

# CIRCUITO DE MEDICIÓN PARA OPERAR EL MÉTODO TRANSITORIO DEL HILO CALIENTE EN LA MEDICIÓN DE LA CONDUCTIVIDAD TÉRMICA DE FLUIDOS SIMPLES

S. García Duarte, L. Lira Cortés, E. Méndez Lango  
Centro Nacional de Metrología,  
Área de Metrología Eléctrica, División de Termometría  
Km 4.5 Carretera a los Cués, Municipio del Marqués, 76246, Querétaro, México  
[sgarcia@cenam.mx](mailto:sgarcia@cenam.mx), [llira@cenam.mx](mailto:llira@cenam.mx), [emendez@cenam.mx](mailto:emendez@cenam.mx)

**Resumen:** Se describe un circuito puente de Wheatstone para determinar los valores de resistencia eléctrica de un alambre de platino de 15  $\mu\text{m}$  de diámetro que se utiliza simultáneamente como sensor de temperatura y como fuente de calor en la técnica transitoria del hilo caliente para obtener el valor de la conductividad térmica de fluidos simples. El sistema de medición obtiene 200 datos por segundo, característica indispensable debido a que el experimento se realiza en aproximadamente 1 segundo. El cambio de temperatura del alambre se determina relacionándola con su cambio de resistencia eléctrica. Se presentan los resultados de una medición para agua tipo I (18.2  $\text{M}\Omega/\text{cm}$ ).

## 1. INTRODUCCIÓN

La técnica transitoria del hilo caliente permite medir la conductividad térmica de fluidos simples (no conductores eléctricos) y complejos (conductores eléctricos), las normas ASTM D 2717 están basada en esta técnica, además las normas ASTM C 1113-9 e ISO 8894-1 utilizan esta técnica. Esta técnica se utiliza para determinar la conductividad térmica de fluidos, su característica más importante es que se permite observar el efecto de la transferencia de calor por convección. Con esta técnica se logran repetibilidades de entre 0.1% y 0.2 %, y exactitudes entre 0.3% y 0.5% en los mejores instrumentos [1].

En esta técnica un alambre delgado de en posición vertical, inmerso en el fluido bajo prueba, en equilibrio termodinámico en  $t=0$ , se le aplica una tensión constante; debido a esto se establece una corriente eléctrica ocasionando que el alambre genere calor. El cambio de temperatura del alambre a partir del establecimiento de la corriente se obtiene de su cambio de resistencia medida con un circuito puente de Wheatstone, el cambio de temperatura dependerá del valor de conductividad térmica del fluido.

La técnica requiere determinar los pequeños incrementos en la resistencia eléctrica del alambre, para esto se emplean circuitos tipo puente de Wheatstone en diferentes configuraciones. Con estos se pueden medir incrementos de resistencia pequeños porque una leve variación en una de las resistencias del puente produce un cambio

instantáneo en la tensión eléctrica entre los extremos del puente.

La resistencia eléctrica del alambre con un puente de Wheatstone se determina con el puente balanceado, es decir, se balancea el puente y posteriormente se calienta el alambre para desbalancearlo, la tensión generada en los extremos del puente debido al desbalance se registran para después por medio de una fórmula propia del circuito se determine la resistencia. En otra, el puente se energiza estando ligeramente fuera de balance, el incremento de la resistencia en el alambre ocasiona que el puente tienda a balancearse, para esto es necesario registrar el intervalo de tiempo en que el puente alcanza el punto de balance.

Nagasaka y Nagashima [2] utilizaron un puente balanceado, Watanabe [3] siguió el mismo procedimiento mientras que Nieto de Castro et al [4], Assael et al [5] y Alloush et al [6] utilizan en sus mediciones un puente en desbalance.

En este trabajo se presenta el circuito para operar la técnica transitoria del hilo caliente que utiliza un puente de Wheatstone balanceado.

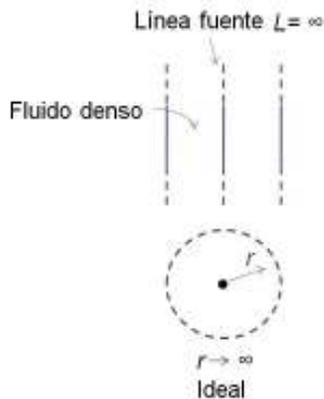
La medición que se presenta más adelante en este trabajo emplea un solo alambre de platino. La segunda etapa consistirá en utilizar dos alambres para reducir los efectos de borde.

