

Puente de Wheatstone Modificado Utilizado en una Comparación Internacional en el Valor de 1 GΩ

Felipe Hernández Márquez, Benjamín Rodríguez Medina, Alfonso Torres Ríos

Centro Nacional de Metrología
km 4,5 Carretera a Los Cués, 76246, Querétaro, México.
fhernand@cenam.mx

RESUMEN

Entre Diciembre de 2005 y Septiembre 2007 se llevó a cabo una comparación organizada por el Sistema Interamericano de Metrología (SIM) en los valores de 1 Ω, 1 MΩ y 1 GΩ. Los institutos nacionales de metrología participantes en esta comparación fueron el INTI de Argentina, el INMETRO de Brasil, el NRC de Canadá, la UTE de Uruguay, el CENAM de México y el NIST de Estados Unidos, siendo este último el laboratorio piloto. Para llevar a cabo las mediciones en el valor de 1 GΩ el CENAM empleó un puente de Wheatstone modificado, también conocido como puente de ramas activas. En este trabajo se presentan las ventajas que ofrece este método de medición, los criterios de su diseño, la metodología empleada para llevar a cabo las mediciones, los resultados obtenidos en la comparación, así como las incertidumbres de medición obtenidas con este sistema de medición.

1. INTRODUCCIÓN

Entre 2005 y 2007 se llevó a cabo una comparación organizada por el Sistema Interamericano de Metrología (SIM) en los valores de 1 Ω, 1 MΩ y 1 GΩ. Los institutos nacionales de metrología participantes fueron el Instituto Nacional de Tecnología Industrial (INTI) de Argentina, el *Instituto Nacional de Metrología, Normalização e Qualidade Industrial* (INMETRO) de Brasil, el *National Research Council* (NRC) de Canadá, la Administración Nacional de Usinas y Transmisiones Eléctricas (UTE) de Uruguay, el Centro Nacional de Metrología (CENAM) de México y el *National Institute of Standards and Technology* (NIST) de Estados Unidos, siendo este último el laboratorio piloto. Durante la comparación se emplearon dos patrones viajeros para cada valor propuesto.

En el CENAM la unidad de resistencia eléctrica se reproduce mediante el efecto Hall cuántico [1], cuya resistencia se determina mediante la expresión

$$R_H = \frac{R_{K-90}}{i} = \frac{h}{ie^2}, \quad (1)$$

donde R_H es la resistencia Hall cuantizada, R_{K-90} es la constante de von Klitzing cuyo valor es $h/e^2=25\,812,807\ \Omega$, i es un número entero de valor pequeño (1, 2, 3, ...), h es la constante de Planck, y e es la carga del electrón.

En términos prácticos en el CENAM se utiliza el valor de resistencia Hall cuantizada cuando $i=2$, con lo cual se obtiene un valor de resistencia Hall igual a

12 906,403 5 Ω. Con este valor junto con un sistema de medición que opera bajo el principio potenciométrico se determina el valor de un resistor de 10 kΩ [2].

A partir del valor de 10 kΩ se establecen los diversos valores de la escala de resistencia que se mantiene en el CENAM, desde 1 mΩ hasta 1 GΩ. Para determinar el valor de 1 Ω, se hace uso de dos dispositivos de transferencia tipo Hamon [3], uno de 1 kΩ/paso y otro de 10 Ω/paso, en conjunto con un puente de resistencia que opera bajo el principio de un comparador de corrientes, utilizando siempre relaciones 1:1.

Para determinar el valor de 1 MΩ se hace uso un dispositivo Hamon de 100 kΩ/paso en conjunto con un puente de resistencia que opera bajo el principio potenciométrico, utilizando relaciones 1:1.

Para determinar el valor de 1 GΩ, primeramente se obtiene el valor de 10 MΩ utilizando el puente potenciométrico que se usó para medir el resistor de 1 MΩ, salvo que en esta ocasión, este puente se utiliza en la relación 10:1. En seguida, se utiliza el resistor de 10 MΩ recién calibrado para determinar el valor de un resistor de 100 MΩ utilizando la relación 10:1.

