ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN DE UN ANALIZADOR VECTORIAL DE REDES

Susana Padilla-Corral, Israel García-Ruiz Centro Nacional de Metrología km 4.5 carretera a Los Cués, El Marqués, Querétaro Tel.:2110500. Fax: 2110528, correo electrónico: spadilla@cenam.mx, igarcia@cenam.mx

Resumen: En este trabajo se presenta el análisis realizado para la estimación de la incertidumbre de medición de los parámetros de reflexión y transmisión medidos con un AVR en DBP de 1- y 2-puertos. Los modelos matemáticos aplicados pueden utilizarse en laboratorios que disponen de AVR y que requieren estimar su incertidumbre de medición. Además, se describe cómo determinar la contribución de algunas FI importantes tales como directividad efectiva, acoplamiento de fuente efectiva, respuesta en frecuencia en reflexión efectiva, acoplamiento de carga efectiva. Finalmente, se muestran ejemplos del cálculo de la incertidumbre expandida para los parámetros de reflexión y transmisión en DBP de 1-puerto y de 2-puertos utilizando un AVR comercial.

Acrónimos: **AVR** Analizador Vectorial de Redes, **AR** Analizadores de Redes, **DBP** Dispositivo Bajo Prueba, **FI** Fuentes de Incertidumbre, **DBC** Dispositivo Bajo Calibración

1. INTRODUCCIÓN

De acuerdo al vocabulario de metrología, la calibración de un instrumento consiste en la comparación del valor medido o generado por el instrumento, contra el valor de referencia del patrón, siendo el resultado de la calibración su error de medición, así como la incertidumbre con la que se determinó este error. Una vez que se conoce el error de un instrumento, cualquier medición realizada con el mismo puede ser fácilmente corregida sustrayendo ese error, en tanto que la incertidumbre de calibración del instrumento se agrega como una componente a la incertidumbre de esta medición.

Los AVR son instrumentos complejos que requieren un proceso de "puesta a punto" antes de que estén en condiciones de proporcionar resultados de medición confiables. Los valores crudos de los parámetros de reflexión y transmisión de un DBP obtenidos con un AVR son la suma de los parámetros de reflexión y transmisión verdaderos del DBP más un conjunto de errores sistemáticos propios de la instrumentación del AVR, como lo ilustra el diagrama de flujo de señal de la figura 1. Por esta razón, es muy importante determinar los errores sistemáticos del AVR a fin de corregir matemáticamente los valores crudos [1] y poner al instrumento en una condición en la que se puedan realizar mediciones confiables. Ese proceso se realiza con alta calidad empleando a) un modelo confiable de los errores sistemáticos, por ejemplo el modelo de 8 términos de error de la figura 1, b) un método matemático de solución del modelo, por ejemplo el método TRL (thru-reflect-line) y c) líneas de transmisión de referencia cuyas características electromagnéticas son calculables y trazables a los patrones nacionales y a las constantes físicas fundamentales.



Figura 1 Modelo de 8 términos de error para mediciones de dos-puertos en un AVR.

Sin embargo, los errores sistemáticos del AVR no se corrigen en su totalidad debido a limitaciones del proceso, tales como: a) las limitaciones del modelo de 8 términos de error para representar en su totalidad los errores sistemáticos del AVR, b) la solución matemática completa del método TRL mediante ecuaciones, ya que para obtenerla se requiere realizar aproximaciones, c) errores de cálculo y de redondeo en la solución final, d) la incertidumbre en la caracterización de las propiedades mecánicas de las líneas de transmisión empleadas como referencia, entre las más importantes.

Por lo tanto, para cada uno de los errores sistemáticos del AVR, permanece una componente residual la cual se agrega como contribución o fuente de incertidumbre (FI) de las mediciones que se realicen con el AVR. Los modelos matemáticos que se emplean para la estimación de la incertidumbre deben incluir estas contribuciones, para cada uno de los tipos de medición que se realicen con el AVR.

Las componentes residuales que permanecen después del proceso de "puesta a punto" o de corrección de errores se muestran en la tabla 1 y se ilustran por medio de un diagrama de flujo de señal en la figura 2. La palabra "*efectiva*" se usa para hacer referencia a los términos de error del modelo, que dieron lugar a las componentes residuales después de aplicar el proceso de corrección de errores o puesta a punto del AVR. Las componentes residuales deben evaluarse experimentalmente a fin de incluirse cuantitativamente en la estimación de la incertidumbre de medición.



Figura 2 Representación de las componentes residuales después del proceso de corrección de errores (a) Medición directa (b) Medición inversa

Componente	Medición directa	Medición inversa
Directividad efectiva	D_1	D_2
Acoplamiento de fuente efectiva	M_1	M_2
Respuesta en frecuencia en reflexión efectiva	T_1	T_2
Acoplamiento de carga efectiva	Γ_{L2}	$\Gamma_{\rm L1}$

 Tabla 1 Componentes residuales después de aplicar el proceso de corrección de errores.

En este trabajo se pretende mostrar lo más relevante de la evaluación de la incertidumbre de mediciones en DBP de 1-puerto y 2-puertos así como la estimación de algunas FI involucradas en los modelos, en el informe técnico [4] se explica detalladamente cada uno de estos puntos.

2. EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN EN DISPOSITIVOS DE 1-PUERTO.

Las contribuciones a la incertidumbre (FI) en la medición del módulo del coeficiente de reflexión $U_{|\Gamma_1|}$ en DBP's de 1-puerto utilizando el puerto 1 de AVR se muestran en la figura 3:



Figura 3 FI en medición de reflexión en dispositivos de 1-puerto utilizando el puerto 1 del AVR.