**2. MODELO DE LA TÉCNICA**

El modelo de la técnica transitoria del hilo caliente consiste de una línea fuente de calor constante infinitamente larga, de capacidad calorífica cero y de conductividad térmica infinita, inmersa en un fluido denso e isotrópico de tamaño infinito con propiedades independientes de la temperatura y en equilibrio termodinámico con el fluido en  $t=0$  [7] (figura 1). La transferencia de calor de la línea fuente hacia el fluido cuando  $t>0$  es solamente conductiva.

Si se resuelve la ecuación de energía,

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T \tag{1}$$



**Figura 1.** Modelo de la técnica del hilo caliente.

Para una diferencia de temperatura en el fluido a una distancia  $r$  del alambre como

$$\Delta T = T(r,t) - T_0 \tag{2}$$

donde  $T_0$  es la temperatura de equilibrio termodinámico entre el fluido y la línea fuente, y con las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} \Delta T(r,t) &= 0 && \text{para } t=0, \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \Delta T(r,t) &= 0 && \text{para } t < 0, \\ \lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial T}{\partial r} &= -\frac{q}{2\pi\lambda} && \text{para } t > 0; \end{aligned} \tag{3}$$

La condición cuando  $r \rightarrow 0$  indica que la variación de temperatura en dirección es proporcional al calor que genera la línea e inversamente proporcional a la circunferencia de la línea y al valor de conductividad térmica del fluido. Si el valor de conductividad

térmica del fluido es grande, la variación de temperatura en la línea fuente será pequeña, por el contrario, si la conductividad térmica es pequeña, la variación de temperatura será grande.

y la solución es

$$\Delta T(r,t) = -\frac{q}{4\pi\lambda} E_1(-r^2/4at) \tag{4}$$

$E_1(x)$  es una ecuación integral de la familia de las funciones gamma incompletas y puede expresarse para valores grandes de  $4at/r^2$  como un desarrollo en serie,

$$\Delta T = \frac{q}{4\pi\lambda} \left( \ln\left(\frac{4at}{r^2 C}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (r^2/4at)^n}{n \times n!} \right) \tag{5}$$

donde  $C = \exp(\gamma)$ , y  $\gamma$  es la constante de Euler. Si el radio del alambre se selecciona de tal forma que el segundo término de la ecuación anterior sea menor que 0.01 % del  $\Delta T$ , resulta que

$$\Delta T(r,t) = \Delta T(t) = \frac{q}{4\pi\lambda} \ln\left(\frac{4at}{r_a^2 C}\right) \tag{6}$$

Experimentalmente se obtiene  $\Delta T = \Delta T(t)$ , entonces al graficar  $\Delta T$  contra  $\ln t$ , se obtendrá una recta cuya pendiente será  $q/4\pi\lambda$ , de donde se puede obtener el valor de la conductividad térmica  $\lambda$ .

**3. PRINCIPIO DE MEDICIÓN**

La conductividad térmica se determina de la ecuación 6 si primero derivamos con respecto al logaritmo natural del tiempo y despejamos  $\lambda$ , quedando:

$$\lambda = \frac{q}{4\pi A} \tag{7}$$

donde  $A = d(\Delta T)/d(\ln t)$ , es la pendiente. De aquí se observa que la incertidumbre de la conductividad térmica depende de la incertidumbre del flujo de calor que disipa la línea fuente, y de  $d(\Delta T)/d(\ln t)$ . En la práctica, el flujo de calor se aplica por medio de un alambre de platino debido al efecto Joule, la diferencia de temperatura se obtiene del cambio de resistencia que experimenta el alambre medida con un puente de Wheatstone y conociendo la relación resistencia-temperatura del alambre. El tiempo se registra a partir del inicio de la medición por medio de la PC.

#### 4. CIRCUITO DE MEDICIÓN PARA LA TÉCNICA

En la figura 2 se muestra en forma general el circuito puente para un alambre.  $R_1$  y  $R_2$  son resistencias con coeficiente de temperatura de 20 ppm/°C y  $R_v$  es una resistencia variable y tiene una mínima división de 0.001. El transistor TIP120 funciona como interruptor para minimizar las fluctuaciones de corriente al momento de aplicar  $V_T$ , y el AD620 es un amplificador de las diferencias de tensión entre los puntos a y b del puente

