

Simplificación de Procesos de Autocalibración de Planos Ópticos, por Modelos Paramétricos Unidimensionales

José Sánchez V., Gerardo Ruiz B., Benjamín Valera O.

Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico, Universidad Nacional Autónoma de México
Circuito Exterior S/N, Ciudad Universitaria, 04510, Distrito Federal, México.
jose.sanchez@ccadet.unam.mx

RESUMEN

La calibración de planos ópticos hacia planos de orden superior, topa con la ausencia de un patrón primario final. Este último es suplido por experimentos que ofrecen equivalentes de alta exactitud, o por correlaciones que revelan el estado de un conjunto de planos entre sí. Bernard [1] configuró modelos para deducir las topografías de tres planos comparados por sus interferogramas, pero su realización plantea problemas a no expertos, al recurrir a polinomios de Zernike. Este trabajo muestra un principio de simplificación de tales polinomios y operaciones algebraicas, por medio de funciones paramétricas 1D de desarrollo perimetral.

1. INTRODUCCIÓN

En los sistemas metrológicos la calidad de muchos dispositivos se garantiza por la aplicación de pruebas normalizadas basadas en planos ópticos; pero se da el caso que los laboratorios nacionales que calibran planos ópticos, tienen que recurrir a Laboratorios Primarios extranjeros a fin de cumplir los requisitos de trazabilidad.

A su vez los Laboratorios Primarios recurren a experimentos que ofrecen equivalentes de muy alta exactitud como planos líquidos, dada la ausencia de un patrón físico final. Paralelamente existe el recurso de la comparación de planos entre sí a través de sus interferogramas, permitiendo establecer auto-correlaciones que revelan el estado de planitud de todos ellos.

Aunque la comparación de tres planos entre sí revela desvíos de planitud, su cuantificación plantea problemas algebraicos, pues los sistemas obtenidos resultan casi singulares o muy esparcidos. Para superar la singularidad, Bernard recurre una cuarta comparación donde uno de ellos se gira un ángulo Φ , lo que le permite construir funciones simétricas y asimétricas al rededor del eje de las "y" y modelarlas por polinomios de Zernike [2].

Una ventaja de tales polinomios es la determinación de defectos de planitud en términos ópticos como astigmatismo. Una desventaja la constituyen su complejidad y desconocimiento para los no expertos. Estas desventajas sugieren entonces su simplificación en polinomios de fácil significado geométrico como los B-splines.

2. PRINCIPIOS DE AUTOCALIBRACIÓN

Llamando a los planos desconocidos por k, l, m, éstos pueden acoplarse de acuerdo a los arreglos de la Fig. 1.

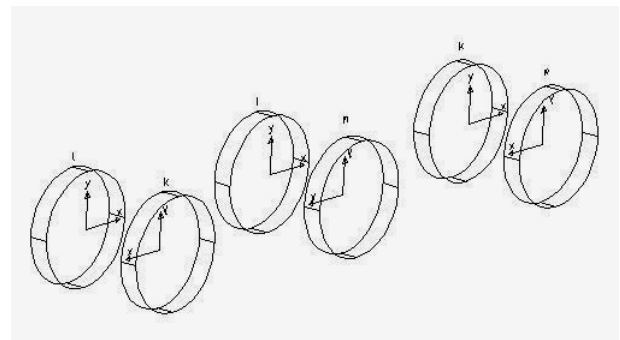


Fig. 1. Sistemas de ejes de planos y acoplamiento de topografías a ser comparadas.

Las topografías virtuales D , E , G , representarán las Ecs. (B.1) siguientes:

$$\begin{aligned} k(x, y) + l(-x, y) &= D(x, y) \\ m(x, y) + l(-x, y) &= E(x, y) \\ m(x, y) + k(-x, y) &= G(x, y) \end{aligned} \quad (\text{B.1})^*$$

* Hemos adoptado el prefijo "B." para designar la formulación de Bernard, común con nuestra simplificación.

