T_{ref})} = \frac{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda_m T_{ref}}\right) - 1}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda_m T}\right) - 1} \quad (6)$$

Hay diferentes longitudes de onda que pueden ser seleccionadas para determinar la temperatura de radiancia, entre ellas la longitud de onda limitante λ_T , dada por:

$$\frac{1}{\lambda_T} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{\lambda} R(\lambda) L_b(\lambda, T) d\lambda}{\int_0^\infty R(\lambda) L_b(\lambda, T) d\lambda} \quad (7)$$

o la longitud de onda efectiva λ_{efe} [4, 5], dada por:

$$\lambda_{efe} = \frac{c_2 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{ref}}\right)}{\ln \left[\frac{S(T_{ref})}{S(T)} \right]} \quad (8)$$

Ambas dependen de la temperatura, o la longitud de onda central λ_c , por lo que se genera un error de temperatura de radiancia por extrapolación dado por [6]:

$$\Delta T \approx T \left[\frac{T}{T_{ref}} - 1 \right] \frac{\Delta \lambda_m}{\lambda_m} \quad (9)$$

debido al error en la longitud de onda efectiva promedio, $\Delta\lambda_m$

El error $\Delta\lambda_m$ depende de la longitud de onda central, el ancho de banda y la forma de la respuesta espectral del pirómetro, así como del alcance de temperatura de la longitud de onda limitante, λ_T .

Para las dos longitudes de onda del pirómetro, λ_{c1} y λ_{c2} , Fig. 2, se analizan dos causas de error de temperatura ΔT . La primera corresponde a la diferencia entre la longitud de onda limitante, Ec. (7), y la longitud de onda limitante a la temperatura de referencia, la cual es constante. La segunda corresponde a la diferencia entre la longitud de onda efectiva, Ec. (8), y la longitud de onda limitante. Con las Ecs. (7) a (9) se obtiene la Fig. 3. El error de temperatura es el menor para el filtro interferencial λ_{c2} . Es importante señalar que en ningún momento se considera la incertidumbre de la señal del pirómetro como fuente de error de temperatura; esto es una desventaja de la ecuación de extrapolación.

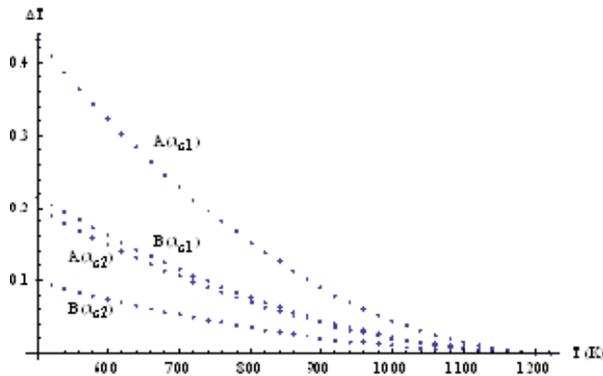


Fig. 3. Valor absoluto del error de temperatura calculada producido por error en la longitud de onda efectiva promedio, $\Delta\lambda_m$. A) $\Delta\lambda_m = \lambda_T - \lambda_{Tref}$, B) $\Delta\lambda_m = \lambda_{efe} - \lambda_{Tref}$.

4. DOS ECUACIONES DE INTERPOLACIÓN

Se consideran tres puntos de temperatura para la realización de una escala por interpolación desde 690 hasta 1 234 K. Los puntos T_i son calculados empleando la Ec. (6), con $T_{ref} = 1\ 234,94$ K y la señal de fotocorriente del pirómetro, S_i y λ_{c2} , Tabla1. La fuente de radiancia es un horno de tres zonas calientes del tipo tubo de calor, con trazabilidad vía un termómetro de resistencia de platino. En las secciones 4.1 y 4.2 se emplean los datos de la Tabla 1 para determinar las ecuaciones características por interpolación de Sakuma-Hattori, et al [7] y la ecuación de interpolación directa [8].

Tabla 1. Datos de fotocorriente S_i , incertidumbre de los punto de temperatura σ_{Ti} , e incertidumbre relativa de fotocorriente σ_{Si}/S_i , del LP2 con $\lambda_m = \lambda_{c2}$.