$R_a$  es la resistencia del alambre de platino y se determina aplicando la ley de tensiones de Kirchhoff al puente de la figura 3:

$$V_a + R_3 i_1 - R_2 i_2 - V_b = 0, \tag{8}$$

$$V_b + R_2 i_2 - R_1 i_1 - V_a = 0. \tag{9}$$

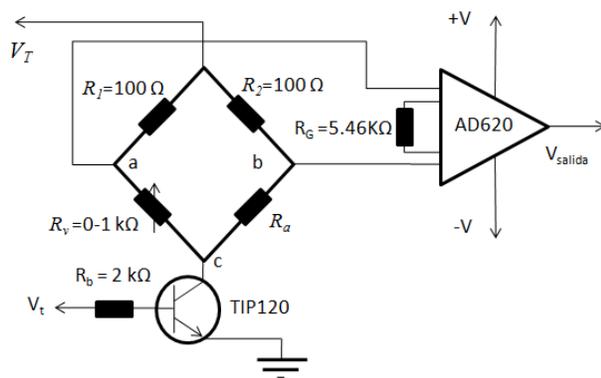


Figura 2. Circuito de medición.

Además,  $i_1$  es

$$i_1 = \frac{V_T}{R_1 + R_a} \tag{10}$$

Realizando algunas operaciones se obtiene:

$$R_a = \frac{R_2 V_{ab} (R_1 + R_v) + R_2 R_v V_T}{R_1 V_T - V_{ab} (R_1 + R_v)} \tag{11}$$

El caso ideal supone que la potencia  $q$  (potencia/longitud) es constante, y el alambre disipa calor por efecto Joule como:

$$q = \left( \frac{V_a^2}{R_a \cdot L} \right) \tag{12}$$

Glatzmaier y Ramirez [11] indican que esta suposición es adecuada si la tensión eléctrica en el puente es constante, para un cambio de temperatura en el alambre de 10 °C, el cambio en  $q$  es <0.03%. Si la corriente a través del puente es constante, entonces el cambio en  $q$  es aproximadamente de 3 % para el mismo cambio de temperatura.

En este trabajo se aplica tensión eléctrica constante al puente.

#### 5. PRUEBA EXPERIMENTAL

Se realizó una prueba experimental con el fin de verificar el funcionamiento del circuito de medición diseñado para esta técnica, se utilizó agua destilada tipo I como fluido muestra y un recipiente de vidrio como celda de 4.7 cm de diámetro por 25 cm de largo, como fuente de calor se empleó un alambre de platino de 15 μm de diámetro y 19.1 cm de largo. El sistema de medición se muestra en la figura 3.

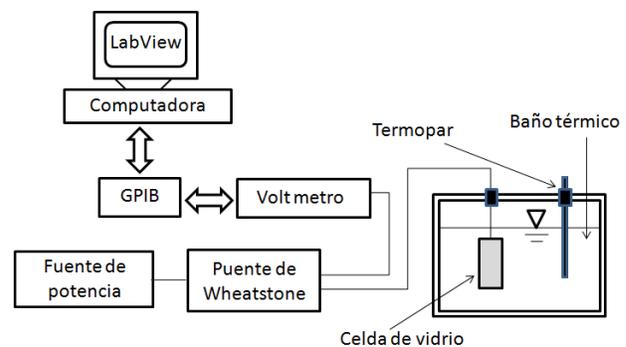
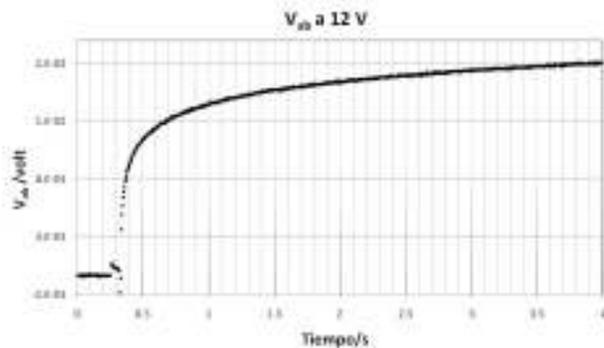


Figura 3. Sistema de medición.

La fuente de potencia es comercial con rangos de 100V-1A y 10V-10A, la resolución es de 100mV-1mA y 10mV-10mA respectivamente; el voltmetro es un multímetro comercial de 8½ dígitos utilizado en el rango de 100V con resolución de 1 μV, estos dos instrumentos y el experimento en general son controlados por medio de la GPIB con un programa realizado en LabVIEW.

#### 6. RESULTADOS

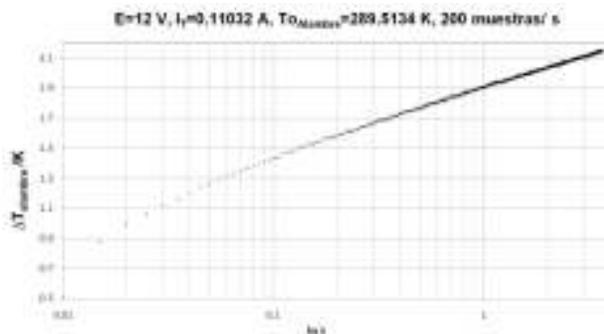
Se aplicaron 12 V de tensión al puente resultando una corriente total promedio de  $0.1103 \pm 0.0016$  A, el tiempo entre cada punto de desbalance  $V_{ab}$  es de 5 ms. La gráfica 1 muestra la tensión entre los puntos a y b del puente en función del tiempo.