Y para el caso de simetría alrededor del eje "y", la reconstrucción de sus topografías puede hacerse con:

$$\begin{aligned}
 m(x, y) &= \frac{-D(x, y) + E(x, y) + G(x, y)}{2} \\
 l(x, y) &= \frac{D(x, y) + E(x, y) - G(x, y)}{2} \\
 k(x, y) &= \frac{D(x, y) - E(x, y) + G(x, y)}{2}
 \end{aligned}
 \tag{B.2}$$

Este caso de simetría se da siempre para x=0. Para los casos de no simetría, obtiene un cuarto interferograma F, que modela y resuelve con polinomios de Zernike:

$$m(x, y) \cos \phi + l(-x, y) = F(x, y) \tag{B.3}$$

En sustitución de estos polinomios, hemos adoptado los polinomios B-spline de desarrollo perimetral o anular, en razón que la topografía de planos circulares queda totalmente definida por anillos, susceptibles de editarse radialmente por las relaciones (B.2) evaluadas en x=0.

2.1. Cualidades Geométricas de Anillos y Simetrías de Modelos B-spline.

Una región anular de plano óptico presenta suavidad y continuidad a todo lo largo de su perímetro, pudiendo iniciar este en cualquier punto, por lo que pueden representarse por polinomios B-spline periódicos "cerrados".

Las cualidades útiles de la familia B-spline que a continuación se mencionan en las Ecs. (4)-(7), se han extraído de la referencia [3].

El polinomio de Bezier como caso particular de polinomio B-spline:

$$p(u) = \sum_{i=0}^n V_i B_{i,n}(u), \tag{4}$$

puede re-escribirse como:

$$p(1-u) = \sum_{i=n}^0 V_i B_{i,n}(1-u); \tag{5}$$

ofreciendo una simetría no disponible en polinomios ortonormales.

Expresado la Ec. (4) en forma matricial el polinomio para grado dos, adquiere la forma:

$$p(u) = \begin{bmatrix} (1-u)^2 & 2u(1-u) & u^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Modificando los factores de influencias de los vértices se obtiene:

$$p(u_i) = \begin{bmatrix} \frac{(1-u_i)^2}{2} & \frac{1+2u_i-2u_i^2}{2} & \frac{u_i^2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{i-1} \\ V_i \\ V_{i+1} \end{bmatrix} \tag{7}$$

Convirtiendo el modelo Bezier en uno B-spline, logrando: simetría de influencias de vértices, la apertura de la curva, y su periodicidad. Para el moldeo de un anillo, los vértices V_0 y V_n coincidirán; y arreglando el sistema entre 0 y n+1 vértices, la curva se cierra.

Los procesos de moldeo de poblaciones de puntos a funciones B-spline, puede hacerse por ajustes de mínimos cuadrados. La exactitud de la aproximación aumentará al incrementar el número de vértices que la moldean.

Renombrando las alturas de desarrollo anular de planos por $x(\theta)$, $y(\theta)$, $z(\theta)$, $y(\theta + \Phi)$, y sus interacciones por: A(θ), B(θ), C(θ), D(θ), se puede escribir el sistema:

$$\begin{aligned}
 y(\theta) + x(-\theta) &= A(\theta) \\
 z(\theta) + x(-\theta) &= B(\theta) \\
 z(\theta) + y(-\theta) &= C(\theta) \\
 z(\theta) + y(-\theta - \phi) &= D(\theta)
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Eligiendo los mismos puntos de parametrización en todos los anillos, las interacciones entre curvas se simplificarán por las interacciones entre vértices. Escogiendo las cotas "z" de los vértices como únicos parámetros desconocidos, y eligiendo un giro Φ que coincida con la distribución regular de vértices $i=2\pi/N$, el sistema en Ec. (8) se escribe:

$$\begin{aligned}
 Zy(i) + Zx(-i) &= ZA(i) \\
 Zz(i) + Zx(-i) &= ZB(i) \\
 Zz(i) + Zy(-i) &= ZC(i) \\
 Zz(i) + Zy(-i-1) &= ZD(i)
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Que puede resolverse para $\theta=0$ por una formulación equivalente a (B.2), y para el resto de vértices con la recurrencia:

$$\begin{aligned}
 & i = 1, \quad N/2 \\
 & Zy(N - i) = ZA(i) - ZB(i) + ZC(i) - Zy(i) \\
 & Zy(i + 1) = ZA(N - i) - ZB(i) + ZC(i) - Zy(N - i)
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

3. RESULTADOS

Se han generado secciones anulares de tres planos sintéticos k, l, m de alta deformación por procesos numéricos, y se han transferido a CAD por pre-procesadores, como lo muestran las Figs. 2, 3 y 4. En las Figs. 2, 3 y 4 el trazo en rojo representa el origen del desarrollo angular CCW: Φ .