El modelo matemático de incertidumbre para esta medición considera efectos sistemáticos, aleatorios y por deriva térmica [2]:

$$U_{-}|\Gamma_{1}| = D_{1} + T_{1}|\Gamma_{1}| + M_{1}|\Gamma_{1}|^{2} + L|\Gamma_{1}| + .. \text{ sistemáticos}$$
$$... + Rs_{1} + Rc_{1} + Fc_{1} + ... \text{ aleatorios}$$
$$... + Dt|\Gamma_{1}| \text{ deriva térmica}$$
(1)

Una descripción completa de los símbolos de las FI de la ecuación se presenta en la tabla 2.

Para el caso particular en que se emplea el AVR comercial 8510C, es necesario agregar al último término de la ecuación (1) las siguientes FI:

... +
$$Dmsa_1|\Gamma_1| + Dm_1b_1|\Gamma_1|$$
 deriva térmica

Aunque la Linealidad L tiene efecto principalmente en la medición de los coeficientes de transmisión, debe considerarse también en las mediciones de reflexión. La linealidad se considera dentro de los efectos sistemáticos del modelo matemático debido a que representa la desviación del Analizador de Redes de la respuesta ideal cuando en este se operan diferentes amplitudes de señal.

El modelo aplicable para estimar la incertidumbre en la fase del coeficiente de reflexión es:

$$U_{\perp} \angle \Gamma_{1} = \arcsin\left(\frac{U_{\perp}|\Gamma_{1}|}{|\Gamma_{1}|}\right)\frac{180}{\pi} + K_{1}F + Df + 2Cf_{1}F$$
(2)

donde *F* indica la frecuencia en GHz.



Figura 4 Representación vectorial del parámetro $|\Gamma_1|$ con su incertidumbre

Una de las principales contribuciones de este modelo de incertidumbre es el primer término. La figura 4 ilustra el vector Γ_1 con su incertidumbre expandida U, k representa el factor de cobertura. Las líneas punteadas indican el desplazamiento máximo y mínimo que puede llegar a tener $|\Gamma_1|$ para un determinado valor de incertidumbre expandida; ese desplazamiento es lo que se requiere estimar, figura 5. Analizando la figura 5 podemos observar que para calcular el desplazamiento angular del vector se utiliza la siguiente relación:

$$\arcsin\left(\frac{U_{-}|\Gamma_{1}|}{|\Gamma_{1}|}\right).$$



Real de T₁

Figura 5 Estimación de la incertidumbre en fase del coeficiente de reflexión.

Símbolo	Fuente de Incertidumbre
<i>D</i> ₁	Directividad efectiva del puerto 1 del AVR
<i>T</i> ₁	Respuesta en frecuencia en reflexión efectiva del puerto 1 del AVR
<i>M</i> ₁	Acoplamiento de fuente efectiva del puerto 1 del AVR
L	Linealidad efectiva del AVR
Rs ₁	Repetibilidad del sistema en la medición Γ_1
Rc ₁	Repetibilidad de las conexiones de los DBP's de 1-puerto en la medición Γ_1
Fc ₁	Flexibilidad del cable conectado en el puerto 1 del AVR
Dt	Deriva térmica en módulo
$Dmsa_1$	Deriva térmica del AVR8510C cuando la señal viaja del generador al puerto 1
Dm_1b_1	Deriva térmica del AVR8510C cuando la señal viaja del puerto 1 a <i>b</i> 1
<i>K</i> ₁	Expansión térmica del puerto 1 del AVR
Df	Deriva térmica en fase
Cf_{l}	Estabilidad del cable conectado en el puerto 1 del sistema de prueba del AVR

Tabla 2 Descripción de los símbolos de las FI de losmodelos (1) y (2)

En el caso de que se utilice el puerto 2 del AVR para medir el coeficiente de reflexión complejo a DBP's de 1-puerto, las contribuciones a la incertidumbre en la medición del módulo del coeficiente de reflexión $U_{\perp}|\Gamma_2|$ se muestran en la figura 6:



Figura 6 FI en mediciones de reflexión en dispositivos de 1-puerto usando el puerto 2 del AVR.

El modelo matemático aplicable para esta medición considera también los efectos sistemáticos, aleatorios y por deriva térmica:

$$U_{|}\Gamma_{2}| = D_{2} + T_{2}|\Gamma_{2}| + M_{2}|\Gamma_{2}|^{2} + L|\Gamma_{2}| + .. \text{ sistemáticos}$$
$$... + Rs_{2} + Rc_{2} + Fc_{2} + ... \text{ aleatorios}$$
$$... + Dt|\Gamma_{2}| \text{ deriva térmica}$$
(3)

Nuevamente, para el caso en que se emplea el AVR comercial 8510C, es necesario agregar al último término de la ecuación (3) las siguientes FI:

...+
$$Dmsa_2 |\Gamma_2| + Dm_2b_2 |\Gamma_2|$$
 deriva térmica

Para estimar la incertidumbre en la fase del coeficiente de reflexión utilizando el puerto 2 del AVR, el modelo a emplear es:

$$U_{\perp} \angle \Gamma_2 = \arcsin\left(\frac{U_{\perp}|\Gamma_2|}{|\Gamma_2|}\right)\frac{180}{\pi} + K_2 F + Df + 2 Cf_2 F$$
(4)

La tabla 3 describe los símbolos de las FI de la ecuación (3) y (4).