Los valores conocidos de 1 Ω, 1 MΩ y 100 MΩ de la escala de resistencia fueron tomados como referencia para estimar los valores de los patrones viajeros de la comparación. Para el caso de la medición del valor de 1 GΩ se utilizó como

referencia el valor de 100 MΩ en conjunto con un puente de Wheatstone modificado (PWM).

2. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE MEDICIÓN

2.1. Teoría de Operación

La medición de altos valores de resistencia ofrece retos importantes que tienen que ser superados para llevar a cabo mediciones con alta exactitud, por ejemplo, los niveles de corriente en este tipo de mediciones son bajos, generalmente menores de 1 μA, esto implica la necesidad de emplear blindajes para hacer al sistema de medición inmune al ruido; sin embargo esto necesariamente conduce a lidiar con el problema de las corrientes de fuga debidas a la presencia de resistencias de fuga distribuidas en el sistema de medición. El puente de Wheatstone modificado ofrece una solución donde estos factores se minimizan, como se explica a continuación.

En un puente de Wheatstone convencional se tienen dos brazos como se muestra en la figura 1, en uno de ellos se colocan los resistores R₁ y R₂, mientras que en el otro brazo se colocan los resistores R_X y R_S.

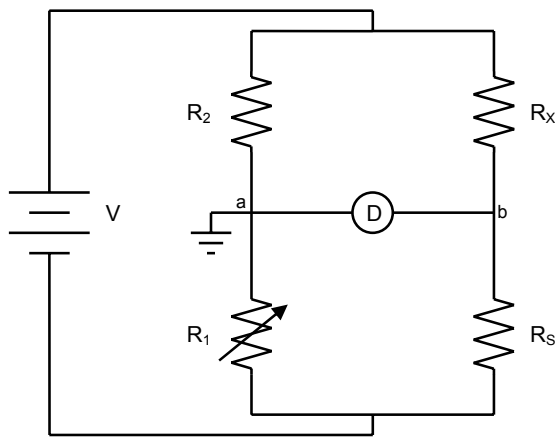


Fig. 1. Esquema de un puente de Wheatstone convencional.

El puente se alimenta con una fuente que genera una tensión V, mientras que un detector se coloca entre los puntos **a** y **b** del puente. En una condición de equilibrio, la cual se logra variando el resistor R₁ hasta obtener un nulo en el detector, la relación que existe entre los resistores R₁ y R₂ es igual a la relación entre R_S y R_X, es decir:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_X}{R_S} \tag{2}$$

Con la Ec. (2) y si se conocen los valores de los resistores R₁, R₂ y R_S se puede determinar el valor del resistor R_X.

En un PWM modificado conocido también como puente de ramas activas [4], los resistores R₁, R₂ y la fuente de tensión son sustituidos por dos fuentes de tensión denotadas como V_S y V_X en el Fig. 2.

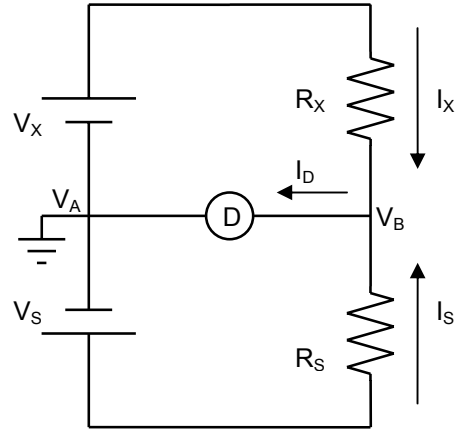


Fig. 2. Esquema del puente de Wheatstone modificado.

Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff en el circuito de la Fig. 2 y asumiendo el sentido de las corrientes como se indica, se observa que:

$$I_x + I_s = I_D \tag{3}$$

Por otra parte, si se aplica la ley de tensiones de Kirchhoff en la malla superior del circuito, se tiene que:

$$V_x - V_b - R_X I_x = 0 \tag{4}$$

despejando I_X de la Ec. (4) anterior se tiene que:

$$I_x = \frac{V_x - V_b}{R_X} \tag{5}$$

Si se aplica ahora la ley de tensiones de Kirchhoff para la malla inferior, se tiene entonces que:

$$V_s + V_b + R_S I_s = 0 \tag{6}$$

$$I_s = \frac{-V_s - V_b}{R_S} \tag{7}$$

Cuando se obtiene una condición de balance haciendo variar una de las fuentes, la corriente I_D es igual a cero, lo cual significa que:

$$I_x = -I_s \tag{8}$$

Sustituyendo las Ecs. (5) y (7) en la Ec. (8) se tiene que:

$$\frac{V_x - V_B}{R_x} = \frac{V_s + V_B}{R_s} \tag{9}$$

Sin embargo, bajo condiciones de balance $I_D=0$, entonces la tensión V_B debe ser igual a la tensión V_A . Así, como V_A es una tensión de referencia o tensión cero, se tiene que $V_B=0$, lo cual significa que V_B es un punto de tierra virtual. Considerando esto último se tiene finalmente que:

$$\frac{V_x}{R_x} = \frac{V_s}{R_s} \tag{10}$$

De esta última expresión se puede visualizar que la relación de resistencia es directamente proporcional a la relación de las tensiones generadas por las dos fuentes de alimentación del puente.

$$\frac{R_x}{R_s} = \frac{V_x}{V_s} \tag{11}$$

De la Ec. (11) se observa que si se conocen las tensiones y el valor del resistor R_s se puede determinar el valor del resistor R_x .

2.2. Sistema de Medición

En el PWM desarrollado en el CENAM se emplean como fuentes de tensión dos calibradores de alta estabilidad, mientras que el detector es un electrómetro digital el cual se configura como medidor de corriente. El sistema cuenta con un blindaje, el cual junto con el punto central entre las dos fuentes y el punto bajo del detector están conectados a tierra, es decir el punto a de la Fig. 3.

Como el blindaje de los resistores está conectado al punto de referencia a, entonces cualquier resistencia de fuga que esté presente en las terminales de los resistores (R_{F1} , R_{F2} , R_{F3} o R_{F4}) estará conectada en paralelo con la impedancia de salida de una de las fuentes (Z_s o Z_x) o bien en paralelo con el detector [5], como se muestra en la Fig. 4. Esto último significa que en condición de balance, $I_D=0$, por lo tanto:

1. Se crea una tierra virtual en la parte superior del detector; entonces, R_{F2} y R_{F3} quedan en cortocircuito, es decir, no hay corriente de fuga a través de estos dos resistores.
2. R_{F1} y R_{F4} quedan en paralelo con los generadores de tensión, de manera que la corriente de fuga a través de estos resistores no es medida por el detector. Si hay una corriente fuga a través de R_{F1} y R_{F4} , entonces se crean divisores de tensión en la parte superior de R_x y de R_s , por lo que la ecuación 10 no es válida. Los divisores de tensión se forman en conjunto con la impedancia de salida Z_s y Z_x de los generadores.
3. Para asegurar que la ecuación 10 es valida, se debe asegurar que las resistencias R_{F1} y R_{F4} son mayores que Z_s y Z_x en varios órdenes de magnitud. Para ello se utilizan conductores de teflón que ofrecen resistencias de aislamiento muy altas.

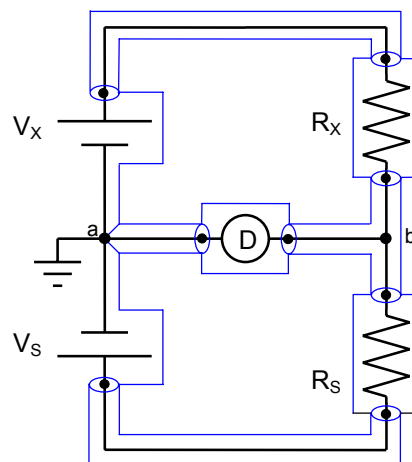


Fig. 3. Esquema completo del puente de Wheatstone modificado.

La baja impedancia del detector contribuye a que la corriente que fluye en cada resistor está determinada por la tensión de la fuente que está efectivamente conectada a través de éste.