Temperatura T_i (K)	S_i (T_i) (pA)	σ_{Ti} (K)	σ_{Si}/S_i
Zn(690,462)	0,0660	0,010 ²	0,10606
Al(932,54)	24,871	0,005 ²	5,2269x10 ⁻⁴
Ag ¹ (1234,94)	1564,84	0,00025	6,3906x10 ⁻⁸

¹Punto de solidificación de la plata (punto fijo) realizado en el laboratorio de termometría de radiación, en el año 2008.

²Valores supuestos y mayores a los esperados al emplear punto fijo del Zn y Al.

4.1. Ecuación de Interpolación de Sakuma-Hattori

Para determinar la ecuación característica del pirómetro en la interpolación de Sakuma, se tienen que determinar los tres parámetros A, B y C de la ecuación:

$$S(T) = \frac{C}{\exp\left(\frac{C_2}{A \cdot T + B}\right)} \tag{10}$$

Con T_i , S_i y con el procedimiento de Sakuma, se obtiene la ecuación característica del pirómetro y su correspondiente expresión explícita de temperatura:

$$S(T) = \frac{5,48449 \cdot 10^{-4}}{\text{Exp}\left[9,1289 \cdot 10^{-7} T - 3,9699 \cdot 10^{-7}\right]} \tag{11.a}$$

$$T = \frac{C_2}{9,1289 \cdot 10^{-7} [\ln(5,484 \cdot 10^{-4}) - \ln S]} + 0,43487 \tag{11.b}$$

4.2. Ecuación de Interpolación Directa

Para la ecuación de interpolación directa para tres puntos, se tiene:

$$\frac{1}{T} = A + B \cdot \ln(S) + C \cdot \ln^2(S) \tag{12}$$

El correspondiente sistema lineal en A, B y C es:

$$\frac{1}{T_{Zn}} = A + B \cdot \ln(S_{Zn}) + C \cdot \ln^2(S_{Zn}) \tag{13.a}$$

$$\frac{1}{T_{Al}} = A + B \cdot \ln(S_{Al}) + C \cdot \ln^2(S_{Al}) \tag{13.b}$$

$$\frac{1}{T_{Ag}} = A + B \cdot \ln(S_{Ag}) + C \cdot \ln^2(S_{Ag}) \tag{13.c}$$

donde los valores de temperatura y fotocorriente se encuentran en la tabla 1. Al Resolver el sistema de ecuación lineal en A, B y C, y con (12) se obtiene:

$$\frac{1}{T} = -4,76517 \cdot 10^{-4} - 6,34741 \cdot 10^{-3} \ln(S) - 1,69306 \cdot 10^{-9} \ln^2(S) \quad (14)$$

Ambas formas, la de Sakuma y la directa, para determinar la temperatura son equivalentes; la máxima diferencia de temperatura $\Delta T = T_{directa} - T_{Sakuma}$ es de unos 9 mK en el punto fijo del Zn. Una ventaja importante de la ecuación directa sobre la de Sakuma, es que permite obtener una expresión analítica de la incertidumbre, Ec. (15) [8],

$$\sigma_T^2 \approx \sum_{i=1}^3 L_i^2(T) \left[\sigma_{T_i}^2 + \frac{\lambda^2 T_i^4 \sigma_{S_i}^2}{c_2^2 S_i^2} \right] + \frac{\lambda^2 T^4 \sigma_S^2}{c_2^2 S^2} \quad (15)$$

El término de sumatoria involucra la incertidumbre de la realización del punto fijo σ_{T_i} , su temperatura T_i , así como la incertidumbre del pirómetro σ_{S_i} y el valor del polinomio de Lagrange de segundo orden $L(T)$. El siguiente término corresponde al error de temperatura debido a la incertidumbre relativa de la señal del pirómetro en la temperatura T . Como es de esperar, el error de temperatura depende de la longitud de onda λ .

El límite inferior del error de temperatura por interpolación directa es el término de sumatoria. Al emplear los datos de la Tabla 1, se determina este límite inferior y se muestra en la Fig. 4. A simple vista, el error por interpolación directa entre el Al y Ag es de unos milikelvin ($\sigma_{Al} \approx 1$ mK, $\sigma_{Ag} \approx 0,1$ mK), contra la décima de Kelvin determinada en el error de extrapolación, Fig. 3.