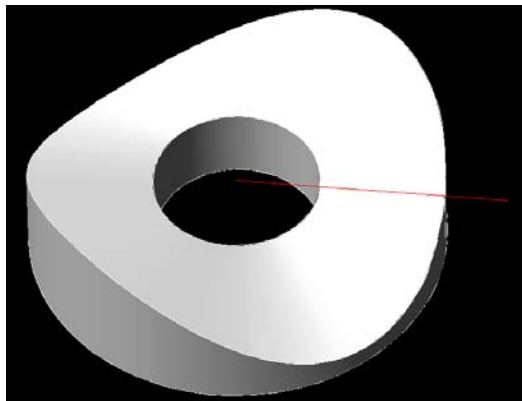


Fig. 2. Topografía de la sección anular exterior del plano "x".

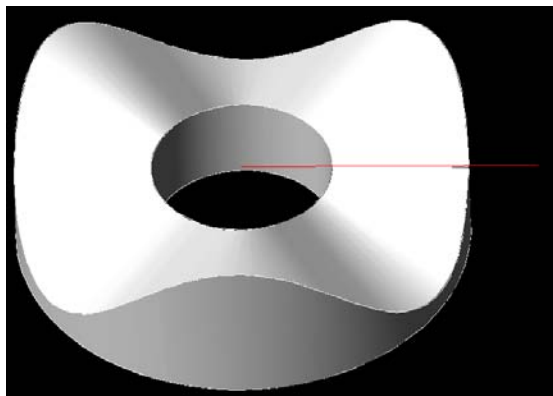


Fig. 3. Topografía de la sección anular exterior del plano "y".

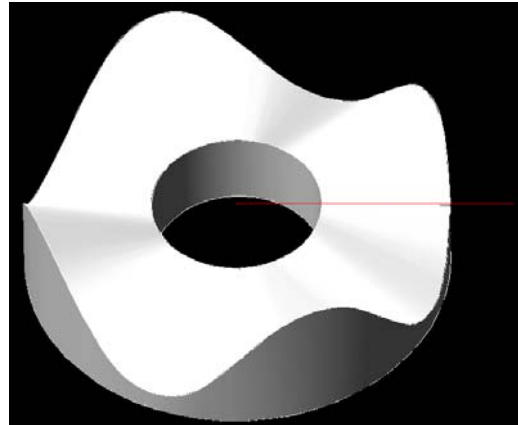


Fig. 4. Topografía de la sección anular exterior del plano "z".

En el arreglo interferométrico Fizeau la superficie virtual observada (deducida del interferograma) es la resta de la superficie inferior menos la superior; pero como la superior esta invertida, la resta de superficies coincide con las operaciones de suma de la Ec. (8), como lo muestran las Figs. 5 a 8.

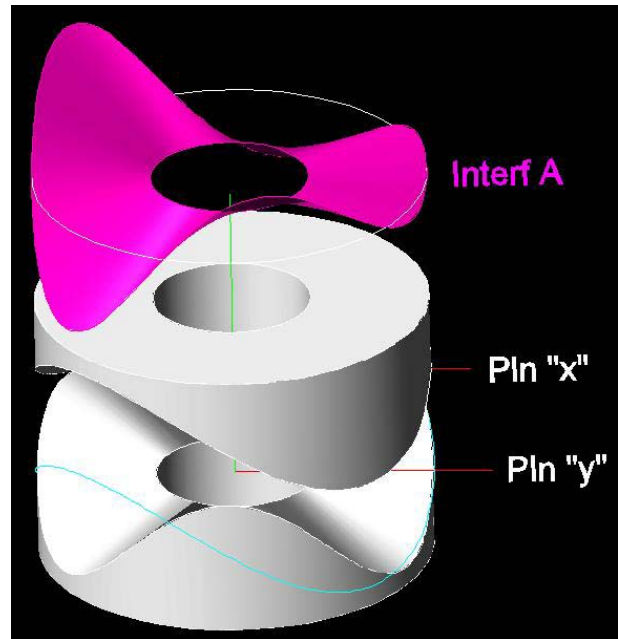


Fig. 5. Obtención del plano virtual A por interferometría.