Símbolo	Fuente de Incertidumbre
D2	Directividad efectiva del puerto 2 del AVR
<i>T</i> ₂	Respuesta en frecuencia en reflexión efectiva del puerto 2 del AVR
<i>M</i> ₂	Acoplamiento de fuente efectiva del puerto 2 del AVR
L	Linealidad efectiva del AVR
Rs ₂	Repetibilidad del sistema en la medición Γ_2
Rc ₂	Repetibilidad de las conexiones de los DBP's de 1-puerto en la medición Γ_2
Fc ₂	Flexibilidad del cable conectado en el puerto 2 del AVR
Dt	Deriva térmica en módulo
$Dmsa_2$	Deriva térmica del AVR8510C cuando la señal viaja del generador al puerto 2
Dm_2b_2	Deriva térmica del AVR8510C cuando la señal viaja del puerto 2 a <i>b</i> 2
<i>K</i> ₂	Expansión térmica del puerto 2 del AVR
Df	Deriva térmica en fase
Cf_2	Estabilidad del cable conectado en el puerto 2 del sistema de prueba del AVR

Tabla 3 Descripción de los símbolos de las FI de losmodelos (3) y (4)

3. EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE PARA ELEMENTOS DE 2-PUERTOS.

Las principales contribuciones a la incertidumbre en la medición del módulo del coeficiente de reflexión y transmisión en directo en DBP's de 2-puertos, provienen de los residuales de los errores no corregidos, como se muestran en la figura 2(a). Sin embargo, como se ha visto, existen FI presentes en estas mediciones que no están representados en la figura 2(a) pero que es necesario considerarlas en los modelos matemáticos aplicables en la medición de los parámetros de reflexión y transmisión debido a que también tienen una contribución en este tipo de mediciones.



Figura 7. Fl en mediciones de reflexión y transmisión en sentido directo en dispositivos de 2puertos.

El modelo aplicable para evaluar la incertidumbre del módulo del coeficiente de reflexión de entrada $(U_{|s_{11}|})$ es:

$$\begin{split} U_{-} |s_{11}| &= D_{1} + T_{1} |s_{11}| + M_{1} |s_{11}|^{2} + L |s_{11}| + |s_{21}|^{2} (D_{2} + T_{2} |s_{22}| + \dots \\ \dots + M_{2} |s_{22}|^{2} + L |s_{22}|) + \dots \end{split}$$

sistemáticos

$$..+Rs_{s_{11}}+Rc_{s_{11}}+Fc_{1}+|s_{21}|^{2}(Rs_{s_{22}}+Rc_{s_{22}}+Fc_{2})+...$$
 aleatorios

$$...+Dt|s_{11}|+|s_{21}|^{2}(Dt|s_{22}|)$$
 deriva térmica

(5)

Si se utiliza el AVR comercial 8510C, se consideran las siguientes FI adicionales en la deriva térmica:

 $\dots + Dmsa_{1}|s_{11}| + Dm_{1}b_{1}|s_{11}| + |s_{21}|^{2} (Dmsa_{2}|s_{22}| + Dm_{2}b_{2}|s_{22}|)$ deriva térmica

La ecuación (5) se puede expresar de la siguiente manera:

$$U_{-}|s_{11}| = D_{1} + T_{1}|s_{11}| + M_{1}|s_{11}|^{2} + L|s_{11}| + Rs_{s11} + Rc_{s11} + Fc_{1} + \dots$$
$$\dots + Dt|s_{11}| + |s_{21}|^{2} \Gamma_{L2}$$

donde:

 Γ_{L2} Representa el acoplamiento de carga efectiva en sentido directo

Esta FI se estima con el modelo matemático para mediciones en reflexión utilizando el puerto 2 del AVR:

$$\Gamma_{L2} = U_{\perp} |\Gamma_2| \tag{7}$$

El modelo matemático aplicable para mediciones en transmisión en sentido directo en formato logarítmico se expresa como en la ecuación (8):

 $U_{-}|s_{21}|_{dB} = |s_{21}|L + M_{TM} + uA + \dots \text{ sistemáticos}$ $\dots + Rs_{s_{21}} + Rc_{s_{21}} + Fc_{1} + Fc_{2} + \dots \text{ aleatorios}$ $\dots + Dt|s_{21}| \text{ deriva térmica}$ (8)

Para el AVR comercial 8510C se consideran también las siguientes FI en la deriva térmica:

...+ $Dmsa_1|s_{21}|+Dm_2b_2|s_{21}|$ deriva térmica

 M_{TM1} es una FI que se presenta en una medición de atenuación debido a que la fuente y la carga no están perfectamente acoplados, figura 8. A esta FI se le llama por desacoplamiento en sentido directo y está definido como la diferencia entre las pérdidas por inserción P y la atenuación A, ecuación (9).



Figura 8. Diagrama de flujo de señal para ilustrar la FI M_{TM1}

$$M_{TM1} = P - A \tag{9}$$

Las pérdidas por inserción dependen del valor M_1 y Γ_{L2} , y la atenuación depende solamente de los parámetros de dispersión del DBP o del dispositivo que está siendo calibrado [3].

$$P = 20\log_{10}\left[\frac{|(1-M_1s_{11})(1-\Gamma_{L2}s_{22})-M_1\Gamma_{L2}s_{21}s_{12}|}{|s_{21}||1-M_1\Gamma_{L2}|}\right]$$
(10)

$$4 = 20\log_{10}\left[\frac{1}{|s_{21}|}\right] \tag{11}$$

Sustituyendo la ecuación (10) y (11) en (9) se obtiene la ecuación (12):

$$M_{TM1} = 20\log_{10}\left[\frac{\left|\left(1 - M_{1}s_{11}\right)\left(1 - \Gamma_{L2}s_{22}\right) - M_{1}\Gamma_{L2}s_{21}s_{12}\right|}{\left|1 - M_{1}\Gamma_{L2}\right|}\right]$$
(12)

La FI por desacoplamiento está dada en términos de los límites máximo y mínimo, quedando como:

$$M_{TM1} = 20\log_{10}\left[\frac{1\pm \left(|M_{1}s_{11}| + |\Gamma_{L2}s_{22}| + |M_{1}\Gamma_{L2}s_{11}s_{22}| + |M_{1}\Gamma_{L2}s_{21}s_{12}|\right)}{1\mp |M_{1}\Gamma_{L2}|}\right] (13)$$

uA representa la FI por aislamiento, es una función no lineal en la medición de atenuación y puede ser estimada para cada valor de atenuación medido de la siguiente forma:

$$uA = \pm 20 \log_{10} \left[1 + 10^{-\frac{(I-A)}{20}} \right]$$
(14)

donde:

 $s_{ij} \Rightarrow$ parámetros de dispersión del DBP o del dispositivo que está siendo calibrado.