El alto error de temperatura por interpolación para el Zn, es debido al valor elevado del error relativo de la fotocorriente del pirómetro, que va aumentando desde la plata hasta el zinc, Tabla 1. En el punto del Zn la relación señal a ruido del LPT2 es muy baja. Esto es de suponerse ya que se está fuera del alcance de operación del LP2

6. CONCLUSIONES

El resultado de la Fig. 4 muestra el límite natural del LP2: no puede ser usado a temperaturas inferiores a 500 °C (773 K) debido al crecimiento rápido de la incertidumbre. En consecuencia, para cubrir el intervalo desde temperaturas bajas 100 °C a 500 °C hasta medias 500 °C a 962 °C se requiere tener un

pirómetro con mejores características. Otra opción es, dos termómetros de radiación que se complementen en el alcance de temperatura, uno para temperaturas bajas y otro en temperaturas medias.

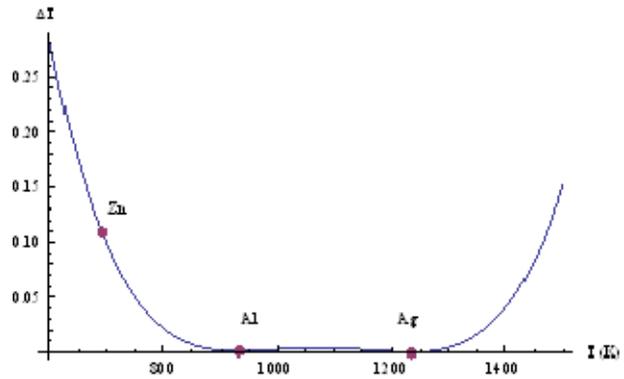


Fig. 4. Error de temperatura por interpolación en el alcance T_{Zn} a T_{Ag} .

Es muy conveniente construir cuerpos negros de punto fijo como el Zn y Al, para medias temperaturas. De hecho, el intervalo de interés para la calibración de termómetros de radiación va desde el punto triple de mercurio (-38,8 °C) hasta el punto de solidificación de la plata, que incluye el punto triple del agua, el punto de fusión de galio, y los puntos de solidificación de In, Sn, Zn y Al.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece los importantes comentarios y los datos de medición aportados por Hugo Rodríguez A.

REFERENCIAS

- [1] Preston-Thomas H., *The International Temperature Scale of 1990 (IST-90)*, Metrologia, Vol. 27, 1990, pp. 3-10.
- [2] Ohtsuka O., Bedford R. E., *Measurement of the Thermodynamic Temperature Interval between the Freezing Points of Silver and Copper*, Temperature: Its Measurement and Control in Science and Industry, Vol. 5, 1982, pp 175-181.
- [3] Perovic N. L., Zekovic L. P., Maglic K. D., *Freezing Temperatures of Silver and Copper as Fixed Point for Optical Pyrometers Calibration*, Proceedings of TEMPMEKO 1996, pp 311-316.
- [4] Shichang J., Shuyuan W., Rongchang Y., Liang X., *Single-band radiation thermometers: harmonization of their calibration characteristics*,

- Temperature: Its Measurement and Control in Science and Industry, Vol. 5, 1982, pp 413-420.
- [5] Woerner B., *A photoelectric current spectral pyrometer with linear characteristics*, Temperature: Its Measurement and Control in Science and Industry, Vol. 5, 1982, pp 429-432.
- [6] Saunders P., *Uncertainty Arising from the Use of the Mean Effective Wavelength in Realizing ITS-90*, Temperature: Its Measurement and Control in Science and Industry, Vol. 7, 2003, pp 639-644.
- [7] Sakuma F. and Hattori S., *Establishing a practical temperature standard by using a narrow-band radiation thermometer with a silicon detector*, Temperature: Its Measurement and Control in Science and Industry, Vol. 5, 1982, pp 421-427.
- [8] Saunders P. and White D. R., *Propagation of Uncertainty for a Direct-Temperature Interpolation Equation for Radiation Thermometers*, Proceedings of TEMPMEKO 2001, Vol. 2, pp 899-904.