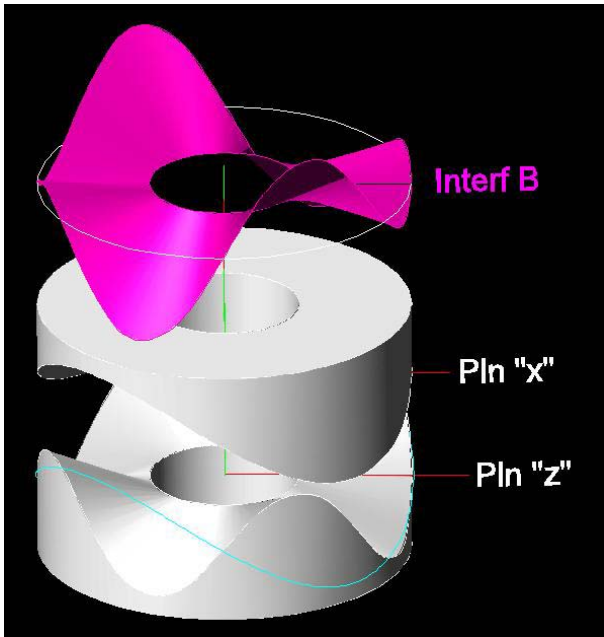


Fig. 6. Obtención del plano virtual B por interferometría.

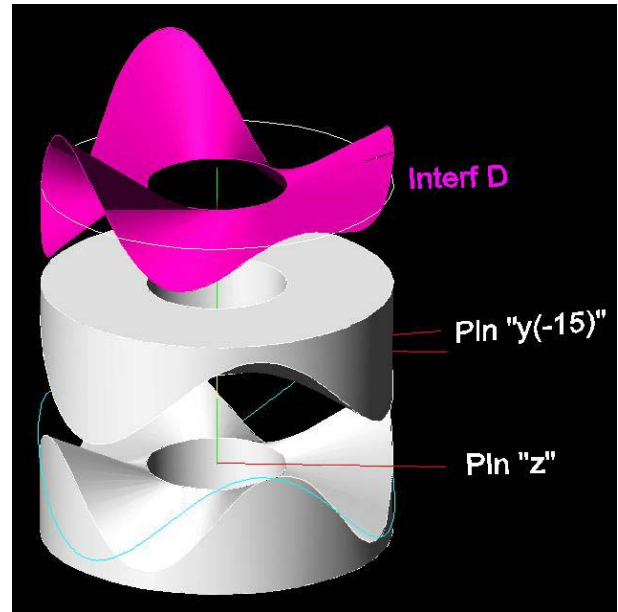


Fig. 8. Obtención del plano virtual D por interferometría.

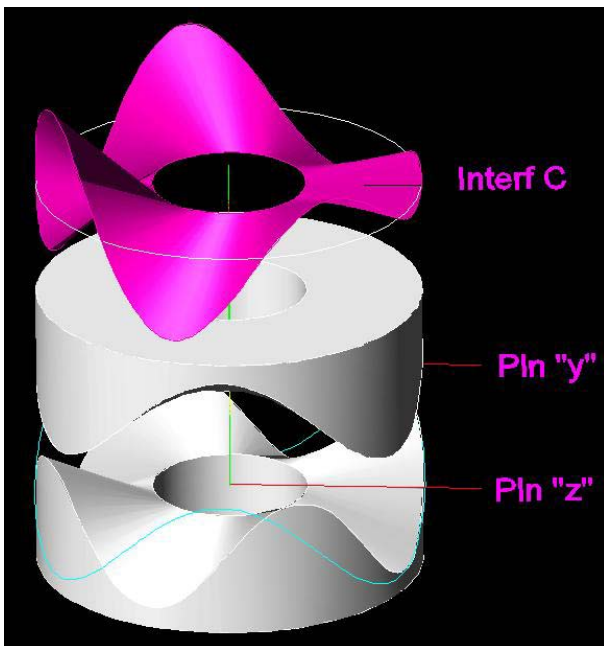


Fig. 7. Obtención del plano virtual C por interferometría.