 $I \Rightarrow$ representa el aislamiento del sistema de medición del AVR.

 $A \Rightarrow$ representa el valor de Atenuación del DBP o dispositivo que está siendo calibrado.

Los modelos aplicables para evaluar la incertidumbre de la fase del coeficiente de reflexión de entrada $(U_{\angle}s_{11})$ y del coeficiente de transmisión directo $(U_{\angle}s_{21})$, se expresan en las ecuaciones (15) y (16), respectivamente.

$$U_{\perp} \angle s_{11} = \arcsin\left(\frac{U_{\perp}|s_{11}|}{|s_{11}|}\right)\frac{180}{\pi} + K_1 F + Df + 2Cf_1 F$$
(15)
$$U_{\perp} \angle s_{21} = \arcsin\left[1 - 10^{\wedge}\left(\frac{U_{\perp}|s_{21}|_{dB}}{20}\right)\right]\frac{180}{\pi} + K_1 F + Df + Cf_1 F + Cf_2 F$$
(16)

También es necesario describir modelos que se apliquen en la medición de los parámetros de reflexión y transmisión en sentido inverso de DBP's de 2-puertos. En la figura 2(b) se ilustran las contribuciones a la incertidumbre que provienen de los residuales de los errores sistemáticos no corregidos; la figura 9 ilustra todas las FI que se han identificado para este tipo de mediciones.



Figura 9. FI en mediciones de reflexión y transmisión en sentido inverso en dispositivos de 2- puertos.

El modelo aplicable para evaluar la incertidumbre del módulo del coeficiente de reflexión de salida $(U_{-}|s_{22}|)$:

$$\begin{split} U_{-}|s_{22}| &= D_{2} + T_{2} |s_{22}| + M_{2} |s_{22}|^{2} + L|s_{22}| + |s_{12}|^{2} (D_{1} + T_{1} |s_{11}| + \dots \\ \dots + M_{1} |s_{11}|^{2} + L|s_{11}|) + \dots \end{split}$$

sistemáticos

$$.. + Rs_{s22} + Rc_{s22} + Fc_2 + |s_{12}|^2 (Rs_{s11} + Rc_{s11} + Fc_1) + ...$$

aleatorios
$$... + Dt|s_{22}| + |s_{12}|^2 (Dt|s_{11}|) \text{ deriva térmica}$$

(17)

Utilizando el AVR comercial 8510C, se consideran adicionalmente las siguientes FI debidas a la deriva térmica:

$$...+Dmsa_{2}|s_{22}|+Dm_{2}b_{2}|s_{22}|+|s_{12}|^{2}(Dmsa_{1}|s_{11}|+Dm_{1}b_{1}|s_{11}|)$$

deriva térmica

La ecuación (17) se puede expresar de la siguiente manera:

$$U_{-}|s_{22}| = D_{2} + T_{2}|s_{22}| + M_{2}|s_{22}|^{2} + L|s_{22}| + Rs_{s22} + Rc_{s22} + Fc_{1} + \dots (18)$$
$$\dots + Dt|s_{22}| + |s_{12}|^{2}\Gamma_{L1}$$

donde:

 Γ_{L1} Representa el acoplamiento de carga efectiva en sentido inverso

Esta FI se estima con el modelo matemático para mediciones en reflexión utilizando el puerto 1 del AVR:

$$\Gamma_{L1} = U_{-} |\Gamma_1| \tag{19}$$

El modelo a utilizar para la estimación de la incertidumbre del módulo del coeficiente de transmisión en sentido inverso en formato logarítmico $(U_{-}|s_{12}|_{dB})$ es:

$$U_{-}|s_{12}|_{dB} = |s_{12}|L + M_{TM 2} + uA + \dots \text{ sistemáticos}$$

... + $Rs_{s12} + Rc_{s12} + Fc_{1} + Fc_{2} + \dots \text{ aleatorios}$
... + $Dt|s_{12}|$ deriva térmica
(20)

Utilizando el AVR comercial 8510C, se consideran también las siguientes FI debidas a la deriva térmica:

 $\dots + Dmsa_2 |s_{12}| + Dm_1b_1 |s_{12}|$ deriva térmica

 M_{TM2} es el desacoplamiento en sentido inverso y se estima:

$$M_{TM2} = 20\log_{10}\left[\frac{1 \pm \left(M_{2}s_{22}\right) + |\Gamma_{L1}s_{11}| + |M_{2}\Gamma_{L1}s_{11}s_{22}| + |M_{2}\Gamma_{L1}s_{21}s_{12}|\right)}{1 \mp |M_{2}\Gamma_{L1}|}\right]$$
(21)

Las ecuaciones (22) y (23) representan los modelos aplicables para evaluar la incertidumbre de la fase del coeficiente de reflexión de salida $(U_{\perp} \angle s_{22})$ y del coeficiente de transmisión inverso $(U_{\perp} \angle s_{12})$, respectivamente.

$$U_{\perp} \leq s_{22} = \arcsin\left(\frac{U_{\perp}|s_{22}|}{|s_{22}|}\right)\frac{180}{\pi} + K_2 F + Df + 2Cf_2 F$$
(22)
$$U_{\perp} \leq s_{12} = \arcsin\left[1 - 10^{\wedge}\left(\frac{U_{\perp}|s_{12}|_{dB}}{20}\right)\right]\frac{180}{\pi} + K_2 F + Df + Cf_1 F + Cf_2 F$$
(23)

3.1 Ejemplos de estimación de la contribución de algunas Fl

La **Directividad** es la suma vectorial de todas las señales de fuga que aparecen a la entrada del receptor del sistema, debido a la inhabilidad de los componentes encargados de la separación de señal para separar en forma completa las ondas incidente y reflejada, figura 10. La Directividad tiene su impacto principalmente en mediciones de coeficiente de reflexión.