**Gráfica 1.** Desbalance del puente en el tiempo.

La aplicación de los 12 Volts en el puente comienza a los 325 ms, antes de eso se aprecian datos cuando el puente está balanceado a una corriente de 0.4 mA.

Previo calibración del alambre de platino se obtuvo la gráfica 2 que describe el cambio de temperatura del alambre contra el  $\ln t$ . Se observa un aumento lineal de la temperatura entre 0.1 y 1.2 s (conducción de calor), después de 1.2 s se presenta la transferencia de calor por convección debido a la pequeña curvatura de los puntos.



**Gráfica 2.** Cambio de temperatura del alambre contra el  $\ln t$ .

## 7. CONCLUSIONES

Se ha construido en el CENAM un circuito puente de Wheatstone para medir cambios de resistencia de un alambre de platino que se utiliza en la técnica transitoria del hilo caliente, para el cual se le incorporó la instrumentación necesaria.

El circuito puente tiene el funcionamiento esperado. Con este circuito de medición se obtuvieron datos del cambio de resistencia del alambre y por consecuencia del cambio de su temperatura.

El sistema de medición es capaz de obtener 200 datos por segundo por medio del programa realizado en LabVIEW.

## 8. TRABAJO FUTURO

De la gráfica 2 se espera obtener la pendiente  $A$ , en esta prueba el inicio del estado estable es imperceptible a partir de 1.2 s, debido a esto se contempla la realización de más pruebas para asegurar cuando es el inicio del estado estable o transferencia de calor por convección, además de obtener repetibilidad en la mediciones.

## REFERENCIAS

- [1] C. A. Nieto de Castro, "Absolute measurements of viscosity and thermal conductivity of fluids", JSME International Journal, Series II, Vol. 31, No. 3, (1988).
- [2] Y. Nagasaka y A. Nagashima, "Absolute measurement of the thermal conductivity of electrically conducting liquids by the transient hot-wire method", J. Physics, Vol. 14, pp. 1435-1440, (1981).
- [3] H. Watanabe, "Accurate and simultaneous measurement of the thermal conductivity and thermal diffusivity of liquids using the transient hot-wire method", Metrologia, **33**, pp. 101-115, (1996).
- [4] C. A. Nieto de Castro, J. C. G. Calado, W. A. Wakeham y M. Dix; "An apparatus to measure the thermal conductivity of liquids"; Journal of Physics; Volume 9; pp. 1073-1080; (1976).
- [5] M. J. Assael, E. Charitidou, G. P. Georgiadis y W. A. Wakeham; "Absolute measurement of the thermal conductivity of electrically conducting liquids"; Ber. Bunsenges Phys. Chem; V. 92; pp. 627-631; (1988).
- [6] A. Alloush, W. B. Gosney, y W. A. Wakeham; "A transient hot-wire instrument for thermal conductivity measurements in electrically conducting liquids at elevated temperatures"; pp. 225-235; (1982).
- [7] F. Morales Cuevas, "Diseño de un aparato para medir la conductividad térmica de fluidos", Tesis de maestría, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, (1998).
- [8] J. J. de Groot, J. Kestin y H. Sookiazian; "Instrument to measure the thermal conductivity of gases"; Physics; Series A; V. 75; pp. 454-482; (1974).
- [9] J. Kestin y W. A. Wakeham, "A contribution to the theory of the transient hot-wire technique for

- thermal conductivity measurements”, Physics, Series A, V. 92, pp. 102-116, (1978).
- [10] E. Charitidou, M. Dix, M. J. Assael, C. A. Nieto de Castro y Wakeham; “A computer controlled instrument for the measurement of the thermal conductivity of liquids”; Int. J. Thermophysics; V. 8; pp. 511-519; (1987).
- [10] C. A. Nieto de Castro, “Absolute measurements of viscosity and thermal conductivity of fluids”, JSME International Journal, Series II, Vol. 31, No. 3, (1988).
- [11] G. C. Glatzmaier y W. F. Ramirez, “Simultaneous measurement of the thermal conductivity and thermal diffusivity of unconsolidated materials by the transient hot wire method”, American Institute of Physics, Vol. 56, No. 7, July 1985.