Se emplean cables coaxiales con aislamiento de teflón para interconectar cada uno de los elementos del sistema de medición, los conectores coaxiales empleados son del tipo *British Post Office* (BPO), los cuales cuentan con aislamiento de teflón. Con el PWM se pueden llevar a cabo mediciones de alta resistencia desde 100 MΩ hasta 10 TΩ, en

relaciones 1:1, 10:1 y 100:1 con tensiones de prueba desde 10 V hasta 1 000 V.

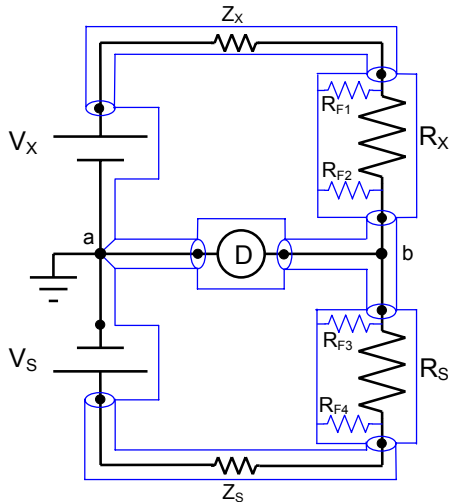


Fig. 4. Esquema completo del puente de Wheatstone modificado.

2.3. Secuencia de Medición

Para el caso de las mediciones realizadas en la comparación se tiene que los valores nominales de R_S y R_X fueron 100 M Ω y 1 G Ω respectivamente, mientras que las tensiones nominales que se seleccionaron para V_S y V_X fueron 10 V y 100 V respectivamente. Para poder llevar a cabo las mediciones con el PWM se emplea una secuencia de medición que tiene como propósito encontrar las tensiones de balance, es decir los valores de V_X y V_S reales para poder incluir estos datos en la Ec. (11).

La secuencia de medición inicia programando las fuentes de tensión para una salida de cero volts, bajo esta condición se toma un conjunto de 100 lecturas del detector, el promedio de este conjunto de mediciones es el cero del circuito. Esto es importante puesto que la condición de balance que se quiere encontrar es relativa a la condición del cero del circuito. A continuación las fuentes de tensión aplican cada una de sus tensiones nominales. Bajo esta condición el detector tendrá una lectura de desbalance, la cual es proporcional al error que se tiene respecto de la relación nominal R_X/R_S . Enseguida se varía la tensión en una de las fuentes, para nuestro caso se varía la tensión V_X hasta que en el detector se tiene una lectura que representa un error de 20 $\mu\Omega/\Omega$ de la relación nominal R_X/R_S . Bajo esta condición se toma un segundo conjunto de 100 lecturas del detector. Posteriormente se sigue variando la tensión V_X

hasta que la lectura del detector es lo más cercana posible a las lecturas obtenidas durante la medición del cero del circuito. En esta condición se toma un tercer conjunto de 100 lecturas del detector. A continuación se sigue variando la tensión V_X hasta que en el detector se tiene una lectura que representa un error de 20 $\mu\Omega/\Omega$ de la relación nominal R_X/R_S . Este nuevo error es de signo contrario al encontrado anteriormente y bajo estas condiciones se toma un cuarto conjunto de 100 lecturas del detector. Finalmente se establece nuevamente una salida de cero volts en las fuentes; bajo estas condiciones se toma un quinto conjunto de 100 lecturas del detector, el promedio de este conjunto de mediciones es una segunda medición del cero del circuito. Es necesario realizar este procedimiento para prevenir cualquier corrimiento en el detector durante el proceso de medición.

Para calcular la tensión de balance V_X de la medición se promedian las dos mediciones del cero del circuito, el cual proporciona el punto de interpolación entre el promedio del tercer y el segundo o cuarto conjunto de 100 lecturas del detector, esto último depende de donde se encuentra el punto de interpolación. Esto se puede visualizar de mejor manera en la Fig. 5.

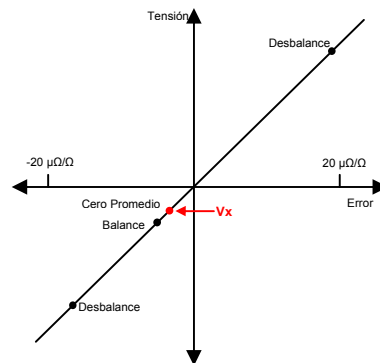


Fig. 5. Localización de la tensión de balance V_X

Para determinar la relación de tensiones V_X/V_S de la Ec. (11), la tensión de balance V_X encontrada por interpolación y la tensión V_S son corregidas por el probable error que tengan las fuentes, esto de acuerdo a la información de las calibraciones de las fuentes.