Figura 10 Representación esquemática de las partes que constituyen en la formación de la Directividad.

Para estimar la **Directividad efectiva** de un puerto, se conecta una línea de transmisión coaxial de precisión de 15 cm. de longitud al puerto que de prueba, en tanto que el otro lado de la línea de transmisión se termina con una carga de 50 ohms de alta calidad, figura 11. En el AVR se desplegará un conjunto de rizos; la mitad de la amplitud de los rizos es una estimación de la Directividad efectiva.



Figura 11. Configuración experimental para estimar la Directividad efectiva

$$D = \frac{\text{Amplitud máxima del rizo}}{2}$$
(24)

Acoplamiento de fuente, es la suma vectorial de las señales que aparecen a la entrada del receptor del analizador debido al desacoplamiento de impedancia entre la entrada del DBP y el generador o fuente, figura 12.



Figura 12 Representación esquemática de las partes que contribuyen en la formación del acoplamiento de fuente.

El **Acoplamiento efectivo de fuente** de un puerto se estima como se ilustra en la figura 13. En el AVR se desplegará un conjunto de rizos, la mitad de la amplitud de los rizos es el acoplamiento efectivo de fuente.



Figura 13. Configuración experimental para estimar el Acoplamiento efectivo de fuente

$$M = \frac{\text{Amplitud máxima del rizo}}{2}$$
(25)

Acoplamiento de carga, es causado por el desacoplamiento de impedancia entre la salida del DBP y el puerto 2 del sistema de medición, esto se ilustra en la figura 14:



Figura 14 Representación esquemática de las partes que contribuyen en la formación del acoplamiento de carga.

El **Acoplamiento efectivo de la carga** en sentido directo e inverso se estima con las ecuaciones (7) y (19), respectivamente.

Para estimar la *Linealidad* de los AVR es necesario realizar dos configuraciones: 1) Configuración para obtener los valores de referencia, figura 15.

2) Configuración para obtener los valores medidos, figura 16.







Figura 16 Medición de los niveles de atenuación de un atenuador de pasos utilizando AVR corregido

Se grafica el error para cada nivel de atenuación del atenuador de pasos (ecuación 26) contra el valor de referencia, en cada punto del intervalo de frecuencia. La pendiente de la gráfica obtenida representaría la estimación de la linealidad del AVR en el formato $\Delta dB/dB$.

La figura 17 muestra algunas de las configuraciones experimentales para estimar la contribución de algunas FI incluidas en los modelos matemáticos [4].



Figura 17. Configuraciones para estimar experimentalmente la contribución de algunas FI

En el sistema de medición del AVR se selecciona el formato lineal para medir varias veces el coeficiente de reflexión en un intervalo de frecuencias, la deriva del instrumento obtenida durante la serie de lecturas representa las FI de cada configuración ilustrada en la figura 17.

4 RESULTADOS

En la tabla 4 se muestra el presupuesto de incertidumbre en la medición del coeficiente de

reflexión de un DBP de 1-puerto medido con el puerto 2 de un AVR comercial 8510C. La incertidumbre estándar se obtiene de la siguiente manera:

$$u(x_i) = \frac{Valor\ estimado}{Divisor}$$
(27)

Donde el Divisor depende de la función de distribución de cada FI. Una función de distribución gaussiana tiene un divisor \sqrt{n} y *n* representa el número de mediciones que se realizaron para estimar esa FI. La función de distribución rectangular tiene un divisor $\sqrt{3}$ y la función de distribución U-Shaped tiene un divisor $\sqrt{2}$, esto se indica en las tablas de la 4 a la 7.

De acuerdo con la Guía [5], la incertidumbre combinada se estima de la siguiente forma:

$$[u_{c}(|\Gamma_{2}|)]^{2} = \left[\frac{\partial U_{-}|\Gamma_{2}|}{D_{2}}u(D_{2})\right]^{2} + \left[\frac{\partial U_{-}|\Gamma_{2}|}{T_{2}}u(T_{2})\right]^{2} + \left[\frac{\partial U_{-}|\Gamma_{2}|}{M_{2}}u(M_{2})\right]^{2} + \dots$$

$$\dots + \left[\frac{\partial U_{-}|\Gamma_{2}|}{L}u(L)\right]^{2} + \left[\frac{\partial U_{-}|\Gamma_{2}|}{Rs_{2}}u(Rs_{2})\right]^{2} + \left[\frac{\partial U_{-}|\Gamma_{2}|}{Rc_{2}}u(Rc_{2})\right]^{2} + \dots$$

$$\dots + \left[\frac{\partial U_{-}|\Gamma_{2}|}{Fc_{2}}u(Fc_{2})\right]^{2} + \left[\frac{\partial U_{-}|\Gamma_{2}|}{Dmsa_{2}}u(Dmsa_{2})\right]^{2} + \left[\frac{\partial U_{-}|\Gamma_{2}|}{Dm_{2}b_{2}}u(Dm_{2}b_{2})\right]^{2} + U_{A}^{2}$$

$$(28)$$

Donde:

$$\frac{\partial U_{\perp} |\Gamma_2|}{D_2} = 1 \qquad (29) \qquad \frac{\partial U_{\perp} |\Gamma_2|}{L} = |\Gamma_2| \qquad (32) \qquad \frac{\partial U_{\perp} |\Gamma_2|}{Fc_2} = 1 \qquad (35)$$

$$\frac{\partial U_{-}[\Gamma_{2}]}{T_{2}} = |\Gamma_{2}| \quad (30) \qquad \frac{\partial U_{-}[\Gamma_{2}]}{Rs_{2}} = 1 \quad (33) \qquad \frac{\partial U_{-}[\Gamma_{2}]}{Dmsa_{2}} = |\Gamma_{2}| \quad (36)$$
$$\frac{\partial U_{-}[\Gamma_{2}]}{M_{2}} = |\Gamma_{2}|^{2} \quad (31) \qquad \frac{\partial U_{-}[\Gamma_{2}]}{Rc_{2}} = 1 \quad (34) \qquad \frac{\partial U_{-}[\Gamma_{2}]}{Dm_{2}b_{2}} = |\Gamma_{2}| \quad (37)$$

La incertidumbre estándar U_A es la desviación experimental de la media que corresponde a la FI por Dispersión en las lecturas del coeficiente de reflexión $|\Gamma_2|$ y se estima:

$$U_A = \frac{s(q_k)}{\sqrt{n}} \tag{38}$$

 $s(q_k)$ es la desviación estándar experimental que caracteriza la variabilidad de las mediciones, y de la cual se han tomado *n* mediciones bajo iguales condiciones de medición.