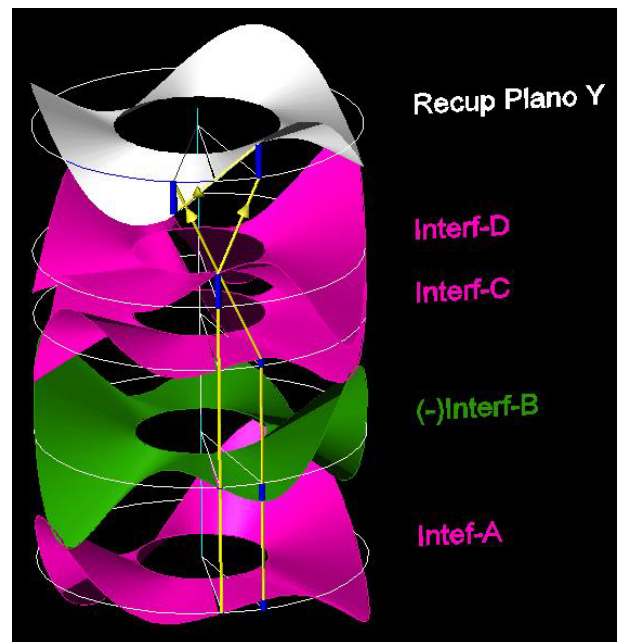


Fig. 9. Recuperación de plano "y" por la recurrencia (10).

4. DISCUSIÓN

La aplicación de los modelos descritos requiere como en el caso de Bernard, de una etapa de pre-

procesamiento para la conversión de franjas luminosas de interferencia de luz, a topografías.

El conjunto de muestras anulares “y” reconstruidas, requiere de edición en sentido radial; pero este problema se considera superado al ser válida la formulación de la Ec. (B.2), aplicada en $\theta=0$ o $i=0$.

Las topografías “x” y “z” pueden obtenerse a partir de la formulación de la Ec. (8).

Dadas las manipulaciones numéricas requeridas, el proceso de auto-calibración resulta de mayor incertidumbre que el de comparación contra planos “perfectos”; sin embargo la incertidumbre numérica de cómputo debe considerarse despreciable, respecto a las posibilidades de sensado de luz de hasta $\lambda/100$.

4.1. Trabajo a Futuro

Se procederá a desarrollar procesos de navegación sobre imágenes interferométricas, para convertir patrones luminosos en topografías virtuales.

Se procederá a hacer un análisis de incertidumbre para un conjunto de casos seleccionados como típicos, entre los que se incluirán aspectos de: precisión aritmética computacional, precisión por redondeo y aproximación polinomial, precisión por interpretación de niveles luminosos como sombras.

Se procederá a validar el proceso, comparando las topografías obtenidas por el proceso descrito, contra planos patrón trazables Davidson Optronics de calidad superior a $\lambda/20$.

5. CONCLUSIONES

Se ha convertido un problema de aberraciones ópticas, en un problema de análisis exclusivamente geométrico, ganando inteligibilidad al emplear polinomios B-spline. Este cambio anima acceder al proceso a no expertos en matemáticas u óptica, como es el caso en los laboratorios de geometría dimensional.

Los polinomios B-spline periódicos son transportables directamente a espacios CAD, lo que permite establecer ensayos paralelos en espacios virtuales, y comprobar su robustez.

El concepto de calibración como comparación con patrones de orden superior, y las reglas que aplican los sistemas de acreditación de laboratorios,

requiere de cambios para incluir la posibilidad de auto-calibración; el caso de conjuntos de planos es un ejemplo evidente.

REFERENCIAS

- [1] Bernard S. Fritz, Absolute calibration of an optical flat, OPTICAL ENGINEERING / July/Aug. 1984, Vol. 23, N. 4, 379-383.
- [2] <<http://www.optica.unican.es/Linea1/PresentacionesOA/zernikes.ppt#296,13>, Diapositiva 13>, 17, may, 2008.
- [3] Geometric Modelling, Michael E. Mortenson, John Wiley & Sons, Ch. 3, ISBN 0-41-88279-8, 1985.