La secuencia de medición descrita anteriormente se repite nuevamente, pero con las polaridades de las fuentes invertidas, esto se requiere para poder eliminar las probables fem's térmicas distribuidas en el circuito de medición. La relación de tensiones

V_x/V_S final se obtiene del promedio de las dos secuencias de medición.

3. RESULTADOS

De acuerdo al protocolo de la comparación se midieron dos resistores viajeros con valor nominal de 1 GΩ, en dos rondas de comparación: la primera durante el mes de Septiembre de 2006 y la segunda durante Julio de 2007, en ambas rondas se utilizó el PWM desarrollado en el CENAM, las mediciones se llevaron a cabo durante un periodo de dos semanas, las cuales fueron corregidas a una temperatura de referencia de 23 °C, haciendo uso de los coeficientes de temperatura de los resistores. Los resultados obtenidos en las dos rondas de comparación se muestran en las Figs. 6 y 7.

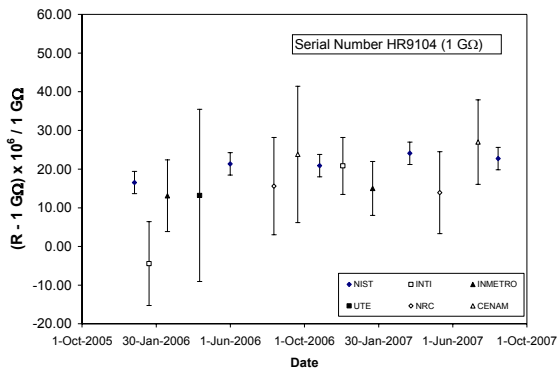


Fig. 6. Resultados obtenidos para el resistor de 1 GΩ con número de serie HR9104

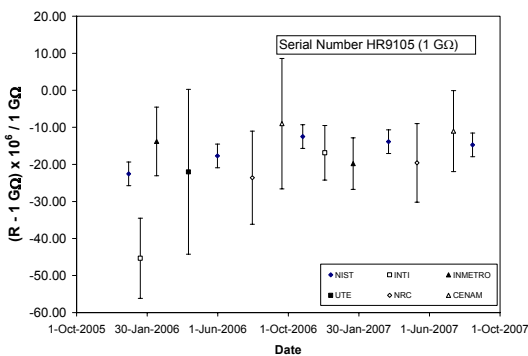


Fig. 7. Resultados obtenidos para el resistor de 1 GΩ con número de serie HR9105

Los valores de medición reportados de los patrones viajeros tienen una incertidumbre expandida de 20 μΩ/Ω con un factor de cobertura k=2, como se muestra en la tabla I. Esta incertidumbre incluye las

componentes debidas por la dispersión de las mediciones realizadas, el proceso de escalamiento para determinar el valor de referencia, la estabilidad del patrón de 100 MΩ utilizado como referencia, el efecto de la temperatura sobre los resistores, la incertidumbre debida a las fuentes de tensión, el detector y las probables resistencias de fuga en el PWM.

Tabla 1. Componentes de incertidumbre y su peso en la incertidumbre total.

Factor de Influencia (y_i)	Contribución de Incertidumbre $u(R_i)$ (GΩ)
1) Proceso de Escalamiento	8.0E-06
2) Patron utilizado como referencia	1.0E-06
3) Sistema de Medición	
Fuentes de Tensión	4.0E-06
Detector	3.0E-06
Efectos de fugas	2.0E-06
5) Condiciones de Medición	
Temperature R(NIST)	1.1E-06
Temperature R(CENAM)	1.0E-06
6) Desviación Estandar Experimental	7.8E-07
Incertidumbre tipo A	7.8E-07
Incertidumbre tipo B	9.8E-06
Incertidumbre Combinada	9.9E-06
Incertidumbre Expandida (factor de cobertura k=2)	2.0E-05