La incertidumbre expandida se obtiene multiplicando la incertidumbre combinada $u_c(|\Gamma_2|)$ por un factor de cobertura k, a un nivel de confianza de 95.45%:

$$U = k u_c (|\Gamma_2|) \tag{39}$$

El valor medido expresado junto con su incertidumbre es:

$$\left|\Gamma_{2}\right| = 0.200 \frac{V}{V} \pm 0.013 \frac{V}{V}$$

En la tabla 8 se puede observar que la principal FI para este tipo de medición es la Directividad efectiva del puerto 2 D_2 del AVR 8510C.

En las tablas 5 y 6 se presentan ejemplos de la estimación de la incertidumbre expandida para la medición del coeficiente de reflexión de entrada de un DBP de 2-puertos en módulo y fase, respectivamente. Los valores resultantes son:

$$|s_{11}| = 0.200 \frac{V}{V} \pm 0.019 \frac{V}{V}$$

 $\angle s_{11} = 45.30 \text{ Grados } \pm 4.88 \text{ Grados}$

La tabla 9 muestra que la FI que más contribuye a la incertidumbre en la medición del módulo del coeficiente de reflexión de entrada es la Directividad efectiva del puerto 1 D_1 del AVR 8510C. Con respecto a la incertidumbre en la fase de esta misma medición notamos en la tabla 10 que existen

dos FI importantes que son: la relación arcsi

$$in\left(\frac{U_{|s_{11}|}}{|s_{11}|}\right)$$

y la estabilidad del cable Cf_1 , esta última FI es debido a que el coeficiente de sensibilidad 2 F y el presupuesto de incertidumbre que se está estimando en la medición de la fase del coeficiente de reflexión de entrada es para el punto en frecuencia de 18 GHz.

Por último, la tabla 7 muestra los valores estimados de las FI del modelo descrito en la ecuación 8, así como la incertidumbre expandida de la medición en transmisión en sentido directo de un atenuador con un valor nominal de 20 dB. El resultado de esta estimación se expresa como:

$$|s_{21}| = 19.25 \text{ dB} \pm 0.22 \text{ dB}$$

La tabla 11 describe que la principal contribución a la estimación de la incertidumbre del coeficiente de transmisión en directo es la Linealidad L.

5 CONCLUSIONES

Se presentaron los modelos matemáticos aplicables a la estimación de la incertidumbre de medición de parámetros de reflexión y transmisión de DBP's de 1-puerto y de 2-puertos utilizando un AVR.

Los resultados muestran que la FI predominante para mediciones en reflexión en módulo es la Directividad efectiva y para las mediciones en transmisión es la Linealidad. Una de las principales FI en la estimación de la incertidumbre en fase del

coeficiente de reflexión es la relación $arcsin\left(\frac{U_{\perp}|s_{11}|}{|s_{11}|}\right)$

por lo que esta FI dependerá del valor en módulo para mediciones en reflexión del DBP y su incertidumbre.

Aún cuando en los modelos matemáticos propuestos existen FI que no contribuyen en la estimación de la incertidumbre, para los casos que se presentan en este trabajo (como se puede observar en las tablas 8 a la 11), no se recomienda eliminarlos debido a que estos modelos dependen de los parámetros de dispersión del DBP o DBC y del punto en frecuencia (en GHz) que se desea estimar su incertidumbre.

Se muestran y se explican algunas configuraciones experimentales para estimar las contribuciones incluidas en los modelos matemáticos.

Finalmente, los ejemplos que se presentaron en la estimación de la incertidumbre expandida para mediciones en reflexión a DBP de 1-puerto y de 2-puertos y mediciones en transmisión realizadas con un AVR 8510C, presentan valores similares a los reportados en [2].

REFERENCIAS

- [1] S. Padilla-Corral, I. García-Ruiz, "Método de corrección de errores del analizador de redes empleando como referencia las líneas coaxiales patrón", Simposio de Metrología 2004.
- [2] Calibration Guide EA-10/12, "Guidelines on the Evaluation of Vector Network Analysers (VNA)", EURAMET - European Association of National Metrology, July 2007

- [3] R.J. Collier, A.D. Skinner, "Microwave Measurements" 3rd Edition, Published by The Institution of Engineering and Technology, London, United Kingdom, 2007
- [4] S.Padilla-Corral, I. García-Ruiz, "INFORME TÉCNICO: Evaluación Exhaustiva de la Incertidumbre de Coeficiente de Reflexión y Coeficiente de transmisión que se realiza con el Analizador Vectorial de Redes 8510C a frecuencias de radio y microondas", Laboratorio

de Alta Frecuencia, Dirección de Metrología Eléctrica, CENAM.

[5] NMX-CH-140-IMNC 2002 Guía para la expresión de la Incertidumbre en las Mediciones, equivalente al documento Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML (1995).

ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN MÓDULO EN LA MEDICIÓN DEL COEFICIENTE DE REFLEXIÓN										
DE UN DBP 1-PUERTO MEDIDO CON EL PUERTO 2 DEL AVR 8510C										
FI	Valor Estimado	Unidades	Función de Distribución	Divisor	Incertidumbre estándar u(xi)	Unidades	Coeficiente de sensibilidad	Contribución de incertidumbre	Unidades	Grados de libertad
Directividad efectiva	0.008236	V/V	U_Shaped	√2	0.005823897	V/V	1	0.005823897	V/V	100
Respuesta en frecuencia en reflexión efectiva	0.000114	V/V	Gaussiana	√15	2.95634E-05	V/V	Γ2	5.91268E-06	V/V	14
Acoplamiento de fuente efectiva	0.005382	V/V	U_Shaped	√2	0.003805932	V/V	Γ2 2	0.000152237	V/V	100
Linealidad efectiva del sistema de medición	0.0099	dB/dB	Rectangular	√3	0.009241616	V/V	Γ2	0.001848323	V/V	100
Repetibilidad del sistema	0.000390	V/V	Gaussiana	√10	0.000123229	V/V	1	0.000123229	V/V	9
Repetibilidad de las conexiones	0.000030	V/V	Gaussiana	√10	9.47752E-06	V/V	1	9.47752E-06	V/V	9
Flexibilidad del cable conectado en el puerto 2	0.002429	V/V	Gaussiana	√10	0.000767968	V/V	1	0.000767968	V/V	9
Deriva térmica del AVR8510C cuando la señal viaja del generador al puerto 2	0.01	V/V / °C	Rectangular	√3	0.005773503	V/V	$ \Gamma_2 $	0.001154701	v/v	100
Deriva térmica del AVR8510C cuando la señal viaja del puerto 2 a b2	0.01	V/V / °C	Rectangular	√3	0.005773503	V/V	$ \Gamma_2 $	0.001154701	v/v	100
Dispersión lecturas	0.000158	V/V	Gaussiana	√20	3.53553E-05	V/V	1	3.53553E-05	V/V	19
						Incertidum	bre estándar co	mbinada <i>u</i> c(Γ ₂]) [V/V]	0.006374
Γ2 = 0.200 V/V						Grados efe	ctivos de libertad			141
DBP DE 1-PUERTO $F = 18 \text{ GHz}$						Valor de k	a un nivel de conf	ianza de 95.45%		2.0
						Incertidum	bre Expandida	U [V/V]		0.012893

 Tabla 4 Presupuesto de incertidumbre aplicando el modelo de incertidumbre descrito en la ecuación 3.

ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN MÓDULO EN LA MEDICIÓN DEL COEFICIENTE DE REFLEXIÓN DE ENTRADA										
	CON EL AVR	8510C								
FI	Valor Estimado	Unidades	Función de Distribución	Divisor	Incertidumbre estándar u(xi)	Unidades	Coeficiente de sensibilidad	Contribución de incertidumbre	Unidades	Grados de libertad
Directividad efectiva	0.012714	V/V	U_Shaped	√2	0.008990334	V/V	1	0.008990334	V/V	100
Respuesta en frecuencia en reflexión efectiva	0.000120	V/V	Gaussiana	√15	3.09388E-05	V/V	S11	6.18777E-06	V/V	14
Acoplamiento de fuente efectiva	0.008609	V/V	U_Shaped	√2	0.006087738	V/V	s11 ^2	0.00024351	V/V	100
Linealidad efectiva del sistema de medición	0.0099	dB/dB	Rectangular	√3	0.009241616	V/V	S11	0.001848323	V/V	100
Acoplamiento de carga efectiva (tabla 4)	0.006374	V/V	U_Shaped	√2	0.004507231	V/V	S21 ^2	5.35504E-05	V/V	100
Repetibilidad del sistema	0.000267	V/V	Gaussiana	√10	8.45686E-05	V/V	1	8.45686E-05	V/V	9
Repetibilidad de las conexiones	0.000256	V/V	Gaussiana	√10	8.10745E-05	V/V	1	8.10745E-05	V/V	9
Flexibilidad del cable conectado en el puerto 1	0.001450	V/V	Gaussiana	√10	0.00045838	V/V	1	0.00045838	V/V	9
Deriva térmica del AVR8510C cuando la señal viaja del generador a puerto 1	0.01	V/V / °C	Rectangular	√3	0.005773503	V/V	S11	0.001154701	V/V	100
Deriva térmica del AVR8510C cuando la señal viaja del puerto 1 a b1	0.01	V/V / °C	Rectangular	√3	0.005773503	V/V	S11	0.001154701	V/V	100
Dispersión lecturas	0.003162	V/V	Gaussiana	√20	0.000707107	V/V	1	0.000707107	V/V	19
						Incertidum	bre estándar co	mbinada <i>u c</i> ()	s11)[V/V]	0.009365
s ₁₁ = 0.200 V/V s ₂₁ = 0.109 V/V		Grados efectivos de libertad							117	
DBP DE 2-PUERTOS $E = 18 \text{ GHz}$						Valor de k	a un nivel de conf	ianza de 95.45%		2.0
					0.018976					

Tabla 5 Presupuesto de incertidumbre aplicando el modelo de incertidumbre descrito en la ecuación 6.

ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN FASE EN LA MEDICIÓN DEL COEFICIENTE DE REFLEXIÓN DE ENTRADA										
DE UN DBP 2-PUERTOS MEDIDO CON EL AVR 8510C										
FI	Valor Estimado	Unidades	Función de Distribución	Divisor	Incertidumbre estándar u (xi)	Unidades	Coeficiente de sensibilidad	Contribución de incertidumbre	Unidades	Grados de libertad
Arcoseno	2.68373191	Grados	Rectangular	√3	1.549453341	Grados	1	1.549453341	Grados	100
Expansión térmica del puerto del AVR	0.01	Grados / F(GHz)	Rectangular	√3	0.005773503	Grados / F(GHz)	F(GHz)	0.103923048	Grados	100
Deriva térmica en fase	0.1	Grados	Rectangular	√3	0.057735027	Grados	1	0.057735027	Grados	100
Estabilidad del cable conectado en el puerto del sistema de prueba del AVR	0.09	Grados / F(GHz)	Rectangular	√3	0.051961524	Grados / F(GHz)	2*F(GHz)	1.870614872	Grados	100
Dispersión lecturas	1.00	Grados	Gaussiana	√20	0.223606798	Grados	1	0.223606798	Grados	19
						Incertidumb	ore estándar com	binada <i>u c</i> (s11)	[Grados]	2.442159
s ₁₁ = 0.200 V/V ∠s ₁₁ = 45.30 Grados		Grados efectivos de libertad							197	
DBP DE 2-PUERTOS, $F = 18 \text{ GHz}$		Valor de k a un nivel de confianza de 95.45%							2.0	
, -	Incertidumbre Expandida U [GRADOS]							4.927059		

Tabla 6 Presupuesto de incertidumbre aplicando el modelo de incertidumbre descrito en la ecuación 15.

									DECTO	
ESTIMACIÓN DE LA INC	ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN LA MEDICIÓN DEL COEFICIENTE DE TRANSMISIÓN EN SENTIDO DIRECTO									
EN FORMATO LOGARÍTMICO DE UN DBP 2-PUERTOS MEDIDO CON EL AVR 8510C										
FI	Valor Estimado	Unidades	Función de Distribución	Divisor	Incertidumbre estándar u(xi)	Unidades	Coeficiente de sensibilidad	Contribución de incertidumbre	Unidades	Grados de libertad
Linealidad efectiva del sistema de medición	0.0099	dB/dB	Rectangular	√3	0.005715768	dB/dB	\$21	0.11003693	dB	100
Desacoplamiento en sentido directo	0.026491	dB	U_Shaped	$\sqrt{2}$	0.018732317	dB	1	0.018732317	dB	100
Aislamiento del sistema de medición	0.000435	dB	Rectangular	√3	0.000251329	dB	1	0.000251329	dB	100
Repetibilidad del sistema	0.009533	dB	Gaussiana	√10	0.003014494	dB	1	0.003014494	dB	9
Repetibilidad de las conexiones	0.006477	dB	Gaussiana	√10	0.002048277	dB	1	0.002048277	dB	9
Flexibilidad del cable conectado en el puerto 1	0.001450	V/V	Gaussiana	√10	0.003982352	dB	1	0.003982352	dB	9
Flexibilidad del cable conectado en puerto 2	0.002429	V/V	Gaussiana	√10	0.006673052	dB	1	0.006673052	dB	9
Deriva térmica del AVR8510C cuando la señal viaja del generador a puerto 1	0.01	V/V / °C	Rectangular	√3	0.005773503	V/V / °C	S21	0.005467853	dB	100
Deriva térmica del AVR8510C cuando la señal viaja del puerto 2 a b2	0.01	V/V / °C	Rectangular	√3	0.005773503	V/V / °C	S21	0.005467853	dB	100
Dispersión lecturas	0.003	dB	Gaussiana	√20	0.00067082	dB	1	0.00067082	dB	19
						Incertidum	ıbre estándar co	ombinada u c(s	21) [dB]	0.112219
s ₁₁ = 0.200 V/V s ₂₁ = 19.25 dB		1				Grados efer	ctivos de libertad			108
DBP DE 2-PUERTOS $F = 18 \text{ GHz}$						Valor de k	a un nivel de conf	ñanza de 95.45%		2.0
					Incertidum	bre Expandida	U [dB]		0.227603	

Tabla 7 Presupuesto de incertidumbre aplicando el modelo de incertidumbre descrito en la ecuación 8.

Para un ┌2 = 0.200 V/V						
FI	Contribución de cada FI					
D 2	83.48%					
Τ2	0.00%					
<i>M</i> 2	0.06%					
L	8.41%					
Rs 2	0.04%					
Rc 2	0.00%					
Fc 2	1.45%					
Dmsa 2	3.28%					
Dm2b2	3.28%					
Disp. de lecturas	0.00%					
Total de porcentaje	100%					

Tabla 8 Contribución en
porcentaje de cada FI
involucrada en el
presupuesto de
incertidumbre de la tabla
4.

Para un s11 = 0.200 V/V y						
un s21 = (0.109 V/V					
FI	Contribución					
	de cada Fi					
D1	92.17%					
<i>T</i> 1	0.00%					
<i>M</i> 1	0.07%					
L	3.90%					
ΓL2	0.00%					
<i>Rs</i> s 11	0.01%					
<i>Rc</i> s11	0.01%					
Fc 1	0.24%					
Dmsa 1	1.52%					
Dm1b1	1.52%					
Disp. de lecturas	0.57%					
Total de porcentaje	100%					

Tabla 9 Contribución en porcentaje de cada Fl involucrada en el presupuesto de incertidumbre de la tabla 5.

Para un s11 = 0.200 V/V y						
un ∠s11 = 45.30 Grados						
FI	Contribución de cada FI					
Arcsin	40.25%					
<i>K</i> 1	0.18%					
Df 1	0.06%					
Cf1	58.67%					
Disp. de lecturas	0.84%					
Total de porcentaie	100%					

Tabla 10 Contribución en
porcentaje de cada Fl
involucrada en el
presupuesto de
incertidumbre de la tabla
6.

un s21 = 19.25 dB						
	Contribución					
FI	de cada FI					
L	96.15%					
MTM 1	2.79%					
uА	0.00%					
<i>Rs</i> s 21	0.07%					
<i>Rc</i> s21	0.03%					
Fc 1	0.13%					
Fc 2	0.35%					
Dmsa 1	0.24%					
Dm 2 b 2	0.24%					
Disp. de lecturas	0.00%					
Total de	100%					
porcentaje	100/0					

Para un |s11| = 0.200 V/V y

Tabla 11 Contribuciónen porcentaje de cada FIinvolucrada en elpresupuesto deincertidumbre de la tabla7.