Con los datos de medición de todos los participantes, el laboratorio piloto elaboró el informe de la comparación, el cual ya fue aprobado por el SIM. A partir del reporte del laboratorio piloto se presentan las graficas siguientes. En la Fig. 8 se muestra la grafica de las diferencias obtenidas por cada laboratorio respecto del valor de referencia de la comparación

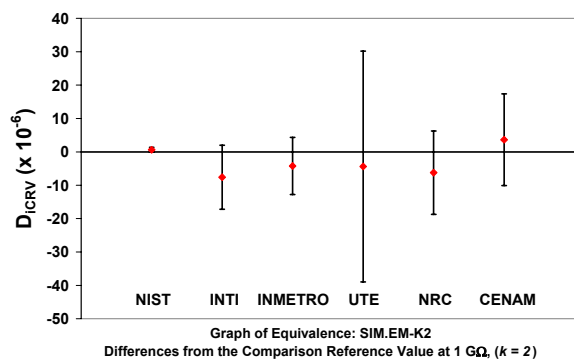


Fig. 8. Grafica de equivalencia.

Finalmente debido a que esta comparación puede ser enlazada a la comparación clave de 1 GΩ CCEM-K2, en la Fig. 9 se muestran los resultados obtenidos del CENAM comparados con varios institutos nacionales de metrología.

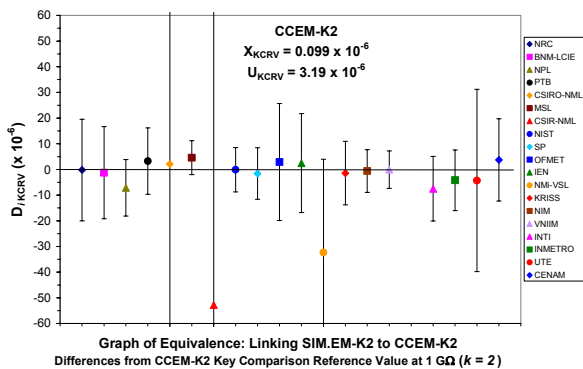


Fig. 9. Gráfica de equivalencia entre las comparaciones SIM.EM-K2 y CCEM-K2.

5. CONCLUSIONES

De acuerdo a los resultados obtenidos en esta comparación se pueden hacer las siguientes conclusiones:

- El proceso de escalamiento desde la reproducción de la unidad de resistencia mediante el efecto Hall cuántico hasta el valor de 100 MΩ tuvo resultados muy favorables.
- Los resultados obtenidos a través del PWM, desarrollado en el CENAM, cuenta con una base sólida de operación.
- El desarrollo del procedimiento de medición del puente modificado tiene un impacto significativo en la reducción de la incertidumbre de medición. Se encuentra que la determinación del valor de cero volts para una condición de balance, es crítica para asegurar que se corrigen adecuadamente los errores sistemáticos que puedan afectar al resultado de medición.

AGRADECIMIENTOS

Los autores deseamos agradecer al Dr. René Carranza López Padilla por sus valiosos comentarios para el enriquecimiento de este artículo.

REFERENCIAS

- [1] F. Hernández, M.A. Escobar, C. Sánchez y D. Avilés, "Reproduction of the Ohm based on the quantum Hall effect at CENAM", Precision Electromagnetic Measurement Digest, 1998 Conference on, pp 414-415, 1998.
- [2] Alfonso Torres Ríos, Felipe Hernández Márquez, "Estimación de la Incertidumbre de Medición del Sistema Potenciométrico empleado en

experimento del efecto Hall cuántico", a ser presentado en el Simposio de Metrología 2008.

- [3] B. V. Hamon, "A 1-100 Ω build-up resistor for the calibration of standard resistors", Journal of Scientific Instruments, Vol. 31, December 1954.
- [4] Lesley C. A. Henderson, "A new technique for the automatic measurement of high value resistors", J. Phys. E: Sci. Instrum. 20, 1987.
- [5] S. Harkness, Lesley C. A. Henderson, "The measurement of high value resistances at the NPL", NPL report DES 81, December 1984.